АЛГОРИТМЫ КОНТРОЛЯ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

И. Б.Руссман, Н. П. Митрофанова

Постановка задачи

Под организационными системами обычно понимают системы управления коллективами людей в процессе их целенаправленной деятельности. Цель может быть задана системе извне, но может быть сформулирована и в самой системе. Для достижения цели система должна выполнить некоторую работу. Примерами таких систем могут служить завод, фирма, транспортное предприятие и т. д.

Основная задача управления в системах такого типа — организация работы в системе таким образом, чтобы обеспечить выполнение запланированного объема продукции (товаров, услуг) в заданный срок.

На систему воздействуют различные факторы, под влиянием которых она может отклониться от заданной траектории. Отсюда возникает необходимость в различных управляющих воздействиях. Для выработки управляющих воздействий необходимо получить информацию о состоянии системы в определенные моменты времени. Это ставит задачу нахождения оптимальных в некотором смысле способов опроса систем.

Один из возможных подходов к построению алгоритма контроля предложен в работах [1], [2]. Несмотря на то, что содержание и вид работ, выполняемых различными организационными системами, могут сильно отличаться друг от друга, можно выделить некоторые элементы, характерные для всех систем такого типа:

1. Для достижения цели системы должны выполнить некоторый объем работы. Следует отметить, что сама по себе задача измерения выполненного объема работы для конкретной системы может оказаться достаточно сложной. В дальнейшем будем предполагать, что в любой момент времени возможно с некоторой точностью определить выполненный к этому моменту времени объем работы.

2. Выполнение работ, необходимых для достижения цели, требует времени.

3. Все системы обладают некоторыми ресурсами, с помощью которых выполняются работы, необходимые для достижения цели. Ресурсы системы определяют ее способность выполнять работу с некоторой средней скоростью $V_0(t)$. Кроме того, для любой системы возможно определить V_{max} — максимальную скорость выполнения заданной работы системой с ресурсами R без нарушения установленных технологических режимов, правил эксплуатации, а также без ухудшения качества продукции. Как правило, существует также некоторая минимальная скорость V_{min}, которую система при нормальных значениях параметров, определяемых ресурсами R, должна обеспечить при своем функционировании. Возможен случай $V_{min}(t) = 0$.

$$V_{min}(t) \le V_0(t) \le V_{max}(t).$$

Таким образом, информация о системе определяется четверкой параметров (A_{pl}, T_{pl}, V_{min}, V_{max}). Управляющее воздействие на систему определяется указанием ей скорости движения к цели V:

$$V_{min} \le V \le V_{max}.$$

Контроль за ходом выполнения работ извне может осуществляться либо дискретно, либо непрерывно. Однако непрерывный опрос, а также опрос с достаточно высокой частотой обусловливают чрезмерно большую нагрузку на элементы переработки информации и приводят к повышению стоимости системы. Необоснованное же уменьшение частоты опросов может привести к срыву выполнения планового задания из-за невозможности своевременной выработки управляющих воздействий, приводящих процесс в требуемое состояние.

Таким образом, алгоритм контроля должен удовлетворять, по крайней мере, двум основным требованиям:

– число опросов должно быть минимально;

– число опросов должно быть достаточным для того, чтобы не допустить перехода системы в состояние, в котором нельзя достигнуть выполнения планового объема работы в плановый срок.

Основная идея построения алгоритма контроля состоит в том, чтобы не допустить перехода системы в состояния, в которых она не сможет выполнить задание в срок.

Рассмотрим рис. 1. Прямые OB и OI соответствуют ходу работ с максимальной и минимальными скоростями. Прямые CL и CE параллельны прямым OI и OB. Прямые OB, CL, OI, CE разбивают прямоугольник, представляющий собой совокупность всех возможных состояний системы, на ряд областей. Задача контроля не допустить попадания системы в область *ECF*. Предполагается, что перевыполнять плановое задание разрешено.

Рассмотрим рис. 2. Абсцисса точки пересечения прямых *OI* и *EC* t_1 характеризует момент, в который еще существует отличная от нуля вероятность того, что если работа выполнялась с минимальной скоростью или в случае $V_{min} = 0$ еще не была начата, то при использовании предельных возможностей системы плановый объем работ A_{pl} может быть выполнен к моменту времени T_{pl}. Точку t_1 можно интерпретировать как предельный момент первого опроса. Первый опрос в моменты $t>t_1$ при неизменности ресурсов системы может не обеспечить выполнения планового задания в плановый срок. Приняв t_1 за точку первого опроса, получим сведения о фактически выполненном объеме работ $A(t_1)$. Этот объем отличен от нуля и, кроме того, если в течение этого времени параметры системы были нормальны, то точка $A(t_1)$ лежит между прямыми, соответствующим ходу работ с минимальной и максимальными скоростями. Проведя через точку с координатами (t_1, $A(t_1)$) прямую, параллельную прямой OI и соответствующую минимальной скорости выполнения работ до пересечения с прямой EC, получим точку с абсциссой t_2 которая будет являться точкой второго опроса. Последующие точки опроса определяются аналогично.

Аналитическое выражение для момента (i+1)-го опроса имеет вид:

$$t_{i+1} = \frac{A_{pl} - V_{max}T_{pl} - A_i + t_iV_{min}}{V_{min} - V_{max}}.$$

Следует отметить, что по мере приближения к точке с координатами (T_{pl}, A_{pl}) число опросов быстро возрастает. Это легко преодолеть, если стремиться попасть не в точку с координатами (T_{pl}, A_{pl}), а в некоторую область $(T_{pl} - \Delta_T, T_{pl} + \Delta_T) \times (A_{pl} - \Delta_A, A_{pl} + \Delta_A)$ Величины Δ_A и Δ_T определяются для конкретной задачи.

При выборе моментов опроса, согласно рассматриваемому алгоритму, мы не можем заранее определить число точек опроса, так как оно существенно зависит от режима движения системы к цели. Возможно лишь рассчитать число профилактических опросов N_{prof} — число опросов в случае, если система будет двигаться по прямой, соединяющей точки с координатами (0,0) и (T_{pl}, A_{pl}).

В работе [2] показывается, что

$$N_{prof} = \frac{\ln\left(1 - \frac{(T_{pl} - \Delta_T)}{T_{pl}}\right)}{\ln(\gamma)} - 1,$$

где $\gamma = \frac{V_0 - V_{min}}{V_{max} - V_{mi}}$, $V_0 = A_{pl} / T_{pl}$

Учет трудности достижения цели

Задача построения алгоритма контроля усложняется, если нужно контролировать систему, состоящую из нескольких подсистем. Может возникнуть ситуация, при которой будет необходимо проконтролировать сразу несколько подсистем одновременно. Отсюда возникает задача расстановки подсистем согласно их значимости. Значимость подсистем должна быть определена исходя из целей всей системы *S*.

Первоначальные оценки можно получить методом парных сравнений. Очевидно, что в процессе выполнения работ первоначальные оценки подсистем должны пересматриваться. Для построения оценки воспользуемся понятием трудности достижения цели, введенным в работе [3].

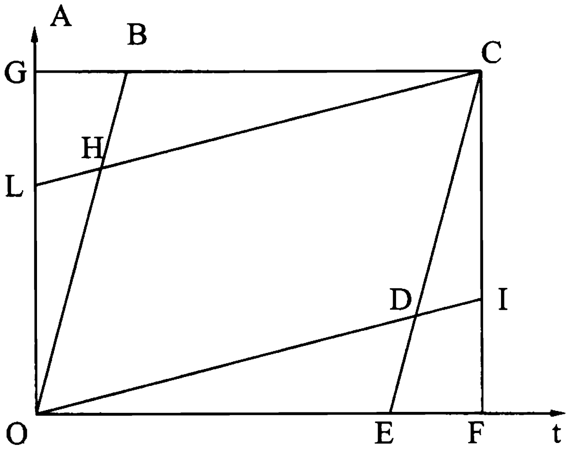

Рис. 1

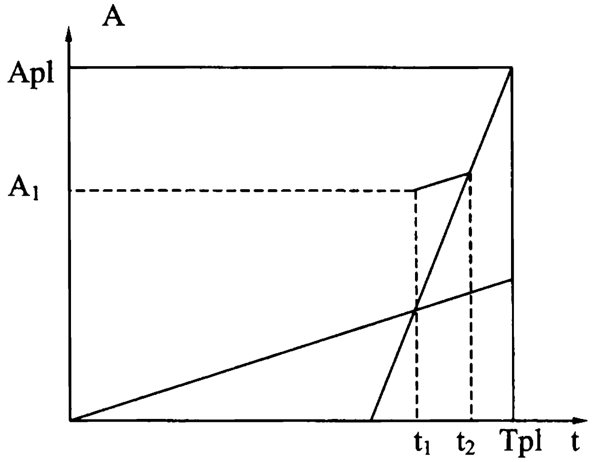

Рис. 2

Пусть μ — качество ресурса, $0 \le \mu \le 1$; ε — требование к качеству ресурса (цель может быть достигнута только если $\mu \ge \varepsilon$), $0 \le \varepsilon \le 1$

Определение. Трудностью достижения цели при качестве ресурса m и требовании к ресурсу ε будем называть величину $d(\mu,\varepsilon) = \dfrac{\varepsilon(1-\mu)}{\mu(1-\varepsilon)}$

Понятие трудности возникло из соображений о том, что получить результат определенного качества тем труднее, чем ниже качество ресурса или чем выше требования к качеству результата. Можно рассматривать трудность по качеству, времени, затратам.

Предположим, что мы рассматриваем объект, характеризуемый двумя свойствами. Заданы трудности достижения цели по каждому из свойств, тогда общая трудность достижения результата вычисляется по формуле: $d = d_1 \oplus d_2 = 1-(1-d_1)(1-d_2)$ Также введем в рассмотрение функцию $I(d) = \ln\left(\dfrac{1}{1-d}\right)$.

Эту величину можно трактовать как неопределенность в системе.

Рассмотрим понятие трудности применительно к нашей задаче.

Пусть в момент t объем выполненной работы составил $A(t)$. В качестве величины μ рассмотрим отношение длин отрезков MK и NK (рис. 3). В качестве величины ε — отношение длин отрезков LK и NK. Таким образом:

$$\mu = \frac{|MK|}{|NK|},\ \varepsilon = \frac{|LK|}{|NK|},\ d_1 = \frac{\varepsilon(1-\mu)}{\mu(1-\varepsilon)}.$$

Возможно ввести величины μ и ε другим способом:

$$\mu = \frac{|MP|}{|RP|},\ \varepsilon = \frac{|SP|}{|RP|},\ d_2 = \frac{\varepsilon(1-\mu)}{\mu(1-\varepsilon)} \text{ (рис. 4).}$$

В качестве величины трудности достижения цели следует взять

$$d = \max(d_1; d_2).$$

Трудность достижения цели тем больше, чем меньше выполненный объем работы и чем меньше осталось времени до конца планового периода.

В качестве оценки для подсистемы возможно взять величину трудности достижения цели, вычисленную в предыдущий момент опроса. Но недостатком этого подхода является то, что за время, прошедшее с момента предыдущего опроса, состояние системы могло существенно измениться.

Будем предполагать, что оценки подсистем зависят от величины трудности в предыдущий момент опроса $d(T_{\text{pred}})$ и от величины $\Delta t = T_{\text{now}} - T_{\text{pred}}$, где T_{now} — текущий момент времени, T_{pred} — предыдущий момент опроса. Пусть неопределенность в каждой из подсистем накапливается равномерно. Скорость накопления неопределенности в подсистеме S_i равна c_i. Тогда имеет место соотношение

$$\ln\left(\frac{1}{1-d^*}\right) = c_i \Delta t.$$

Найдем отсюда выражение для d: $d^* = 1 - e^{-c_i \Delta t}$

Используя формулу для сложения трудностей, получим:

$$D = d_{\text{pred}} \oplus d^* = 1-(1-d_{\text{pred}})(1-d^*) = 1-(1-d_{\text{pred}})e^{-c_i \Delta t}$$

Кроме того, необходимо учесть влияние первоначальных оценок, отсюда получаем формулу для оценки значимости подсистемы

$$\alpha_i = \eta_i (1-(1-d_{\text{pred}})e^{-c_i \Delta t}),$$

где η_i — первоначальная оценка подсистемы.

Этой формулой пользуемся при $t > t_1$ (t_1 — момент первого опроса подсистемы). При $t < t_1$ в качестве оценки подсистемы рассматриваем η_i

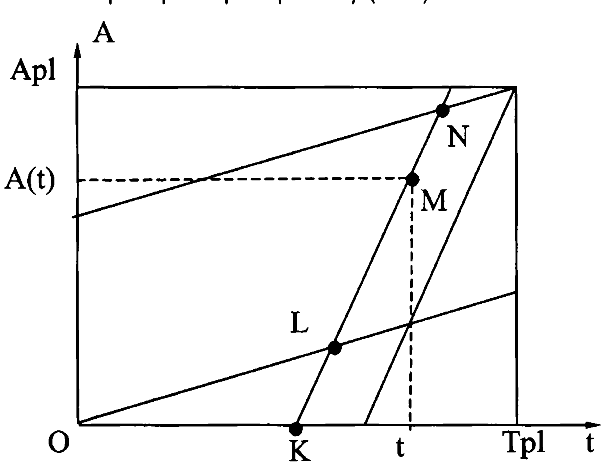

Рис. 3

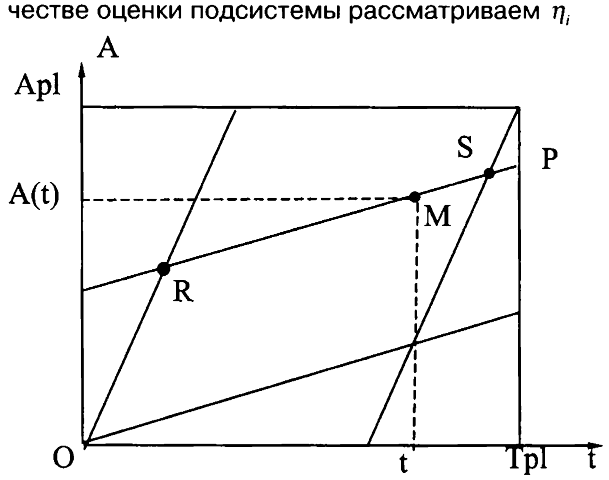

Рис. 4

Обобщение алгоритма контроля на случай нечетких исходных данных

Как уже было отмечено, задача измерения выполненного объема работы для конкретной системы может оказаться достаточно сложной. Например, для системы контроля научно-исследовательских разработок объем выполненной работы трудно выразить количественно и можно определить только субъективно. Кроме того, в реальных системах также невозможно точно определить текущее время.

Одним из возможных подходов к решению этой проблемы является использование теории нечетких множеств. Нечеткое множество — это математическая модель класса с нечеткими или, иначе, размытыми границами. В этом понятии учитывается возможность постепенного перехода от принадлежности к непринадлежности элемента множеству.

Будем предполагать, что и объем выполненной работы, и текущее время описываются с помощью нечетких множеств. Будем пользоваться основными соотношениями теории нечетких множеств по работе [4].

К числу основных принципов теории нечетких множеств относится принцип обобщения, он носит эвристический характер и позволяет расширить область определения исходного отображения j на класс нечетких множеств. Пусть $\varphi\ X \to Y$ заданное отображение, и пусть A — некоторое нечеткое множество в X. Тогда образ A при отображении φ есть нечеткое множество в Y с функцией принадлежности $\mu_B(y) = \sup\limits_{x\in\varphi^{-1}(y)} \mu_A(x)$, где $\varphi^{-1}(y) = \{x \in X \mid \varphi(x) = y\}$

Обозначим множество всех нечетких подмножеств числовой оси $F(R)$. Расширенная бинарная арифметическая операция, обозначаемая $\underset{\cdot}{\cdot}$, для нечетких чисел $\mu_A, \mu_B, \mu_C \in F(R)$: $\forall x, y, z \in R$ может быть определена следующим образом:

$$C = A \underset{\cdot}{\cdot} B \Leftrightarrow \mu_C(z) = \max_{z=x\cdot y} \min(\mu_A(x); \mu_B(y)).$$

Отсюда арифметические операции расширенного сложения, вычитания, умножения и деления $(\underline{+}, \underline{-}, \underline{*}, \underline{\div})$ над A, B, C, то есть $\forall \mu_A, \mu_B, \mu_C \in F(R)$ можно интерпретировать как

$$C = A \underline{+} B \Leftrightarrow \mu_C(z) = \max_{z=x+y} \min(\mu_A(x); \mu_B(y));$$

$$C = A \underline{-} B \Leftrightarrow \mu_C(z) = \max_{z=x-y} \min(\mu_A(x); \mu_B(y));$$

$$C = A \underline{*} B \Leftrightarrow \mu_C(z) = \max_{z=xy} \min(\mu_A(x); \mu_B(y));$$

$$C = A \underline{\div} B \Leftrightarrow \mu_C(z) = \max_{z=x/y} \min(\mu_A(x); \mu_B(y)).$$

В [4] показано, что операции над нечеткими числами обладают следующими свойствами:

$$(A \underline{+} B) \underline{+} C = A \underline{+} (B \underline{+} C) \quad (A \underline{*} B) \underline{*} C = A \underline{*} (B \underline{*} C)$$

$$A \underline{+} B = B \underline{+} A \qquad A \underline{*} B = B \underline{*} A$$

$$A \underline{+} (-A) \neq 0 \qquad A \underline{*} (1/A) \neq 1$$

Если A есть положительное или отрицательное нечеткое число и если B, C оба положительные или оба отрицательные нечеткие числа, тогда

$$A \underline{*} (B \underline{+} C) = (A \underline{*} B) \underline{+} (A \underline{*} C).$$

При решении практических задач для реализации арифметических операций над нечеткими числами удобнее пользоваться множествами α уровня. Если A выпуклое нормальное нечеткое число, то множество α уровня $A_\alpha = [\delta_A(\alpha), \gamma_A(\alpha)]$. Носитель нечеткого числа A обозначим S_A. Справедливо утверждение: если $\forall \alpha \in [0,1]$, операция $\underset{\cdot}{\bullet}$ является расширенной бинарной операцией и нормальные унимодальные нечеткие числа A, B, C: $\forall \mu_A, \mu_B, \mu_C \in F(R)$ имеют носители такие, что $\forall x \in S_A$, $x > 0$ или $\forall x \in S_A$, $x < 0$, то будет справедливо следующее:

$$C = A \underset{\cdot}{\bullet} B = \bigcup_\alpha \alpha[\delta_C(\lambda), \gamma_C(\lambda)] \quad \alpha \in [0,1],$$

где

$$\delta_C(\alpha) = \delta_C = \inf\{\delta_A * \delta_B; \gamma_A * \delta_B; \delta_A * \gamma_B; \gamma_A * \gamma_B\};$$

$$\gamma_C(\alpha) = \delta_C = \sup\{\delta_A * \delta_B; \gamma_A * \delta_B; \delta_A * \gamma_B; \gamma_A * \gamma_B\}.$$

Таким образом, выражения для положительных НЧ примут вид:

$$A{+}B = \bigcup_\alpha \alpha[A_\alpha + B_\alpha] = \bigcup_\alpha \alpha[\delta_A + \delta_B, \gamma_A + \gamma_B] \quad \alpha \in [0,1];$$

$$A{-}B = \bigcup_\alpha \alpha[A_\alpha - B_\alpha] = \bigcup_\alpha \alpha[\delta_A - \delta_B, \gamma_A - \gamma_B] \quad \alpha \in [0,1];$$

$$A{*}B = \bigcup_\alpha \alpha[A_\alpha B_\alpha] = \bigcup_\alpha \alpha[\delta_A \delta_B, \gamma_A \gamma_B] \quad \alpha \in [0,1];$$

$$A{\div}B = \bigcup_\alpha \alpha[A_\alpha \div B_\alpha] = \bigcup_\alpha \alpha[\delta_A / \delta_B, \gamma_A / \gamma_B] \quad \alpha \in [0,1].$$

Для построения нашего алгоритма будем использовать нечеткие числа (L–R) типа. Функция принадлежности (L–R) типа удовлетворяет условиям:

$$L(-x) = L(x),\ R(-x) = R(x),\ L(0) = R(0) = 1,$$

где $L(x)$ и $R(x)$ — невозрастающие функции на множестве неотрицательных действительных чисел.

Нечеткое унимодальное число A является нечетким числом (L–R) типа тогда и только тогда, когда

$$\mu_A(x) = L((a - x)/\alpha) \quad \forall x \le 0 \quad \alpha > 0;$$

$$\mu_A(x) = R((x - a)/\beta) \quad \forall x \ge 0 \quad \beta > 0,$$

где a — среднее значение (мода) нечеткого числа, α, β — левый и правый коэффициенты нечеткости соответственно.

Таким образом, нечеткое число представимо в виде тройки параметров $A = (a, \alpha, \beta)$ В качестве функций $L(y)$ и $R(y)$ возможно рассмотреть функции вида $L(y) = R(y) = 1/(1 + y^2)$.

Будем предполагать, что в нашем случае $\alpha = \beta$ Тогда нечеткое число представимо парой (A,α) и формула для времени следующего опроса примет вид:

$$T_{next} = \frac{(A_{now}, A_p) + V_{min}(T_{now}, T_p)}{V_{max} - V_{mi}} + \frac{V_{max} T_{pl} - A_{pl}}{V_{max} - V_{mi}} =$$

$$= \left(\frac{A_{now} - V_{min} T_{now} + V_{max} T_{pl} - A_{pl}}{V_{max} - V_{mi}}; \frac{A_p + V_{min} T_p}{V_{max} - V_{min}} \right).$$

При осуществлении алгоритма контроля с нечеткой исходной информацией возникает еще одна проблема, которой не было в случае четких исходных данных: необходимо по введенному текущему времени и заданному времени следующего момента опроса определить, пора проводить контроль или нет.

Так как и текущее время, и время следующего опроса представляют собой нечеткие числа, то необходимо воспользоваться понятием бинарного отношения, определенного на множестве нечетких множеств [5]. Пусть на универсальном множестве Y задано нечеткое отношение предпочтения $\underline{R}$ с функцией принадлежности $\mu_{\underline{R}}$ $Y \times Y \to [0,1]$ Нечеткое отношение предпочтения $\underline{R}$ индуцирует на класс нечетких подмножеств множества Y нечеткое отношение предпочтения $\underline{R}^*$ с функцией принадлежности:

$$\eta(v_1, v_2) = \sup_{z,y \in Y} \min(\upsilon_1(y), \upsilon_2(z), \mu_R(y,z)).$$

В случае, когда $\mu_{\underline{R}}$ отношение нестрогого порядка, формула примет вид:

$$\eta(v_1, v_2) = \sup_{y \ge z} \min(\upsilon_1(y), \upsilon_2(z)).$$

Справедлива следующая теорема.

Естественный порядок ($\ge$) на числовой оси Y индуцирует нечеткое отношение предпочтения η на классе всех нечетких подмножеств Y, обладающее свойством: для любых двух нормальных выпуклых нечетких множеств v_1, v_2. Выполнено одно из равенств:

$$\eta(v_1, v_2) = 1, \ \eta(v_1, v_2) = \sup_{y \in Y} \min(\upsilon_1(y); \upsilon_2(y)).$$

В нашем случае

$$\eta(A, B) = \sup_{y \ge z} \min \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{y-a}{\alpha} \right)^2}; \frac{1}{1 + \left(\frac{z-b}{\beta} \right)^2} \right\}.$$

Если $a \ge b$, то $\eta(v_1, v_2) = 1$ (рассмотрели $y=a$, $z=b$).

Если $a < b$, то необходимо решить $\frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{\alpha} \right)^2} =$ $= \frac{1}{1 + \left(\frac{x-b}{\beta} \right)^2}$.

Получим

$$X_1 = (\beta\alpha - \alpha\beta)/(\beta - \alpha),$$

$$X_2 = (\beta\alpha + \alpha\beta)/(\beta + \alpha),$$

$$\eta(A, B) = \max(\mu_A(X_1), \mu_A(X_2)).$$

Итак, задача решается следующим образом. Для каждой системы вводится величина «степень важности» I_{mp}: $0 < I_{mp} \le 1$ Если $\eta(T_{now}, T_{next}) \ge I_{mp}$, то систему необходимо проконтролировать. Чем меньше параметр I_{mp}, тем раньше система будет отобрана для контроля.

Оптимизация количества опросов

Разработанный ранее алгоритм опросов является разумным в том смысле, что получаемая при этом частота опросов будет достаточной для достижения системой цели за счет использования внутренних ресурсов подсистем.

Представляет определенный интерес также оптимизация частоты опросов по критерию минимальных потерь в системе.

Рассмотрим систему, состоящую из k подсистем S_i, $i=1,2,\ldots,k$. В управляющий центр системы S поступает информация от каждой из подсистем S_i $i=1,2,\ldots,k$. Необходимо выбрать оптимальное количество опросов для каждой из них. Пусть E — полное количество информации о всей системе, $H(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ — неопределенность нашего знания о системе при выбранных количествах опросов. Тогда $(E-H)$ — количество информации о системе, полученное в результате опросов.

Будем считать, что нам известны две величины: q_1 — стоимость получения и обработки единицы информации, q_2 — стоимость единицы недостающей информации (неопределенности). Из-за существования неопределенности в системе возникают потери. Тогда основной задачей при выборе оптимального количества опросов является минимизация функции:

$$F = (E - H(n_1, n_2, \ldots, n_k))q_1 + H(n_1, n_2, \ldots, n_k)q_2. \quad (*)$$

Перепишем функцию F в виде:

$$F = Eq_1 - H(n_1, n_2, \ldots, n_k)(q_2 - q_2).$$

Учитывая, что Eq_1 константа и обозначив $q=q_2-q_1$, получаем, что задача сводится к минимизации функции:

$$F = H(n_1, n_2, \ldots, n_k)q. \quad (**)$$

Очевидно, что при $q_2 \le q_1$ система контроля не нужна. Поэтому будем рассматривать случай $q_2 > q_1$.

При минимизации функции F необходимо учесть следующее ограничение:

$$\sum_{i=1}^{k} t_i n_i \le W, \quad (***)$$

где t_i — время обработки информации, полученной при проведении одного опроса подсистемы S_i, $i = 1, 2, \ldots, k$. W — время, отводимое на обработку информации, поступившей в результате всех опросов в системе. Иными словами, W характеризует пропускную способность управляющей части системы.

Решение задачи (**)—(***) зависит от вида функции $H(n_1, n_2, \ldots, n_k)$.

Рассмотрим две возможные ситуации.

Случай 1:

Будем предполагать, что $H(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \sum_{i=1}^{k} H_i(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ Пусть процесс накопления неопределенности в каждой из k подсистем является стационарным и не зависит от накопления неопределенности в других подсистемах. Легко показать, что в этом случае функция $H_i(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ принимает вид $H_i = c_i / n_i$, где c_i — постоянные определяемые по характеристикам процесса движения подсистемы S_i к некоторой цели.

Таким образом, в случае стационарного накопления неопределенности в каждой из подсистем задача имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{c_i}{n_i} \to \min, \quad \sum_{i=1}^{k} t_i n_i \le W.$$

Решив данную задачу, получим:

$$n_i = \frac{W}{\sum_{i=1}^{k} \sqrt{c_i t_i}} * \sqrt{\frac{c_i}{t_i}}$$

Случай 2.

Рассмотрим ситуацию, когда скорость накопления неопределенности в подсистеме зависит не только от числа опросов в этой подсистеме, но и от числа опросов других подсистем.

То есть $H_i(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \sum_{j=1}^{k} \frac{c_i^j}{n_j}$, где c_i^j — постоянные, характеризующие влияние неопределенности в j-ой подсистеме на величину неопределенности в i-ой подсистеме. Пусть q_i — стоимость единицы неопределенности в i-ой подсистеме.

Целевая функция: $F = \sum_{i=1}^{k} q_i \sum_{j=1}^{k} \frac{c_i^j}{n_j}$. Преобразуем это выражение: $F = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \frac{c_i^j}{n_j} q_i = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{k} \frac{c_i^j}{n_j} q_i = \sum_{j=1}^{k} \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{k} c_i^j q_i$.

Получили, что данный случай аналогичен случаю 1, где в качестве c_i выступает величина $c_i = \sum_{i=1}^{k} c_i^j q_i$

Теперь для каждой подсистемы S_i мы имеем два значения числа опросов n_i^1 и n_i^2 Первое получено при решении задачи минимизации потерь в системе, второе при реализации описанного ранее алгоритма контроля. Второе значение зависит от режима движения подсистемы к цели, и можно заранее определить лишь число профилактических опросов. Несовпадение этих величин может свидетельствовать о том, что мы неверно оценили величины минимальной и максимальной скоростей движения подсистемы к цели.

Найдем значения V_{max} и V_{mi} при которых $n_i^1 = n_i^2$.

Пусть $n_i^1 = n_i^2 = n^*$ Подставим n^* в формулу для числа профилактических опросов:

$$\gamma^{n+1} = 1 - \frac{T_{pl} - \Delta_T}{T_{pl}}.$$

Отсюда:

$$\gamma^* = \sqrt[(n^*+1)]{1 - \frac{T_{pl} - \Delta_T}{T_{pl}}}, \quad \gamma^* = \frac{V_0 - V_{min}}{V_{max} - V_{mi}},$$

где $V_0 = A_{pl} / T_{pl}$;

$$g^*(V_{max} - V_{min}) = V_0 - V_{mi} \quad \gamma^* V_{max} = V_0 + (\gamma^* - 1) V_{mi}$$

Получили $V_{max} = \dfrac{\gamma^* - 1}{\gamma^*} V_{min} + \dfrac{V_0}{\gamma^*}$.

Обобщенный алгоритм контроля

На основании полученных результатов сформулируем обобщенный алгоритм контроля:

1. Для каждой из подсистем задаем исходные данные.
2. Определяем оптимальное число опросов по критерию минимальных потерь в системе.
3. Определяем число профилактических опросов.
4. Определяем скорости V_{min} и V_{max}, при которых оптимальное число опросов совпадает с числом профилактических опросов.
5. Используя метод парных сравнений, определяем первоначальные оценки подсистем.
6. В зависимости от текущего времени определяем, какие подсистемы надо проконтролировать.

7 Если для контроля было отобрано несколько подсистем, то:

– случай четких исходных данных: определяем оценки значимости подсистем и осуществляем контроль в порядке, соответствующем данным оценкам;

– случай нечетких исходных данных: порядок контроля подсистем определяется первоначальными оценками подсистем.

8. Осуществляем контроль: определяем выполненный объем работы и рассчитываем время следующего момента контроля. В случае четких исходных данных оцениваем трудность достижения цели.

С использованием рассмотренных соображений были проведены многочисленные экспериментальные расчеты.

Литература

1. *Бабунашвили М.К., Бермант М.А., Руссман И.Б.* Контроль и управление в организационных системах // Экономика и математические методы. — 1969. — Т. V. — Вып. 2.

2. *Бабунашвили М.К. Бермант М.А. Руссман И.Б.* Оперативное управление в организационных системах // Экономика и математические методы. — 1971. — Т. VII. — Вып. 3.

3. *Каплинский И.К., Руссман И.Б. Умывакин В.М.* Моделирование и алгоритмизация слабоформализованных задач выбора наилучших вариантов систем. — Воронеж, Изд-во Воронежского гос. ун-та, 1991.

4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта /Под ред. Д. А. Поспелова. — М.: Наука, 1986.

5. *Орловский С.А.* Проблемы принятия решения при нечеткой информации. — М.: Наука, 1981.