

## КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РАСЧЕТА СОВОКУПНОЙ ФАКТОРНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

О. В. Масленников

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию

**Аннотация:** в статье излагается новый подход к классификации методов расчета совокупной факторной производительности. Автором предложено деление всей их совокупности, в зависимости от использования эконометрических и математико-статистических методов, на три группы: эконометрические, индексные и индексно-эконометрические. Эконометрические методы предлагаются делить на параметрические, полупараметрические и непараметрические, а индексные – на классические и оптимизационные. Для каждой из групп приводится краткий обзор вычислительных алгоритмов.

**Ключевые слова:** совокупная факторная производительность, остаток Солоу, индекс, производственная функция.

**Abstract:** this article describes new approach to the classification of methods of total factor productivity (TFP) estimation. According to the author's approach this methods can be divided into three groups: econometric, index and mixed. Econometric methods consist of three groups: parametric, semiparametric and nonparametric. Index methods include classical and optimization. The article considers brief literature review for TFP estimation techniques.

**Key words:** total factor productivity, Solow residual, index, production function.

В современной экономической теории существует широкий спектр методов, позволяющих рассчитывать уровень совокупной факторной производительности (далее – СФП), являющийся одним из ключевых показателей эффективности производства как на уровне отдельных фирм, так и на уровне отраслей, регионов и стран. Согласно нашей точке зрения, все многообразие данных методов целесообразно подразделять на три группы в зависимости от применения инструментов эконометрики и математической статистики: эконометрические, индексные и индексно-эконометрические.

Эконометрические методы исчисления СФП подразумевают использование эконометрического инструментария (главным образом регрессионного анализа). При этом, как правило, первым шагом является построение производственных функций (в некоторых случаях используются функции прибыли, издержек или выручки). Второй шаг предполагает расчет темпов роста или прироста совокупной факторной производительности на основе коэффициентов полученного регрессионного уравнения. В зависимости от ограничений на функциональную спецификацию и характер распределения ошибки регрессии эконометрические методы име-

ет смысл разграничивать на параметрические, непараметрические и полупараметрические.

Наибольшее распространение среди параметрических методов определения динамики СФП получил метод расчета остатка Солоу, предложенный профессором Массачусетского технологического института, лауреатом Нобелевской премии Р. Солоу [1]. На начальном этапе для экономики США за период 1909–1949 гг. им была получена агрегированная производственная функция Кобба – Дугласа с постоянной отдачей от масштаба, которая была линеаризована путем логарифмирования [2]:

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \ln K + (1 - \alpha_1) \cdot \ln L + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $Y$  – стоимость созданной продукции,  $K$  – стоимость производственных фондов,  $L$  – количество человеко-часов отработанного времени,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $1 - \alpha_1$  – коэффициенты, численно равные натуральному логарифму совокупной факторной производительности, эластичности объема производимой продукции по затратам капитала и труда,  $\varepsilon$  – ошибка регрессии. Дополнительными предположениями в исследовании были наличие совершенно конкурентных рынков и нейтральный, по Хиксу, научно-технический прогресс, в равной мере увеличивающий средний и предельный продукты труда и капитала.

Далее автором производился расчет ежегодных темпов прироста СФП на основе формулы [1]

$$\frac{dA}{A} = \frac{dY}{Y} - \alpha_1 \cdot \frac{dK}{K} - (1 - \alpha_1) \cdot \frac{dL}{L}, \quad (2)$$

где  $dA/A$ ,  $dY/Y$ ,  $dK/K$ ,  $dL/L$  – темпы прироста совокупной факторной производительности, объемов выпускаемой продукции, стоимости производственных фондов и человеко-часов отработанного времени. Параметр  $dA/A$  как индикатор СФП впоследствии и был назван исследователями-экономистами остатком Солоу.

В дальнейшем было предложено множество модификаций вышеизложенного метода. Главным направлением совершенствования оказалось использование различных производственных функций, которые предлагалось оценивать эконометрическим путем. В наиболее простом случае речь шла о включении в число объясняющих переменных затрат материалов и сырья. В более продвинутых исследованиях, проведенных Э. Денисоном [3] и Т. Шульцом, предлагалось определять также и влияние человеческого капитала, образования на конечный производственный результат при исчислении темпов роста СФП [4]. Помимо этого, в разное время в качестве аргументов производственной функции предлагались объемы потребленной электроэнергии, стоимость услуг производственного назначения, объектов инфраструктуры и т.д.

Особое место среди параметрических эконометрических методов расчета динамики совокупной факторной производительности занимают «дуалистический» метод Р. Барро и анализ стохастической границы производственных возможностей (SFA).

Первый метод основан на предпосылке о линейной однородности производственной функции Кобба – Дугласа и уравнивании стоимости создаваемых товаров и услуг с суммарной величиной факторных доходов, что целесообразно представлять в следующем виде [5]:

$$Y = r \cdot K + w \cdot L, \quad (3)$$

где  $r$  и  $w$  – усредняемые величины ставок арендной платы за капитал и заработной платы работников. С помощью дифференцирования и ряда математических преобразований профессор Гарвардского университета Р. Барро смог прийти к «дуалистической» формуле для темпов прироста СФП, которую записывают как [5]

$$\frac{\dot{Y}}{Y} - s_K \cdot \left(\frac{\dot{K}}{K}\right) - s_L \cdot \left(\frac{\dot{L}}{L}\right) = TFPG = s_K \cdot \left(\frac{\dot{r}}{r}\right) + s_L \cdot \left(\frac{\dot{w}}{w}\right), \quad (4)$$

где  $TFPG$  – темп прироста совокупной факторной производительности;  $s_K$ ,  $s_L$  – удельные доли капитала и труда в создаваемом национальном доходе, точка над переменной – операция дифференцирования по времени.

Анализ стохастической границы производственных возможностей (SFA-анализ) основан на допущении о том, что часть фирм, функционирующих в рамках региона или страны, оказывается не в состоянии максимизировать прибыль или минимизировать издержки [6], т.е. они окажутся ниже границы производственных возможностей по причине неблагоприятных экзогенных шоков или нерациональной организации производственной деятельности.

Из вышеприведенного допущения следует, что при проведении моделирования на основе SFA-анализа будут постулированы два типа ошибок: традиционно используемая регрессионная ошибка  $\varepsilon_{it}$ , имеющая распределение Гаусса, и ошибка  $u_{it}$ , описывающая неэффективность производственной деятельности предприятий. При этом в качестве детерминированного компонента границы производственных возможностей принято использовать производственную функцию (как правило, Кобба – Дугласа или транслогарифмическую).

Следует отметить, что реализация SFA-метода позволяет не только рассчитывать динамику показателя совокупной факторной производительности, но и определять вклад в нее трех ключевых составляющих: научно-технического прогресса, производственной неэффективности и характера отдачи от масштаба.

Непараметрические эконометрические методы оценивания СФП имеют преимущество перед параметрическими в том плане, что они не накладывают ограничений на характер статистического распределения ошибки регрессии и форму функциональной зависимости. К их числу следует отнести ядерную регрессию Надарайа – Уотсона и локальную линейную регрессию [7].

Полупараметрические методы исчисления совокупной факторной производительности представляют собой своеобразный компромисс между двумя вышеназванными группами методов и позволяют в определенной мере смягчить их недостатки. Наиболее известный метод из данной группы был предложен Г. Оллеем и А. Пэйксом. В его основу положено построение полупараметрической функции, которую можно отобразить в следующем виде [8]:

$$y_i = \beta_i \cdot l_i + \lambda_i(i, a, k) + \eta_{it}$$

где  $y_i$  – натуральный логарифм объема производимых товаров и услуг,  $l_i$  – натуральный логарифм затрат живого труда,  $\beta_1$  – коэффициент в полупараметрической регрессии,  $i_t$  – объем инвестиционного спроса,  $a_t$  – время существования фирмы на рынке,  $k_t$  – натуральный логарифм стоимости основного капитала,  $\eta_{it}$  – ошибка, обусловленная наличием непредвиденных шоков производительности, которые не оказывают влияние на решение об объемах осуществляемых затрат факторов производства,  $i$  – номер фирмы,  $t$  – временной период. При этом для слагаемого  $\lambda_t(i_t, a_t, k_t)$  будет справедлива формула [8]

$$\lambda_t(i_t, a_t, k_t) = \beta_0 + \beta_a \cdot a_t + \beta_k \cdot k_t + h_t(i_t, a_t, k_t),$$

где  $\beta_0, \beta_a, \beta_k$  – коэффициенты полупараметрической регрессии,  $h_t$  – уровень совокупной факторной производительности.

Индексные методы оценки СФП, как следует из самого названия, предполагают построение различных индексов, с чьей помощью сопоставляются суммарные объемы выпускаемой продукции и затрат факторов производства, которые были осуществлены хозяйствующими субъектами. Всю их совокупность можно разделить на две группы: классические и оптимизационные.

Суть классических индексных методов сводится к расчету индексов СФП, в числителе которых указывается стоимость созданной продукции, а в знаменателе – объемы затраченных производственных ресурсов с взвешивающими коэффициентами, задаваемые из априорных соображений. Наибольшее распространение в расчетах получили две следующие формулы [9]:

$$A(t) = \frac{Y_t}{\alpha \cdot K_t + \beta \cdot L_t},$$

$$A(t) = \frac{Y_t}{K_t^\alpha \cdot L_t^\beta},$$

где  $A(t)$  – темп роста совокупной факторной производительности в периоде  $t$ . Причем для второго случая коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  принимаются, как правило, равными 0,3 и 0,7 [10].

Оптимизационные индексные методы включают в себя анализ оболочки данных (DEA-анализ), метод оболочки данных со свободным размещением (FDH-анализ) и ряд других методов [11]. Оптимизационная задача, которую при этом должен решать исследователь, может быть двух типов: 1) максимизация объема создаваемой продукции при фиксированной величине факторных затрат;

2) минимизация факторных затрат при фиксированной величине объема выпуска товаров и услуг. Предполагается, что производственная функция является кусочно-линейной, производственное множество – выпуклым, а рассматриваемые переменные измеряются без ошибок [12].

Для построения оптимизационных индексов СФП могут быть использованы индексы различного типа: Фишера, Пааше, Ласпейреса, Лоу, Хикса – Мурстена, Мальмквиста, Фера – Примонта. Однако наиболее оптимальным для данных целей следует признать последний, так как он удовлетворяет аксиомам тождественности, соизмеримости, транзитивности, монотонности и ряду других. Для случая расчета совокупной факторной производительности он будет принимать вид [13]

$$TFP_{it} = \frac{D_0(x_0, q_{it}, t_0)}{D_1(x_{it}, q_0, t_0)},$$

где  $TFP_{it}$  – индекс совокупной факторной производительности,  $i$  – номер фирмы, отрасли, региона или страны,  $t$  – период времени,  $D_1(x_{it}, q_0, t_0)$  – функция расстояния по затратам, характеризующая отношение суммарных затрат факторов производства  $i$ -й фирмы, отрасли, региона или страны к минимально возможному в период  $t$  с учетом фиксированной величины объемам выпуска продукции,  $x_0$  и  $q_0$  – репрезентативные значения объемов выпуска и затрат,  $t_0$  – репрезентативный период времени.

В рамках FDH-метода определения СФП, предложенного Д. Депринсом, Л. Симаром и Х. Тулкинсом, граница производственных возможностей приобретает ступенчатый вид, а также принимаются во внимание только вершины границы технической эффективности, получаемой по алгоритму DEA-анализа [12].

Индексно-эконометрические методы определения динамики совокупной факторной производительности позволяют строить индексы, в знаменателе которых взвешивающие коэффициенты при затратах факторов производства определяются с помощью инструментов эконометрического оценивания.

В заключение отметим ряд проблем, которые возникают при расчете темпов роста СФП по любому из описанных выше алгоритмов [14]. Первая проблема касается правильности измерения реального валового регионального и валового внутреннего продуктов, где препятствиями выступают наличие ненаблюдаемой экономики и трудности корректного расчета индексов-дефляторов цен.

Второй проблемой является необходимость учета амортизации, коэффициента загрузки производственных мощностей, инвестиций и индексов цен при расчете стоимости реально функционирующих основных фондов. Наконец, третьей трудностью выступает получение данных по количеству человеко-часов отработанного времени и теневой занятости для определения затрат живого труда.

Подводя итог, можно сделать вывод о том, что выбор в пользу того или иного метода оценки СФП должен диктоваться совокупностью сравнительных преимуществ различных эконометрических инструментов, а также адекватностью и надежностью бухгалтерской отчетности фирм и статистических данных по отраслям, регионам, странам, которые находятся в распоряжении экономистов-исследователей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Solow R. M.* Technical Change and the Aggregate Production Function / R. M. Solow // *Review of Economics and Statistics*. – 1957. – № 3. – P. 312–320.
2. *Давнис В. В.* Элементы экономико-математического моделирования / В. В. Давнис [и др.]. – Воронеж : Изд-во ВГУ, 2001. – 49 с.
3. *Denison E. F.* The Sources of Economic Growth in the United States and the Alternatives Before Us / E. F. Denison. – New York : Committee for Economic Development, 1962. – 308 p.
4. *Ковалев М.* Гибридные модели долгосрочного прогнозирования экономического роста стран ЕАЭС / М. Ковалев, Е. Господарик // *Вестник Ассоциации белорусских банков*. – 2014. – № 33. – С. 1–20.
5. *Barro R. J.* Economic Growth / R. J. Barro, X. Sala-i-Martin. – Cambridge : MIT Press, 2004. – 654 p.
6. *Бессонова Е. В.* Оценка эффективности производства российских промышленных предприятий / Е. В. Бессонова // *Прикладная эконометрика*. – 2007. – № 2. – С. 13–35.
7. *Анатольев С. А.* Непараметрическая регрессия / С. А. Анатольев // *Квантиль*. – 2009. – № 7. – С. 37–52.
8. *Olley S. G.* The Dynamics of Productivity in the Telecommunications Equipment Industry / S. G. Olley, A. Pakes // *Econometrica*. – 1996. – № 64. – P. 1263–1297.
9. *Kendrick J. W.* Productivity Trends in the United States / J. W. Kendrick. – Princeton : Princeton University Press, 1961. – 630 p.
10. *Бессонов В. А.* О динамике совокупной факторной производительности в российской переходной экономике / В. А. Бессонов // *Экономический журнал Высшей школы экономики*. – 2004. – Т. 8, № 4. – С. 542–587.
11. *Charnes A.* Measuring the Efficiency of Decision Making Units / A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes // *European Journal of Operational Research*. – 1978. – № 2. – P. 429–444.
12. *Лисситса А.* Анализ оболочки данных (DEA) – современная методика определения эффективности производства / А. Лисситса, Т. Бабичева. – Изд-во ИАМО, 2003. – 37 с.
13. *Апокин А. Ю.* Компоненты совокупной факторной производительности экономики России относительно других стран мира : роль технической эффективности / А. Ю. Апокин, И. Б. Ипатова // *Тезисы докладов XVI Международной научной конференции НИУ ВШЭ*. – М. : Изд-во НИУ ВШЭ, 2015. – С. 1–42.
14. *Diewert E.* The Challenge of Total Factor Productivity Measurement / E. Diewert // *International Productivity Monitor*. – 2000. – № 1. – P. 45–52.

*Воронежский государственный университет*  
*Масленников О. В., аспирант*  
*E-mail: olegmaslenni@yandex.ru*

*Voronezh State University*  
*Maslennikov O. V., Post-graduate Student*  
*E-mail: olegmaslenni@yandex.ru*