УДК 336.1; 336.22

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЛАНИРОВАНИЯ МЕРОПРИЯТИЙ В СИСТЕМАХ ФИНАНСОВОГО КОНТРОЛЯ

Т. В. Азарнова, М. З. Берколайко, А. А. Сергеев

Воронежский государственный университет

Финансовый контроль является практическим воплощением контрольной функции, присущей финансам как экономической категории. Финансовый контроль представляет собой строго регламентированную деятельность специально созданных контролирующих органов за соблюдением финансового законодательства и финансовой дисциплины всех экономических субъектов. Так же как финансы являются основой любой сферы общественной деятельности и отражают их материальную результативность, так и финансовый контроль является как бы лакмусовой бумагой, на которой реально проявляется весь процесс движения финансовых ресурсов, начиная от стадии формирования финансовых ресурсов, необходимых для начала осуществления деятельности в любой сфере, и кончая получением финансовых результатов этой деятельности. В условиях непрерывной хозяйственной и финансовой деятельности предприятий наиболее привлекательным является непрерывный финансовый контроль, т.е. непрерывное слежение за протекающими процессами. Однако любой контроль связан с расходом финансовых средств и времени экспертной группы, осуществляющей контроль, поэтому в реальных условиях работы систем финансового контроля непрерывный контроль невозможен. Непрерывный контроль заменяется дискретным, при этом требуются специальные методы планирования и проведения контрольных мероприятий. Эти методы должны обеспечивать минимальную потерю информации о финансовой и хозяйственной деятельности проверяемого предприятия, не допускать возникновения существенных финансовых нарушений на предприятии.

В данной статье предложены стохастические модели планирования контрольных мероприятий в системах финансового контроля, базирующиеся на методах теории массового обслуживания, оптимизации, кластерного, регрессионного и дискриминантного анализа. Данные модели позволяют разработать индивидуальные графики контрольных мероприятий для групп предприятий с определенными коэффициентами деловой активности и сложности организационной структуры. Выделение групп Ω_i, $i=\overline{1,n}$ предприятий, однородных с точки зрения деловой активности, осуществляется методами кластерного анализа на основании следующих общепринятых коэффициентов деловой активности:

– K_1 — коэффициент общей оборачиваемости капитала. K_1 отражает скорость оборота (в количестве оборотов за период) всего капитала предприятия. Рост K_1 означает ускорение кругооборота капитала или инфляционный рост цен (в случае снижения K_2 или K_3).

– K_2 — коэффициент оборачиваемости мобильных средств. K_2 показывает скорость оборота мобильных (как материальных, так и нематериальных) средств предприятия. Рост K_2 характеризуется положительно, если сочетается с ростом K_3, и — отрицательно, если K_3 уменьшается).

– K_3 — коэффициент оборачиваемости материальных оборотных средств. K_3 отражает число оборотов запасов и затрат предприятия за анализируемый период. Снижение K_3 свидетельствует об относительном увеличении производственных запасов и незавершенного производства или о снижении спроса на готовую продукцию (в случае уменьшения K_4).

– K_4 — коэффициент оборачиваемости готовой продукции. K_4 показывает скорость оборота готовой продукции. Рост K_4 означает увеличение спроса на продукцию предприятия, снижение K_4 — затоваривание готовой продукцией в связи со снижением спроса.

– K_5 — коэффициент оборачиваемости дебиторской задолженности. K_5 показывает расширение или снижение коммерческого кредита, предоставляемого предприятием. Если коэффициент рассчитывается по выручке от реализации, формируемой по мере оплаты счетов, рост K_5 означает сокращение продаж в кредит. Снижение в этом случае свидетельствует об увеличении объема предоставляемого кредита.

– K_6 — средний срок оборота дебиторской задолженности. K_6 характеризует средний срок погашения дебиторской задолженности. Положительно оценивается снижение этого показателя.

– K_7 — коэффициент оборачиваемости кредиторской задолженности. K_7 характеризует расширение или снижение коммерческого кредита, предоставляемого предприятию. Рост K_7 означает увеличение скорости оплаты задолженности предприятия, снижение — рост покупок в кредит.

– K_8 — средний срок оборота кредиторской задолженности. K_8 отражает средний срок возврата долгов предприятия (за исключением обязательств перед банками и прочими займами).

– K_9 — фондоотдача основных средств и прочих внеоборотных активов. K_9 характеризует эффективность использования основных средств и прочих внеоборотных активов, измеряемую величиной продаж, приходящихся на единицу стоимости средств.

– K_{10} — коэффициент оборачиваемости собственного капитала. K_{10} показывает скорость оборота собственного капитала. Существенное снижение K_{10} отражает тенденцию к бездействию части собственных средств.

Существует целый ряд методов кластерного анализа, которые могут использоваться для решения данной задачи классификации. В данной работе предлагается использовать метод «k-средних». Считается, что количество классов k заранее неизвестно, на нулевой итерации рассматривается три класса (класс с низкой, средней и высокой деловой активностью), за эталонные множества начальных классов принимаются предприятия, которые, по мнению экспертов, относятся к предприятиям соответственно с низкой, средней и высокой деловой активностью. Качество классификации можно оценить с помощью различных функционалов качества классификации и с помощью методов дискриминантного анализа.

С точки зрения сложности организационной структуры выделяются группы T_j, $j=\overline{1,p}$ предприятий с линейной, функциональной, линейно-функциональной и матричной структурами.

Принадлежность предприятия к определенной группе Ω_i по деловой активности позволяет судить о скорости накопления информации и неопределенности в его финансовой и хозяйственной деятельности. Принадлежность же к определенной группе T_j говорит о сложности проведения контрольного мероприятия на данном предприятии.

Будем считать, что есть некоторое фиксированное множество N предприятий, подлежащих регулярному дискретному контролю. Предприятия разбиты на группы по деловой активности Ω_i, $i=\overline{1,n}$ и на группы по сложности организационной структуры T_j, $j=\overline{1,p}$. Обозначим через N_{ij}, $i=\overline{1,n}$; $j=\overline{1,p}$ количество предприятий, соответствующих сочетанию (Ω_i,T_j). Для каждой пары (Ω_i,T_j) требуется определить правило проведения контрольных мероприятий во времени. Предполагается, что контрольные мероприятия могут проводиться в случайные моменты времени и, что поток проверок является простейшим (обладает свойствами: стационарности, ординарности и отсутствия последействия) с параметром λ_{ij}. Параметр λ_{ij} характеризует интенсивность потока проверок, т.е. среднее количество проверок в единицу времени (например, в год или в три года). Именно параметры потоков λ_{ij} для каждой пары (Ω_i,T_j) подлежат определению в оптимизационной модели, предлагаемой в данной статье.

Для простейшего потока вероятность проведения k проверок за время t определяется по формуле

$$P_k(t) = \frac{(\lambda_{ij} t)^k}{k!} e^{-\lambda_{ij} t},$$

а промежуток времени ξ_{ij} между соседними проверками распределен по показательному закону

$$F_{\xi_{ij}}(t) = P(\xi_{ij} < t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda_{ij} t}, & t > 0 \\ 0, & t \le 0 \end{cases}$$

с параметром λ_{ij}.

Кроме предположений о свойствах потока проверок в модели присутствует также предположение о том, что время проверки для предприятий из класса T_j есть случайная величина ζ_j, распределенная по показательному закону

$$F_{\zeta_j}(t) = P(\zeta_j < t) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu_j t}, & t > 0 \\ 0, & t \le 0 \end{cases}$$

с параметром μ_j, характеризующим интенсивность обслуживания предприятий из класса T_j. Величина $\overline{T_{npj}} = 1/\mu_j$ показывает среднее время проверки одного предприятия из класса T_j, она определяется на основании обработки статистических данных по классу T_j.

Поскольку и интервалы времени между соседними проверками и время проведения проверки являются случайными величинами, исследуемую систему удобно описывать в терминах случайных процессов. Введем понятие состояния системы и выведем систему дифференциальных уравнений для вероятностей различных состояний исследуемой системы.

Состояния системы будем описывать упорядоченными наборами пар индексов вида $((i_1, j_1), (i_2, j_2), \ldots, (i_k, j_k))$. Номер k указывает на то, что сейчас в системе находится k предприятий, предприятия характеризуются только парой индексов (i, j), i — номер класса по деловой активности, j — номер класса по сложности структуры, пара (i_1, j_1), стоящая в упорядоченном наборе на первом месте относится к предприятию, на котором осуществляется проверка, все остальные пары $(i_2, j_2), \ldots, (i_k, j_k)$ — это предприятия, стоящие в заданном порядке в очереди на проведение проверки.

Символом $P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(t)$ обозначим вероятность того, что через время t после начала функционирования система будет находиться в состоянии $((i_1, j_1), (i_2, j_2), \ldots, (i_k, j_k))$, в частности символом $P_0(t)$ обозначается вероятность того, что система пустая, т.е. нет предприятий, в которых проводится проверка, и нет предприятий, стоящих в очереди на проведение проверки. Для начального момента времени $t = 0$ делаются следующие предположения:

$$P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(0) = 0, \ \forall\ k = \overline{1,p}, \ \forall$$
$$\forall\ ((i_1, j_1), (i_2, j_2), \ldots, (i_k, j_k)); \ P_0(0) = 1.$$

Знание вероятностей $P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(t)$ позволит рассчитать различные характеристики эффективности функционирования системы финансового контроля, такие как абсолютная пропускная способность, относительная пропускная способность, средняя длина очереди, среднее время пребывания в очереди, доля времени, когда система свободна и т.д. Эти характеристики учитываются при построении оптимизационной модели, для нахождения оптимальных (эффективных) значений λ_{ij}. Вероятности $P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(t)$ находятся из решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова. Для вывода данной системы дифференциальных уравнений рассмотрим промежуток времени длины $t + \Delta t$. В силу описанных выше свойств случайных процессов, протекающих в системе, справедливы следующие уравнения

$$P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(t + \Delta t) =$$
$$= P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(t)(1 - \mu_{j_1}\Delta t + o(\Delta t)) \times$$
$$\times \prod_{(i,j)} \left(1 - \left(N_{ij} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(ij)} 1 \right) \lambda_{ij} \Delta t + o(\Delta t) \right) +$$
$$+ P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\ldots,(i_k,j_k))}(t)(1 - \mu_{j_1}\Delta t + o(\Delta t)) \times$$
$$\times \left(\left(N_{i_k j_k} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(i_k j_k)} 1 \right) \lambda_{i_k j_k} \Delta t + o(\Delta t) \right) \times$$
$$\times \prod_{(i,j)\neq(i_k,j_k)} \left(1 - \left(N_{ij} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(ij)} 1 \right) \lambda_{ij} \Delta t + o(\Delta t) \right) +$$
$$+ \sum_{(i_0,j_0)} \left(N_{i_0 j_0} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(i_0 j_0)} 1 \right) \times$$

$$\times P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}(t)(\mu_{j_0}\Delta t + o(\Delta t))\times$$
$$\times\prod_{(i,j)}\left(1-\left(N_{ij}-\sum_{m=0}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(ij)}1\right)\lambda_{ij}\Delta t + o(\Delta t)\right)+o(\Delta t);$$

$$P_0(t+\Delta t) = P_0(t)\cdot\prod_{(i,j)}(1-N_{ij}\lambda_{ij}\Delta t + o(\Delta t)) +$$
$$+\sum_{(i_0,j_0)} P_{((i_0,j_0))}(t)(\mu_{j_0}\Delta t + o(\Delta t))\times$$
$$\times\left(1-\left(N_{i_0 j_0}-1\right)\lambda_{i_0 j_0}\Delta t + o(\Delta t)\right)\times$$
$$\times\prod_{(i,j)\neq(i_0,j_0)}(1-N_{ij}\lambda_{ij}\Delta t + o(\Delta t)) + o(\Delta t);$$

Если в рассматриваемых уравнениях перенести величину $P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}(t)$ в левую часть, поделить обе части уравнения на Δt и перейти к пределу при $\Delta t \to 0$, то получим систему дифференциальных уравнений Колмогорова для рассматриваемой системы [1]:

$$\frac{dP_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}(t)}{dt} =$$
$$= -\left(\mu_{j_1}+\sum_{(i,j)}\left(N_{ij}-\sum_{m=1}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(ij)}1\right)\lambda_{ij}\right)\times$$
$$\times P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}(t) +$$
$$+\left(\left(N_{i_k j_k}-\sum_{m=1}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(i_k j_k)}1\right)\lambda_{i_k j_k}\right)\times$$
$$\times P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}(t) +$$
$$+\sum_{(i_0,j_0)}\mu_{j_0}\left(N_{i_0 j_0}-\sum_{m=1}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(i_0 j_0)}1\right)\times$$
$$\times P_{((i_0,j_0)(i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}(t); \qquad (1)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\sum_{(i,j)} N_{ij}\lambda_{ij}\cdot P_0(t) + \sum_{(i_0,j_0)}\mu_{j_0}P_{((i_0,j_0))}(t). \quad (2)$$

Предположим, что рассматриваемая система финансового контроля работает в стационарном режиме, вероятности стационарного режима обозначим $P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}$ и P_0, тогда из уравнений (1), (2) следует следующая система уравнений для вероятностей различных состояний системы в стационарном режиме:

$$0 = -\left(\mu_{j_1}+\sum_{(i,j)}\left(N_{ij}-\sum_{m=1}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(ij)}1\right)\lambda_{ij}\right)\times$$
$$\times P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))} +$$
$$+\left(\left(N_{i_k j_k}-\sum_{m=1}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(i_k j_k)}1\right)\lambda_{i_k j_k}\right)\times$$
$$\times P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))} +$$
$$+\sum_{(i_0,j_0)}\mu_{j_0}\left(N_{i_0 j_0}-\sum_{m=1}^{k}\sum_{(i_m j_m)=(i_0 j_0)}1\right)P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}; \qquad (3)$$

$$0 = -\sum_{(i,j)} N_{ij}\lambda_{ij}\cdot P_0 + \sum_{(i_0,j_0)}\mu_{j_0}P_{((i_0,j_0))}. \qquad (4)$$

Если интенсивности проверок λ_{ij} известны, система (3), (4) является системой линейных уравнений относительно $P_{((i_1,j_1),(i_2,j_2),\dots,(i_k,j_k))}$.

Интерес представляет задача нахождения значений λ_{ij}, отвечающих определенным критериям эффективности работы системы финансового контроля. В данной работе в качестве критерия эффективности предлагается рассматривать критерий:

$$F(x_{11},x_{12},\dots,x_{np}) = \varphi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np}) +$$
$$+\phi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np}) \to \min,$$

где функция $\varphi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np})$ характеризует суммарную степень нарушений в финансовой и хозяйственной деятельности на контролируемых предприятиях, а функция $\phi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np})$ характеризует суммарную степень сложности проведения контрольных мероприятий на контролируемых предприятиях, при условии, что средние промежутки времени между контролями в рассматриваемых классах соответственно равны $x_{11},x_{12},\dots,x_{np}$. Величины $x_{11},x_{12},\dots,x_{np}$ зависят от $\lambda_{11},\lambda_{12},\dots,\lambda_{np}$ и от среднего времени пребывания в очереди.

Функции $\varphi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np})$ и $\phi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np})$ строятся на основании статистического материала, представляющего собой результаты ранее проводимых проверок.

Функция $\varphi(x_{11},x_{12},\dots,x_{np}) = \sum_{(i,j)}\varphi_{ij}(x_{ij})$, где значения каждой функции $\varphi_{ij}(x_{ij})$ характеризуют степень нарушений для предприятий, которые с точки зрения деловой активности принадлежат классу Ω_i, а с точки зрения сложности организационной структуры классу T_j. Для построения отдельных функций $\varphi_{ij}(x_{ij})$ используется статистический материал вида:

$\varphi_{ij}(x_{ij})$ x_{ij}

При этом значения $\varphi_{ij}(x_{ij})$ оцениваются экспертным путем и удовлетворяют условию $0 \le \varphi_{ij}(x_{ij}) \le 1$, чем ближе данное значение к 1, тем выше степень нарушений, обнаруженных на предприятии. Для построения функции $\varphi_{ij}(x_{ij})$ по статистическим данным предлагается использовать специальные методы регрессионного анализа, позволяющие учитывать условие $0 \le \varphi_{ij}(x_{ij}) \le 1$.

Аналогично, функция $\phi(x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{np}) = \sum\limits_{(i,j)} \phi_{ij}(x_{ij})$, значения функций $\phi_{ij}(x_{ij})$ показывают степень сложности проверки для предприятий, которые с точки зрения деловой активности принадлежат классу Ω_i, а сточки зрения сложности организационной структуры классу T_j. Статистический аппарат построения отдельных функций $\phi_{ij}(x_{ij})$ аналогичен аппарату построения функций $\varphi_{ij}(x_{ij})$.

Величины x_{ij} вычисляются по формуле $x_{ij} = \frac{1}{\lambda_{ij}} + \overline{T_{\text{оч.}}}$, первое слагаемое характеризует среднее время между назначениями проверок, а второе — среднее время пребывания в очереди. Среднее время пребывания в очереди для рассматриваемой системы финансового контроля определяется следующим образом:

$$\overline{T_{\text{оч.}}} = 0 \cdot P_0 + \sum_{(i_1 j_1)} \left(\frac{1}{\mu_{j_1}} \right) P_{((i_1 j_1))} +$$
$$+ \sum_{\substack{(i_1 j_1),(i_2 j_2) \\ \sum\limits_{(i_k, j_k)=(i_m, j_m)} 1 \le N_{i_m j_m},\ \forall m = \overline{1,2}}} \left(\frac{1}{\mu_{j_1}} + \frac{1}{\mu_{j_2}} \right) P_{((i_1 j_1),(i_1 j_1))} + \ldots +$$
$$+ \sum_{\substack{(i_1 j_1),(i_2 j_2),\ldots,(i_{N-1,N-1}) \\ \sum\limits_{(i_k, j_k)=(i_m, j_m)} 1 \le N_{i_m j_m},\ \forall m = \overline{1,N-1}}} \left(\frac{1}{\mu_{j_1}} + \frac{1}{\mu_{j_2}} + \ldots + \frac{1}{\mu_{j_{N-1}}} \right) \times$$
$$\times P_{((i_1 j_1),(i_1 j_1),\ldots,(i_{N-1}, j_{N-1}))}.$$

С учетом введенных характеристик, окончательная оптимизационная модель построения графика контрольных мероприятий имеет вид:

$$\sum_{(i,j)} \varphi_{ij} \left(\frac{1}{\lambda_{ij}} + \overline{T_{\text{оч.}}} \right) + \sum_{(i,j)} \phi_{ij} \left(\frac{1}{\lambda_{ij}} + \overline{T_{\text{оч.}}} \right) \to \min;$$

$$0 = -\left(\mu_{j_1} + \sum_{(i,j)} \left(N_{ij} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(ij)} 1 \right) \lambda_{ij} \right) \times$$
$$\times P_{((i_1, j_1),(i_2, j_2),\ldots,(i_k, j_k))} +$$
$$+ \left(\left(N_{i_k j_k} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(i_k j_k)} 1 \right) \lambda_{i_k j_k} \right) \times$$
$$\times P_{((i_1, j_1),(i_2, j_2),\ldots,(i_{k-1}, j_{k-1}))} +$$
$$+ \sum_{(i_0, j_0)} \mu_{j_0} \left(N_{i_0 j_0} - \sum_{m=1}^{k} \sum_{(i_m j_m)=(i_0 j_0)} 1 \right) \times$$
$$\times P_{((i_1, j_1),(i_2, j_2),\ldots,(i_k, j_k))};$$

$$0 = -\sum_{(i,j)} N_{ij} \lambda_{ij} \cdot P_0 + \sum_{(i_0, j_0)} \mu_{j_0} P_{((i_0, j_0))};$$

$$1 - P_0 \le \omega.$$

Последнее ограничение данной модели означает, что доля времени, когда система финансового контроля занята проверками предприятий, должна не превышать некоторого порогового значения ω. Оставшаяся доля времени $1 - \omega$ в системе отводится для составления отчетов, анализа результатов и выполнения других работ.

В полученной модели вид целевой функции зависит от результатов статистической обработки данных методами регрессионного анализа, ограничения представляют собой систему нелинейных уравнений и неравенств. В силу сложности полученной модели, для ее решения предлагается использовать численные методы условной оптимизации [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лабскер, Л.Г.* Теория массового обслуживания в экономической сфере / Л. Г. Лабскер, Л. О. Бабешко. — М. : ЮНИТИ. 1998.

2. *Михалев, Д.Г.* Оптимальное формирование информационных потоков в системах контроля и управления / Д. Г. Михалев, И. Б. Руссман // Проблемы передачи информации. VIII. 1972. Вып. 3. С. 89—93.

3. *Башарин, Г.П.* Один прибор с конечной очередью и заявками нескольких видов / Г. П. Башарин // Теория вероятностей и ее применения, 1965, 2, 10, С. 282—296.

4. *Азарнова, Т.В.* Методы оптимизации. Элементы теории, алгоритмы и примеры / Т. В. Азарнова, И. Л. Каширина, Г. Д. Чернышова. — Воронеж: Воронежский государственный университет, 2004, — 151 с.