



Математические и инструментальные методы экономики

Научная статья

УДК 338.4

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2022.4/10576>

JEL: D24

Модель факторов производства предприятия как производственной функции

С. А. Дзюба^{1✉}

¹ Дальневосточный федеральный университет, о. Русский, п. Аякс, 10, 690922, Владивосток, Приморский край, Российская Федерация

Предмет. Модель производственных процессов позволяет осуществлять планирование деятельности предприятия исходя из наличия факторов производства и ресурсов. Результаты модели могут быть интегрированы в финансовую модель предприятия и стать частью процесса финансового и производственного планирования.

Цели. Предлагается подход к построению модели производственной функции, основанный на способах использования базовых факторов производства: труда и капитала.

Методология. Классическое представление обобщенной производственной функции адаптируется под конкретный производственный процесс. В качестве основных контрольных параметров берутся фондоотдача, фондовооруженность и производительность труда. Представлен численный пример модели.

Выводы. Использование производственной функции позволяет корректно и методологически правильно детализировать процессы внутренней среды предприятия. Результаты производственной модели могут быть интегрированы в финансовую модель предприятия.

Ключевые слова: модель факторов производства, финансовая модель предприятия, производственная функция.

Для цитирования: Дзюба С. А. Модель факторов производства предприятия как производственной функции // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление. 2022. № 4. С. 43–52. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2022.4/10576>

Введение

Модель факторов производства предприятия имеет важные общие черты с финансовой моделью предприятия или его бизнес-моделью, концептуально от них отличаясь.

Финансовая модель предприятия прежде всего транслирует каналы финансовых взаимоотношений стейкхолдеров предприятия, которые в простых случаях могут быть описаны, например, соотношением заемного и собственного капитала (О. Б. Лихачев, Н. А. Ку-

прияшина [1]), денежными потоками и их агрегатами (Д. В. Тихомиров [2]), включая показатели стоимостно-ориентированного анализа (И. В. Косорукова [3]).

Для формирования финансовой модели на ее вход подаются уже готовые денежные потоки и соотношения между их компонентами. Так, даже опираясь на самые базовые параметры, можно получать модели, позволяющие давать ответы на принципиальные вопросы (А. П. Симонов [4]). Получение более продвинутых моделей требует более детальной проработки отдельных ее компонентов. Принцип модели-

рования «сверху вниз» предполагает поэтапный переход от упрощенных параметризованных моделей к структурной декомпозиции ее узлов (Н. А. Мосолова, В. А. Билецкий [5]). Так, если на этапе параметрического моделирования мы устанавливаем, например, параметр отношения коммерческих расходов к выручке как некоторую известную величину, то далее он становится расчетной величиной из подмоделей выручки и коммерческих расходов. Здесь можно говорить, что при структурной декомпозиции экзогенные параметры модели должны становиться эндогенными.

Бизнес-модель предприятия описывает каналы взаимодействия с внешней средой. Она «сопрягается» с финансовой моделью через денежные потоки, которые в этой внешней среде рождаются (Ю. Н. Баландина [6]). Бизнес-модель можно рассматривать как этап структурной декомпозиции финансовой модели, когда последняя «опускается» до детализации факторов внешней среды. Это также не исключает того, что бизнес-модель, как часто это на практике и происходит, может выступать как самостоятельный модельный объект.

Модель факторов производства, следуя выстроенной выше логике, может рассматриваться как декомпозиция факторов внутренней среды, например модели использования топлива, электроэнергии, объектов основных средств, объясняют О. В. Ларина и А. А. Петров [7]. И тогда логическая связь между рассматриваемыми видами моделей будет иметь вид, представленный на рис. 1.

В свою очередь, представленная взаимосвязь должна рассматриваться как частный случай более общей системы факторов производства, предложенной Г. Б. Клейнером [8]. В ней развернуты четыре универсальных фактора $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, которые в «классической» интерпретации ассоциируются, соответственно, с землей (природными ресурсами), капиталом, управлением и трудом и выполняют различные функции для внешней и внутренней среды:

– во внешней среде (бизнес-модели) – это, соответственно, развитие, экспансия, уплотнение (интенсификация), пролонгация (устойчивость);

– во внутренней среде (модели производственных факторов) – целостность, связность, инновационность, безопасность.

В свете этого представляется принципиально важным, что модель внутренней среды должна быть не просто ресурсной моделью, а именно моделью факторов производства. Отсюда следует, что ядром модели должна выступать производственная функция, как она понимается в микро- и макроэкономических моделях.

Целью настоящей статьи является построение модели факторов производства. Для такой модели не так просто дать общую постановку задачи, поскольку она описывает использование производственных факторов как технологию выпуска продукции, которые сильно индивидуализированы в отраслевом плане. Возможно, поэтому такие модели бедно представлены в научной литературе, в отличие

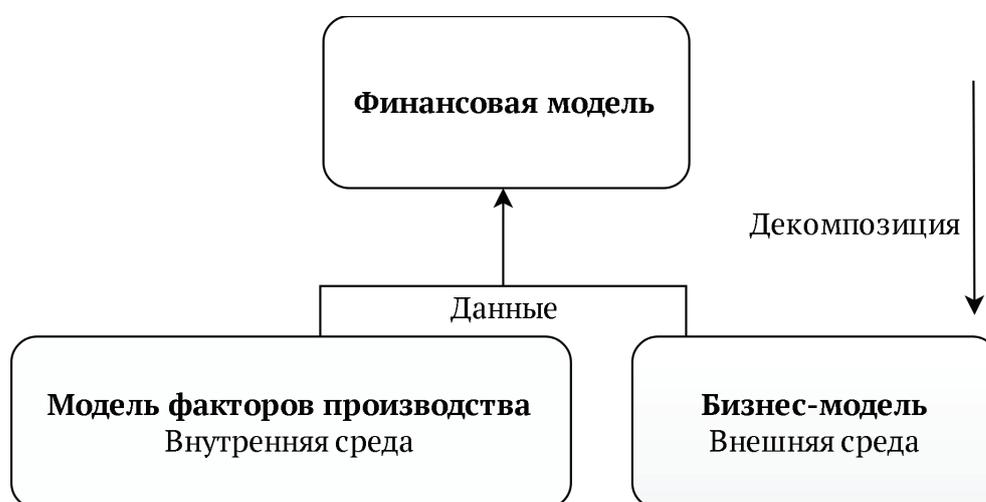


Рис. 1. Бизнес-модель и модель факторов производства как логический нижний уровень финансовой модели предприятия

от финансовых и бизнес-моделей. В качестве прототипа взята торговая деятельность с разными технологиями продаж. С одной стороны, это достаточно простой технологический процесс, с другой – простоту следует использовать для более выпуклого представления ключевых деталей.

В параграфе «Материалы и методы исследования» обсуждается общая конструкция модели, а в «Результатах» приводится ее конкретная реализация и подбор параметров модели на численном примере.

Материалы и методы исследования

Пусть у торговой фирмы объем продаж за определенный фиксированный отрезок времени задается производственной функцией

$$Y = F(R, K, A, L), \quad (1)$$

где R – ресурсы: в силу специфики фирмы здесь не будет производственных ресурсов, а только маркетинговые по генерации потока клиентов; K – капитал: в качестве капитального производственного фактора взята торговая площадь, на ней производится продажа разных товарных линеек (групп) по разным технологиям, требующих от персонала разных наборов компетенций; A – технологии: технологии продаж разных групп товаров различаются удельной трудоемкостью сделки; L – труд: продажи разных групп товаров требуют разных компетенций.

В модели предполагается, что ресурсы влияют на производительность капитала, а технологии – на производительность труда. Такой подход является одной из вариаций теоретических конструкций для производственных функций, но не абсолютно универсальной относительно отраслевой специфики. Принципиально важным представляется то, что явный вид производственной функции должен связывать фондовооруженность k и производительность труда y через фондоотдачу f :

$$f = \frac{y}{k}, \quad y = \frac{Y}{L}, \quad k = \frac{K}{L}, \quad f = \frac{Y L}{L K} = \frac{Y}{K}. \quad (2)$$

При этом влияние R и A может происходить неявным образом.

Для товара (товарной группы) i с усредненной ценой единицы товара (средним чеком) p_i количество продаж (сделок) с единицы площади задается степенной функцией

$$x_i = \beta p_i^\alpha + \gamma, \quad (3)$$

где $\alpha < 0, \beta > 0, \gamma$ – параметры, которые будут подобраны при калибровке модели. Функция (3) устанавливает отрицательную зависимость между количеством сделок и средним чеком: чем выше средний чек, тем меньше будет сделок в отчетный период. Степенная зависимость между этими величинами имеет тот же смысл, что и закон Ципфа в экономических системах (С. А. Дзюба [9]). Тогда продажи по товарной группе i , продаваемой по технологии l составят

$$Y_i = \frac{p_i x_i K_i L_l}{K_i}, \quad (4)$$

где K_i – часть площади K , отводимая под товарную группу i , L_l/K_i – количество продавцов на единицу площади (сменность), работающих по технологии l .

Смысл представлений (3)–(4) в том, что для продажи по технологии l выделяется площадь K_i , на которой размещаются разные товарные группы, так что $\sum_i K_i = K$. Критерием выделения товарной группы является то, что она имеет характерный средний чек p_i . Из (3) мы видим, что количество сделок не зависит от технологии, а только от среднего чека, в то время как общий объем продаж (4) зависит от сменности как обеспеченности персоналом с требуемыми компетенциями.

Теперь определим потребность в персонале, обладающем компетенциями l , т. е. работающем по соответствующей технологии продаж:

$$L_l(K_l) = l_0 + \left(\frac{l_1(K_l - \kappa_0)}{\kappa_1} \right)^+, \quad (5)$$

где на площади K_l на первые κ_1 м² площади требуется l_0 продавцов, а далее по l_1 продавцов на каждые дополнительные κ_1 м². Оператор положительной срезки $()^+$ означает, что берутся только положительные значения аргумента.

Формула (5) создает ограничение на численность персонала исходя из технологии продаж, что не дает возможности неограниченно расти коэффициенту сменности в (4). Если бы такого ограничения не было, то в (4) следовало бы заменить линейную зависимость продаж от сменности на функциональную с эффектом насыщения (снижающейся предельной производительностью).

Результаты

Проведем подбор параметров приведенной модели так, чтобы она давала реалистичные результаты. Для определенности все денежные показатели будем выражать в тыс. руб.

Пусть торговое предприятие имеет четыре магазина М1–М4 со структурой площадей, представленной в табл. 1.

Товарные линейки разбиты на 14 групп (строки табл. 1), для которых определены 6 видов технологий продаж: КР1-2, КМ1-2, КС1 и КК1. Также можно обратить внимание на то, что самый крупный магазин М4 содержит полный спектр товара, магазин М3 специализиру-

ется на дорогом сегменте, М1 и М2 занимают промежуточное положение.

Определим численность персонала по формуле (5), используя данные табл. 2. Она отражает некоторые нормативные требования к «плотности» персонала на торговых площадях.

Результаты расчетов приведены в табл. 3 с округлением результата до целого. В ней отражены поправки на интенсивность клиентского потока. Один из магазинов берется за 100 %, остальные масштабируются относительно него.

Далее определим параметры функции (3) зависимости количества сделок x_i от среднего

Т а б л и ц а 1

Структура площадей магазинов с разбиением на товарные группы

Технологии продаж (компетенции)	Площадь магазина					Средний чек, тыс. руб.
	Всего	М1	М2	М3	М4	
КР1	1160	400	360		400	60
КР1	1200	280	240	80	600	70
КР1	700	200		200	300	80
КР2	350			200	150	120
КР2	560			440	120	150
КМ1	520	200	120		200	30
КМ1	660	200	160		300	60
КМ2	260	100		60	100	80
КМ2	190			140	50	160
КС1	440	120	160		160	15
КС1	480	160	120		200	20
КС1	160			80	80	25
КК1	440	160	120		160	80
КК1	180	80			100	160
Всего	7300	1900	1280	1200	2920	

Т а б л и ц а 2

Требования к численности персонала по формуле (5)

Компетенции	Площадь, κ_0	Продавцов, l_0	Доп. площадь, κ_1	Доп. продавцов l_1
КР1	100	4	80	1
КР2	100	3	100	1
КМ1	90	2	100	1
КМ2	50	2	30	1
КС1	100	4	80	1
КК1	100	3	50	1

Расчет численности персонала по формуле (5)

Компетенции	Площадь, м ² на продавца	M1	M2	M3	M4
Клиентский поток		80 %	60 %	40 %	100 %
КР1	41	11	7	4	19
КР2	9			5	4
КМ1	13	4	3		6
КМ2	12	3		4	5
КС1	22	5	5	4	8
КК1	14	5	3		6
Всего	111	28	18	17	48

чека p_i . Параметры данной функции восстанавливаются по трем точкам (верхним индексом обозначен номер точки) (x_i^1, p_i^1) , (x_i^2, p_i^2) и (x_i^3, ∞) :

$$\alpha = \frac{\ln(x_i^2 - x_i^3) - \ln(x_i^1 - x_i^2)}{\ln p_i^2 - \ln p_i^1}, \beta = \frac{x_i^2 - x_i^3}{(p_i^2)^\alpha}, \gamma = x_i^3. \quad (6)$$

Сформулируем гипотезу (эмпирически или экспертно), что с увеличением среднего чека товарооборот растет. Ей соответствуют точки (55, 15), (7, 150), (0, ∞). Действительно, $x_i^1 p_i^1 = 55 \times 15 = 825$, $x_i^2 p_i^2 = 7 \times 150 = 1050$. Тогда $\alpha \approx -0,8653$, $\beta \approx 621,3$, $\gamma = 0$. Результаты ото-

бражены на рис. 2. Благодаря подобранным параметрам мы можем смоделировать количество сделок для любой товарной группы (среднего чека).

Теперь мы готовы использовать (4) для моделирования товарооборота, поскольку у нас есть структура площадей, размещенного на ней персонала и модель количества сделок по товарным группам. Результаты представлены в табл. 4.

С формальной точки зрения мы достигли требуемого результата, смоделировали продажи в разрезе товарных групп и магазинов.

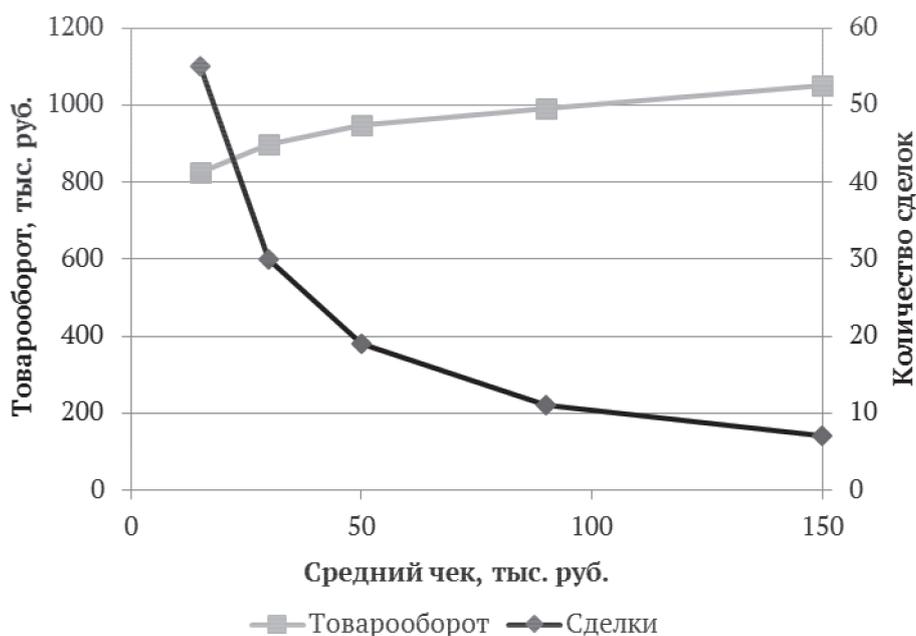


Рис. 2. Результат моделирования по формуле (3): количество сделок (правая ось) и товарооборот (левая ось) в зависимости от среднего чека

Расчет количества сделок и товарооборота по формуле (4)

Товарная группа	Сделки				Продажи, тыс. руб.				
	М1	М2	М3	М4	Всего	М1	М2	М3	М4
КР1	79	67		93	14 340	4 740	4 020		5 580
КР1	48	39	16	121	15 680	3 360	2 730	1 120	8 470
КР1	31		35	54	9 600	2 480		2 800	4 320
КР2			13	19	3 840			1 560	2 280
КР2			24	12	5 400			3 600	1 800
КМ1	59	38		71	5 040	1 770	1 140		2 130
КМ1	32	27		57	6 960	1 920	1 620		3 420
КМ2	37		15	41	7 440	2 960		1 200	3 280
КМ2			18	11	4 640			2 880	1 760
КС1	118	157		160	6 525	1 770	2 355		2 400
КС1	121	91		155	7 340	2 420	1 820		3 100
КС1			139	51	4 750			3 475	1 275
КК1	41	37		45	9 840	3 280	2 960		3 600
КК1	11			15	4 160	1 760			2 400
Всего	577	456	260	905	105 555	26 460	16 645	16 635	45 815

Однако полученные результаты могут существенно отличаться относительно средних фактических значений. Это может быть как следствием дефектов моделирования, например, неудачного подбора параметров, так и провалов управления, из-за которых фактические результаты отличаются от нормативных. Нас в первую очередь интересует последнее. Однако прежде чем предъявлять претензии менеджменту, требуется исключить дефекты моделирования, насколько это возможно. Для этого предложим несколько процедур.

1. Контроль фондоотдачи, которая в данном случае будет отдачей с м². Их можно получить, разделив товарооборот (продажи) из табл. 4 на площади из табл. 1. Дефекты модели проявятся как аномально большие отклонения от среднего.

2. Контроль производительности труда. Зная численность персонала из табл. 2 и продажи из табл. 4 (его нужно предварительно сгруппировать до уровня технологий), можно рассчитать выработку на одного работника. Дефекты модели также проявятся как аномальные отклонения от среднего.

3. Контроль трудоемкости сделок. Используя численность персонала из табл. 2 и количество сделок из табл. 4, сгруппированных по технологиям, можно рассчитать затраты времени на одну сделку. Они могут (и должны) варьироваться по технологиям, но не между магазина-

ми. Вариации между магазинами могут определяться только клиентским потоком (см. табл. 3), который в модели легко отключается.

Если все аномальные вариации устранены, то модель можно считать откалиброванной. После этого все значительные отклонения средних фактических показателей от модельных можно классифицировать как дефекты управления.

Обсуждение результатов

В первую очередь следует отметить, что производственная функция чаще всего выступает инструментом макроэкономических моделей и реже – общесистемных экономических исследований (К. А. Багриновский, Г. Б. Клейнер [10]).

Однако в настоящей работе не ставится задача нахождения оптимальных значений факторов производственной функции. Действующее предприятие обладает фиксированным количеством капитала и ограничено в варьировании и даже измерении влияния других факторов на выпуск. Ввиду этого выпадает большой пласт микроэкономической дискуссии относительно оптимальной структуры издержек и экономии от масштаба.

Тем не менее можно отметить другую важную особенность микроэкономического подхода к производственным функциям – это специфические эластичности замещения

факторов (Г. Б. Клейнер, Д. И. Пионтковский [11]). На этом уровне они ближе к леонтьевскому типу с проявлением «негибкости» факторов, кроме того, обладают выраженной отраслевой спецификой (А. И. Рузанов [12]).

Рассматриваемый в статье подход ближе всего к решению задачи разработки цифрового производственного двойника (В. Л. Макаров и др. [13]), но с уклоном в планирование факторов производства, а не собственно в оцифровку технологических процессов. Это порождает ряд трудностей, поскольку эмпирические исследования производственных функций также сопряжены с огромными трудностями (Akerberg et al. [14]), поскольку в реальности мы имеем дело с гораздо большим количеством факторов, чем перечисляем в аргументах функции (Christensen & Greene [15]), причем большая часть из них может относиться к внешней среде.

С другой стороны, значительная гетерогенность в представлении производственных функций (Gandhi et al [16]) «играет на руку» продвигаемой в настоящей статье идее фактически экспертного конструирования производственной функции в утилитарных целях производственного и финансового планирования текущей деятельности предприятия. При этом важным условием «сдерживания» гетерогенности выступает ограничение представлений эксперта рамками формальных представлений о производственной функции от базовых факторов и контроль ключевых показателей эффективности.

Заключение

Модель факторов производства детализирует внутреннюю среду предприятия и строится как производственная функция основных факторов, в качестве которых взято обобщенное универсальное представление Г. Б. Клейнера [8].

Библиографический список

1. Лихачев О. Б., Куприяшина Н. А. Финансовые модели крупнейших мировых компаний списка GLOBAL 500 : финансовый рычаг, рентабельность капитала, обслуживание долга // Аудитор. 2020. № 6 (2). С. 30–37.
2. Тихомиров Д. В. Финансовая модель как инструмент принятия решений в проектном финансировании // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. 2018. № 2 (110). С. 44–51.

Детально рассмотрена производственная функция торгового предприятия. В качестве фактора капитала представлена торговая площадь, которая может быть как арендованной, так и находиться в собственности. Труд представлен набором разных технологий продаж, различающихся трудоемкостью и требованиями к компетенциям персонала. Таким образом он одновременно задействует и фактор технологий. В качестве фактора ограниченного ресурса удобнее всего рассматривать клиентский поток.

Предложенная модель без кардинальных изменений может быть адаптирована для цифрового торгового предприятия. В этом случае вместо торговых берутся складские и логистические мощности.

В модели предусмотрен контур внутреннего контроля параметров, построенный на анализе больших локальных отклонений показателей эффективности использования факторов. Параметры модели можно считать откалиброванными при отсутствии данных отклонений. В таком виде она может быть интегрирована в финансовую модель предприятия, а также может быть использована самостоятельно для анализа качества управления внутренними процессами по отклонениям усредненных фактических параметров от модельных.

Благодарности

Автор благодарит Тюрину Елену Александровну за полезные и конструктивные замечания при обсуждении настоящей работы.

Конфликт интересов

Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

3. Косорукова И. В. Концепция финансовой модели анализа бизнеса и методика факторного анализа показателей стоимости бизнеса // Экономика и управление : проблемы, решения. 2018. № 6 (10). С. 10–18.

4. Симонов А. П. Разработка финансовой модели компании на примере компании-дистриьютора автозапчастей // Russian Economic Bulletin, 2019. № 2 (5). С. 127–132.

5. Мосолова Н. А., Билецкий В. А. Исследование международного опыта создания финансо-

вых моделей в космической индустрии для малых спутников // Азимут научных исследований : экономика и управление. 2020. № 9 (31). С. 79–82.

6. Баландина Ю. Н. Финансовая модель компании и ее взаимосвязь с бизнес-моделью // Наукосфера. 2020. № 12-2. С. 231–236.

7. Ларина О. В., Петросов А. А. Моделирование взаимодействия в процессе производства факторов производства карьера «Малка» // Научный вестник Московского государственного горного университета. 2011. № 12. С. 20–25.

8. Клейнер Г. Б. Универсальная система факторов производства // Экономика и математические методы. 2022. № 58 (2). С. 22–31.

9. Дзюба С. А. Степенное распределение против правила «20/80» // Менеджмент в России и за рубежом. 2016. № 3. С. 10–18.

10. Багриновский К. А., Клейнер Г. Б. Производственные функции : теория, методы, применение // Экономика и математические методы. 1988. № 24. С. 1144–1146.

11. Клейнер Г. Б., Пионтковский Д. И. Многофакторные производственные функции с постоянными эластичностями предельной замены факторов // Экономика и математические методы. 2000. № 1 (36). С. 127–136.

12. Рузанов А. И. Производственные функции и их использование для описания закономерностей производства // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2011. № 5-1. С. 212–217.

13. Макаров В. Л., Бахтизин А. Р., Бекларян Г. Л. Разработка цифровых двойников для производственных предприятий // Бизнес-информатика. 2019. № 4 (13). С. 7–16.

14. Akerberg D. A., Caves K., Frazer G. Identification properties of recent production function estimators // Econometrica. 2015. № 83 (6). P. 2411–2451.

15. Christensen L. R., Greene W. H. Economies of scale in US electric power generation // Journal of political Economy. 1976. № 84 (4). P. 655–676.

16. Gandhi A., Navarro S., Rivers D. On the identification of production functions : How heterogeneous is productivity? // CIBC Working Paper, 2011. № 2011-9.

Дзюба Сергей Ануфриевич, д-р экон. наук, профессор, департамент прикладной экономики, Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация

E-mail: dziuba.sa@dvfu.ru

ORCID ID: 0000-0001-9651-3158

Поступила в редакцию: 31.10.2022

Подписана в печать: 30.11.2022



Mathematical and Quantitative Methods

Original article

UDC 338.4

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2022.4/10576>

JEL: D24

Model of the production factors of an enterprise as a production function

S. A. Dzyuba¹✉

¹ Far Eastern Federal University, 10, Ajax, Russky Island, 690922
Vladivostok, Primorsky Krai, Russian Federation

Subject. The model of production processes makes it possible to plan the activities of an enterprise based on the availability of production factors and resources. The results of the model can be integrated into the financial model of the enterprise and become part of the financial and production planning process.

Objectives. We proposed an approach to building the model of the production function based on the use of the basic factors of production: labour and capital.

Methodology. The classical representation of the generalised production function was adapted to a specific production process. The main control parameters were the fixed-asset turnover ratio, capital-labour ratio, and labour productivity. A numerical example of the model was provided.

Conclusions. The use of the production function allowed us to describe in detail the internal processes of the enterprise in an accurate and methodologically correct manner. The results of the production model can be integrated into the financial model of the enterprise.

Keywords: Production factor model, enterprise financial model, production function.

For citation: Dzyuba, S. A. (2022). Model of the production factors of an enterprise as a production function. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management. (4), 43–52.* DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2022.4/10576>

Acknowledgements

The author is grateful to Elena A. Tyurina for her helpful and constructive remarks during the discussion of this study.

Conflict of interests

The author declares the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

References

1. Likhachev, O. B. & Kupriyashina, N. A. (2020) Financial models of the world's largest companies in the GLOBAL 500 list: financial leverage, return on equity, debt service. *Auditor. 6 (2)*, 30–37. (In Russian)
2. Tikhomirov, D. V. (2018) Financial Model as a Decision-Making Tool in Project Finance. *Izvestiya*

Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta. 2 (110), 44–51. (In Russian)

3. Kosorukova, I. V. (2018) The concept of the financial model of business analysis and the method of factor analysis of business value indicators. *Ekonomika i upravleniye: problemy, resheniya. 6 (10)*, 10–18. (In Russian)
4. Simonov, A. P. (2019) Development of a financial model of a company on the example of a distributor of auto parts. *Russian Economic Bulletin. 2 (5)*, 127–132. (In Russian)

5. Mosolova, N. A. & Biletskiy, V. A. (2020) Study of international experience in creating financial models in the space industry for small satellites. *Azimuth nauchnykh issledovaniy: ekonomika i upravleniye*. 9 (31), 79–82. (In Russian)
6. Balandina, Yu. N. (2020) The financial model of companies and its relationship with the business model. *Naukosfera*. 12-2, 231–236. (In Russian)
7. Larina, O. V. & Petrosov, A. A. (2011) Modeling of interaction in the process of production of factors of production of the quarry "Malka". *Nauchnyy vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo gornogo universiteta*. 12, 20–25. (In Russian)
8. Kleyner, G. B. (2022) Universal system of factors of production. *Ekonomika i matematicheskiye metody*. 58 (2), 22–31. (In Russian)
9. Bagrinovskiy, K. A. & Kleyner, G. B. (1988) Production functions: theory, methods, application. *Ekonomika i matematicheskiye metody*. 24, 1144–1146. (In Russian)
10. Kleyner, G. B., & Piontkovskiy, D. I. (2000) Multifunctional Production Functions with Constant Elasticities of Marginal Change of Factors. *Ekonomika i matematicheskiye metody*. 1 (36), 127–136 (In Russian)
11. Ruzanov, A. I. (2011) Production functions and their use to describe the patterns of production. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo*. 5-1, 212–217. (In Russian)
12. Dzuba, S. A. (2016) Stereotypical distribution against the rule "20/80". *Menedzhment v Rossii i za rubezhom*. 3, 10–18. (In Russian)
13. Makarov, V. L., Bakhtizin, A. R., Beklaryan & G. L. (2019) Development of digital doubles for manufacturing enterprises. *Biznes-informatika*. 4 (13), 7–16. (In Russian)
14. Akerberg, D. A., Caves K. & Frazer G. (2015) Identification properties of recent production function estimators. *Econometrica*. 83 (6), 2411–2451.
15. Christensen, L. R. & Greene, W. H. (1976) Economies of scale in US electric power generation. *Journal of political Economy*. 84 (4), 655–676.
16. Gandhi, A., Navarro, S. & Rivers, D. (2011) On the identification of production functions: How heterogeneous is productivity? *CIBC Working Paper*. 2011-9.

Sergey A. Dzuba, Dr. Sci. (Econ.), Full Prof.,
Department of Applied Economy, Far Eastern
Federal University, Vladivostok, Russian Federation
E-mail: dziuba.sa@dvfu.ru
ORCID ID: 0000-0001-9651-3158

Received: 31.10.2022

Accepted: 30.11.2022