Вестник ВГУ. Серия: Экономика и управление. 2024. № 1. С. 16–24.
Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management. (1), 16–24.

Вестник Воронежского государственного университета
Серия: Экономика и управление

Математические и инструментальные методы в экономике

Научная статья
УДК 330.4; 658.71
DOI: https://doi.org/10.17308/econ.2024.1/11838
JEL: C57; H57

«Умный университет»: справедливое распределение студентов по учебным профилям

Ю. М. Васильев[1], Е. В. Глазунова[2], Г. М. Фридман[3]✉

[1, 2, 3] Санкт-Петербургский государственный экономический университет, ул. Садовая, 21, 191023, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предмет. Одним из этапов реализации информационной системы «Умный университет» в Санкт-Петербургском государственном экономическом университете, цель которой – повышение эффективности и качества обучения в университете посредством автоматизации различных процессов, является разработка математической модели, позволяющей оптимизировать процесс распределения студентов по учебным профилям.
Цель. Статья посвящена математической постановке задачи поиска справедливого распределения студентов по учебным профилям с учетом их предпочтений и успеваемости.
Метод. Модель разработана на базе двусторонних рынков вида один на много, вводится понятие стабильности, а также конфликтов для рассматриваемого типа рынка.
Результаты. Апробация произведена на полномасштабных данных СПбГЭУ при распределении студентов на профили направления «Экономика». Числовые результаты демонстрируют возможность использования модели для решения поставленной задачи, наличие минимального количества конфликтов.

Ключевые слова: распределение студентов по учебным профилям, двусторонние рынки, сочетания, стабильное распределение, нижняя граница, математическое программирование.

Для цитирования: Васильев, Ю. М., Глазунова, Е. В., & Фридман, Г. М. (2024). «Умный университет»: справедливое распределение студентов по учебным профилям. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, (1), 16–24. DOI: https://doi.org/10.17308/econ.2024.1/11838

Введение

Целью проекта «Умный университет» является повышение качества, эффективности и управляемости учебного процесса университета за счет использования и внедрения математических методов и подходов к решению задач, возникающих при осуществлении его различных этапов.

Задачи поиска распределений:

– выстраивание эффективного процесса распределения студентов направления подготовки по учебным профилям;

– создание конструктора учебных планов основных профессиональных образовательных программ;

– автоматизация процесса распределения учебной нагрузки кафедры с учетом предпочтений преподавателей (Ивахненко, 2021).

Задача планирования расписаний:

– формирование оптимального расписания занятий в университете на семестр.

Задачи аналитики:

– аналитика проведенной приемной кампании университета;

– предикативная учебная аналитика для университета.

Результатом проекта является коллекция математических моделей, совокупность которых представляет собой математическое ядро информационной системы «Умный университет» для автоматизации решения указанных задач в рамках осуществления учебного процесса в Санкт-Петербургском государственном экономическом университете (СПбГЭУ).

В 1962 Д. Гейл и Ллойд Шепли предложили модель двустороннего рынка и алгоритм для задачи марьяжа и распределения абитуриентов по университетам, где у университетов есть ограничение сверху на количество принимаемых студентов (Gale & Shapley, 2013). С тех пор модели двусторонних рынков находили широкое приложение в различных задачах (Manlove, 2013; Manlove et al., 2002).

В данной работе рассматривается предлагаемый процесс распределения студентов по учебным профиля университета, который будет генерировать справедливое решение на базе двусторонних рынков. Пусть в университете имеются направления подготовки, где студентам после первого года обучения предлагается выбрать дальнейший профиль. В своих личных кабинетах студенты ранжируют профили в порядке наибольшей привлекательности: первый профиль в списке предпочтений студента – самый привлекательный для него профиль, последний профиль в списке предпочтений студента – наименее привлекательный профиль для данного студента. Также у студента есть возможность не ранжировать профили. Профили при отборе студента на свою программу обучения смотрят на успеваемость студента. Каждый из профилей имеет возможность открыть несколько групп с заданными для профиля минимальными и максимальными значениями количества студентов. Группа профиля не может принять студентов больше, чем заданное число верхней границы. Также если для профиля не открылось ни одной группы, то данный профиль обязаны закрыть на год. Если необходимое количество студентов выбрало профиль первым приоритетом, то данный профиль необходимо обязательно открыть. Исходя из входной информации, необходимо найти справедливое распределение студентов по учебным профилям при максимизации удовлетворенности студентов с учетом ограничений профилей.

Данная задача может быть рассмотрена как задача о поиске стабильного распределения на двустороннем рынке, где в качестве сторон рынка будут выступать студенты и профили с нестрогими предпочтениями.

В работе Gale & Shapley (2013) впервые был предложен алгоритм, позволяющий находить стабильное распределение для задачи распределения абитуриентов по университетам, где у университетов есть ограничение сверху по количеству абитуриентов, которое они могут принять. Далее было проведено множество исследований о количестве абитуриентов, назначенных каждому университету, и возможности добавления ограничения снизу. Так, в работе Roth (1986) было показано, что во всех стабильных распределениях количество абитуриентов, назначенное университетам, совпадает, поэтому невозможно найти распределение, где менее популярным университетам было бы назначено больше абитуриентов. Кроме того, было показано, что при введении ограничения снизу стабильного распределения может не существовать вовсе (Fragiadakis et al., 2015).

В работе Monte & Tumennasan (2013) был предложен неманипулируемый Парето-эффективный алгоритм для распределения работников по проектам фирмы, где на каждый проект необходимо назначить работников, количество которых – в пределах заданных нижней и верхней границ, или не назначать вовсе, однако предпочтения есть только у работников по проектам. Эта задача является расширением известной задачи о распределении домов (*house allocation problem*) (Hylland & Zeckhauser, 1979).

Однако, если предпочтения агентов нестрогие, то количество абитуриентов, назначенных университетам, может быть различным (Diebold & Bichler, 2017). Модель целочисленной оптимизации для решения задачи определения распределения с максимальным количеством агентов, участвующих в распределении, была предложена Rothblum (1992), однако такая задача является NP-полной (Manlove et al., 2002). Существуют различные подходы, позволяющие находить распределение на двустороннем рынке вида один на много с ограничением снизу, например на базе матроидов для поиска распределения (Fleiner & Kamiyama, 2016). Однако было показано, что алгоритмы, используемые для поиска распределения с ограничениями по количеству агентов, которые должны быть назначены одной из сторон, часто являются неэффективными по Парето (Kamada & Kojima, 2015).

В данной работе предлагается подход на основе целочисленного программирования для решения задачи поиска распределения студентов по учебным профилям.

Работа состоит из следующих частей: описание задачи, где представлена формальная постановка задачи; методы исследования, где описывается методология исследования, а также предлагаемая математическая модель; результаты, где приводятся числовые результаты для предложенной математической постановки; обсуждение результатов, в которой сравниваются существующие подходы с предлагаемым; заключение.

Описание задачи

Дан университет, в котором имеется множество учебных профилей C. В университете обучается некоторое множество студентов S, которым необходимо проранжировать профили в порядке предпочтительности. Так определяются нестрогие полные предпочтения $P_s(C)$ для каждого студента $s \in S$ по множеству профилей. По результатам успеваемости студентов S могут быть получены нестрогие полные предпочтения $P_c(S)$ профилей по множеству студентов, где $c \in C$.

Университет для каждого профиля $c \in C$ определяет максимальное количество групп g_c, которые могут быть открыты для профиля $c \in C$. Также университет определяет нижнюю и верхнюю квоты $\underline{q}_c$ и $\overline{q}_c$ для каждой открываемой группы профиля $c \in C$ (Roth, 2008). На каждую открытую группу профиля не может быть распределено меньше студентов, чем $\underline{q}_c$, если на группу нельзя назначить хотя бы $\underline{q}_c$ студентов, то группа не открывается. Если ни одна группа профиля не открывается, то данный профиль должен быть закрыт на рассматриваемый учебный год. Также на каждую группу не может быть назначено более $\overline{q}_c$ студентов.

Некоторые учебные профили обязательно должны быть открытыми. Пусть $C_{open} \subset C$ – подмножество профилей, которые должны быть обязательно открыты.

Необходимо найти распределение студентов по учебным профилям таким образом, чтобы максимизировать значение следующих критериев оптимизации:

– удовлетворенность студентов и профилей от распределения;

– количество открытых профилей, при этом каждый студент должен быть распределен ровно на один профиль, а в каждый профиль должно быть распределено студентов в пределах квот, определяемыми требованиями университета.

Методы исследования

Если профиль может набрать несколько групп студентов, то максимальное количество групп g'_c, которое может быть открыто на профиле $c \in C$, определяется следующим образом:

$$g'_c = \min\left\{ g_c, \frac{|S| - \sum_{c' \in C_{open} \setminus \{c\}} \underline{q}_{c'}}{\underline{q}_c} \right\}.$$

Пусть распределение $\mu \subset S \times C$ – подмножество пар; $\mu(s) \in C$ – множество профилей, в который назначен студент s; $\mu \subseteq S$ – множество студентов, которые назначены на профиль c.

Распределение μ является допустимым, если верно, что:

1) $|\mu(s)| = 1$, $\forall s \in S$ – каждый студент распределен ровно в один профиль;

2) на каждый группу профиля студентов назначено в пределах квоты, т. е. существует целое неотрицательное число z_c, означающее количество открытых групп на профиле $c \in C$, такое, что $\underline{q}_c z_c \le |\mu(c)| \le \overline{q}_c z_c$ и $1 \le z_c \le g'_c$, если $c \in C_{open}$, и $\underline{q}_c z_c \le |\mu(c)| \le \overline{q}_c z_c$ и $0 \le z_c \le g'_c$, если $c \notin C_{open}$ – для каждого открытого профиля количество студентов, назначенных на каждую группу профиля, в пределах квоты.

Если предпочтения агентов нестрогие, то выделяется несколько видов стабильности (Irving, 1994); в данной работе рассматривается слабо-стабильное распределение.

Допустимое распределение μ называется слабо-стабильным, если выполнены следующие условия:

1) не существует блокирующей пары $(s, c) \in S \times C \setminus \mu$ и c – открытый профиль:

a) $c \succ_s c',\ c' \in \mu(s)$ – профиль блокирующей пары строго предпочтительнее профиля, назначенного студенту s в распределении;

b) $\exists s' \in \mu(c)\colon s \succ_c s' \vee |\mu(c)| < \bar{q}_c z_c$ – студент из блокирующей пары строго предпочтительнее хотя бы одного студента, назначенного на профиль c или верхняя квота c не исчерпана;

2) не существует блокирующей коалиции, т. е. закрытого профиля c или неоткрытой группы на профиле и подмножества студентов $S' \subset S: |S'| \ge \underline{q}_c$, таких, что $c \succ_s c',\ c' \in \mu(s)$, $\forall s \in S$ – профиль блокирующей коалиции строго предпочтительнее профиля, в который назначен каждый студент блокирующей коалиции.

В работе Boehmer & Heeger (2022) было показано, что задача поиска распределения, где каждой группе профиля может быть назначено студентов в пределах заданных верхней и нижней границ или не назначено вовсе, является NP-полной.

Данная задача может быть рассмотрена как задача целочисленного программирования (Мину, 1990).

Пусть $weight(s),\ \forall s \in S$ означает весовой коэффициент, вычисляемый на основе средневзвешенного балла студента s. Данный коэффициент характеризует важность минимизации количества блокирующих пар и коалиций, в которых участвует студент s.

Пусть $util_{sc},\ x_{sc},\ \forall (s,c) \in S \times C$ – полезность для студента s от назначения на профиль c. Полезность вычисляется на основе предпочтений студента.

Для задачи определяются следующие переменные:

– $x_{sc},\ \forall (s,c) \in S \times C$ – бинарная переменная, принимающая значение 1, если студент s назначен на профиль c, и 0 в обратном случае;

– $w_{sc},\ \forall (s,c) \in S \times C$ – бинарная переменная, принимающая значение 1, если пара (s, c) – блокирующая пара для слабо-стабильного распределения, и 0 в обратном случае;

– $z_c,\ \forall c \in C$ – целочисленная переменная, означающая количество групп, открываемых на профиле c;

– $f_c,\ \forall c \in C$ – бинарная переменная, принимающая значение 1, если на профиле c открыто менее g_c' групп (то есть могут существовать блокирующие коалиции для профиля c);

– $y_c,\ \forall\ c \in C$ – бинарная переменная, принимающая значение 1, если для профиля c существует коалиция, блокирующая слабо-стабильное распределение, и 0 в обратном случае;

– $r_{sc},\ \forall (s,c) \in S \times C$ – бинарная переменная, принимающая значение 1, если для профиля c открыто менее g_c' групп и существует блокирующая коалиция (слабо-стабильного распределения), в которую входит студент s, и 0 в обратном случае;

– $a_c,\ \forall c \in C \setminus C_{open}$ – бинарная переменная, принимающая значения 1, если хотя бы одна группа направления c открылась.

Критерий оптимизации, обеспечивающий минимум числа блокирующих пар и количества студентов, участвующих в блокирующих коалициях для слабо-стабильного распределений, имеет вид

$$\sum_{s \in S} \sum_{c \in C} weight(s)(w_{sc} + r_{sc}) \to \min. \tag{1}$$

Критерий оптимизации, позволяющий максимизировать число открытых профилей, может быть сформулирован следующим образом:

$$\sum_{c \in C \setminus C_{open}} a_c \to \max. \tag{2}$$

Максимизация полезности распределения для студентов:

$$\sum_{s \in S} \sum_{c \in C} util_{sc} x_{sc} \to \max. \tag{3}$$

При этом каждый студент должен быть распределен ровно на один профиль:

$$\begin{gathered} \sum_{c \in C} x_{sc} = 1 \\ \forall\, s \in S. \end{gathered} \tag{4}$$

Каждая группа профиля или не открывается, или на каждую группу назначено студентов в пределах квоты:

$$\begin{gathered} \underline{q}_c \cdot z_c \le \sum_{s \in S} x_{sc}; \\ \sum_{s \in S} x_{sc} \le \bar{q}_c \cdot z_c; \\ \forall\, c \in C. \end{gathered} \tag{5}$$

Ограничения, определяющие блокирующие пары (слабо-стабильного распределения):

$$\begin{gathered} |S| x_{sc} + \sum_{\substack{s' \succeq_c s: \\ s' \ne s}} x_{s'c} + |S| \sum_{\substack{c' \succeq_s c \\ c' \ne c}} x_{sc'} \ge \bar{q}_c z_c - |S| w_{sc}; \\ \forall (s,c) \in S \times C. \end{gathered} \tag{6}$$

Ограничения, определяющие блокирующие коалиции (слабо-стабильного распределения):

$$\begin{gathered} \sum_{s \in S} \sum_{c \succ_s c'} x_{sc'} \le \underline{q}_c - 1 + |S|(1 - f_c) + |S| y_c; \\ \forall\, c \in C; \end{gathered} \tag{7}$$

$$r_{sc} \geq \sum_{c \succ_s c'} x_{sc'} + y_c - 1; \quad \forall (s,c) \in S \times C. \tag{8}$$

Ограничения, связывающие количество открытых групп и переменную типа f:

$$g_c f_c \geq g'_c - z_c; \quad \forall c \in C. \tag{9}$$

Ограничения, определяющие, открылось ли направление:

$$g_c a_c \geq z_c; \quad \forall c \in C. \tag{10}$$

Естественные ограничения:

$$\begin{aligned} & x_{sc}, w_{s,c}, r_{s,c} \in \{0,1\} \quad \forall (s,c) \in S \times C; \\ & z_c \in \{1,\ldots,g_c\} \quad c \in C_{open}; \\ & z_c \in \{0,\ldots,g_c\} \quad c \in C \setminus C_{open}; \\ & a_c \in \{0,1\} \quad c \in C \setminus C_{open}; \\ & f_c, y_c \in \{0,1\} \quad c \in C. \end{aligned} \tag{11}$$

Результаты

Реализация представленных способов решения выполнена в Wolfram Mathematica 13.2[1] с использованием коммерческого оптимизатора Cardinal Optimizer[2].

Расчеты были произведены для исходных данных, обладающих следующими характеристиками:

– 316 студентов, где 123 студента бюджетной формы обучения, 193 студента контрактной формы обучения;

– семь профилей, в четырех из которых обязательно должна открыться хотя бы одна группа, но не более пяти, на одном профиле должны открыться ровно пять групп, для оставшихся двух профилей максимальное число возможных открытых групп составляет пять;

– диапазоны допустимого количества студентов в группе для всех профилей одинаковы и равны от 25 до 36 человек;

– весовые коэффициенты дисциплин равны и одинаковы для всех профилей;

– девять студентов индифферентны в выборе между всеми профилями.

По результатам расчета, выполненного по математической постановке (1)–(11), 269 студентов были распределены по первому приоритету, 26 – по второму, 11 – по третьему и один студент по четвертому приоритету (88 % проголосовавших студентов распределены по первому приоритету). Задача многокритериальной оптимизации решалась лексикографическим методом (Charnes & Cooper, 1962), поиск решения оптимизатором занял 353 секунды.

При заданных параметрах расчета не существует слабо-стабильного распределения, в решении 29 блокирующих пар, при этом блокирующие коалиции отсутствуют.

Для профиля «Финансы и кредит» было открыто пять групп, для профилей «Экономика предприятий и организаций» и «Математическое моделирование и анализ данных в экономике» было открыто две группы, для остальных (кроме профиля «Статистический анализ и моделирование социально-экономических процессов», который закрыт) было открыто по одной группе. Для каждого профиля количество студентов, назначенных им, имеет вид: «Финансы и кредит» – 125, «Экономика предпринимательства» – 31, «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» – 28, «Экономика предприятий и организаций» – 55, «Мировая экономика и международные рынки» – 25, «Математическое моделирование и анализ данных в экономике» – 52, «Статистический анализ и моделирование социально-экономических процессов» – 0.

Обсуждение результатов

Как правило, при решении задач поиска распределения на рынке вида один на много, где агентам одной стороны может быть назначено 0 или в пределах от минимальной до максимальной границы агентов другой стороны, используются алгоритмы на основе модификации алгоритма Гейла – Шепли (Gale & Shapley, 2013). Например, в работе Bir et al. (2010) описан алгоритм, используемый при распределении студентов по учебным курсам. Этот алгоритм предполагает последовательный запуск алгоритма Гейла – Шепли и исключение тех курсов, где происходит нарушение минимальной квоты на количество студентов. Преимуществом этого алгоритма является быстродействие, а недостатком – возможность получения распределения с блокирующими коалициями или вовсе отсутствие решения даже в тех случаях, когда допустимое распределение существует.

[1] Документация Wolfram Mathematica. URL: https://reference.wolfram.com/language/

[2] Документация Cardinal Optimizer (COPT). URL: https://arxiv.org/pdf/2208.14314.pdf

В сравнении с алгоритмом (Bir et al., 2010) модель, предложенная в данной работе, всегда возвращает слабо-стабильное распределение, если такое существует, или распределение с минимальным числом блокирующих пар и студентов, участвующих в конфликтах, в обратном случае. В то же время задача целочисленного программирования является вычислительно сложной, поэтому показывает меньшее быстродействие, но тем не менее позволяет получить решение на полномасштабных данных за разумное время.

Заключение

В статье предложена точная математическая постановка и числовое решение задачи о поиске стабильного распределения (или, при его отсутствии, около-стабильного распределения) студентов некоторого направления подготовки по учебным профилям университета.

Математическая постановка представляет собой многокритериальную задачу целочисленного программирования, в которой используются следующие критерии оптимизации: минимизация блокирующих пар и количества студентов, участвующих в блокирующих коалициях для слабо-стабильного распределения, максимизация количества открываемых на этот год профилей, а также максимизация удовлетворенности студентов от распределения по профилям.

Математическая модель может быть рассмотрена не только как инструмент, позволяющий решать поставленную задачу автоматически, но и как средство поддержки принятия решений, который позволяет эксперту варьировать порядок критериев оптимизации, их весовые коэффициенты, использовать различные методы поиска решения многокритериальных задач, а также выбирать наиболее эффективное, с точки зрения эксперта, решение. При этом за счет подхода на основе математического программирования в модель могут быть добавлены (либо исключены) дополнительные критерии оптимизации и ограничения. В качестве дополнительных критериев оптимизации могут выступать: минимизация количества создаваемых групп, куда распределяются студенты, так как дополнительные учебные группы создают дополнительную финансовую нагрузку университету; максимизация функции полезности профилей и др.

Возможность варьирования параметров модели обеспечивает гибкость подхода и позволяет принимать во внимание ресурсы и пожелания кафедр. Ресурсы кафедры учитываются за счет ввода информации о минимальном и максимальном размере групп на профиле, а также о минимальном и максимальном количестве групп на профиле. Пожелания каждой кафедры могут быть учтены за счет задания весовых коэффициентов для дисциплин, на основе которых вычисляется средневзвешенный балл студента и, как следствие, предпочтения профилей по студентам.

К дальнейшим исследованиям относится изучение возможности ускорения расчета, в частности за счет включения дополнительных секущих плоскостей. В данной работе рассмотрен только один вид стабильности – слабо-стабильное распределение. Другие виды стабильности, такие как сильно-стабильное и супер-стабильное, также стоит изучить. Однако при построении моделей с более «сильными» видами стабильности прогнозируется значительное увеличение времени поиска оптимального решения, что также требует дополнительного изучения.

Результатом исследования является математическая модель для решения задачи распределения студентов по учебным профилям как задачи о поиске стабильного распределения на двустороннем рынке. Такая модель является частью математического ядра информационной системы «Умный университет», предназначенной для автоматизации решения задач в рамках осуществления учебного процесса в Санкт-Петербургском государственном экономическом университете (СПбГЭУ).

Конфликт интересов

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Список литературы

1. Ивахненко, Д. А. (2021). Применение моделей двусторонних рынков в задаче распределения учебной нагрузки между преподавателями кафедры. *Современная экономика: проблемы и решения*, *9*, 16–28. [Ivakhnenko, D. A. (2021). Application of Two-Sided Market Models in the Problem of Distributing the Teaching Load Between Teachers of the Department. *Modern Economics: Problems and Solutions*, *9*, 16–28. (In Russian).] https://doi.org/10.17308/meps.2021.9/2667

2. Мину, М. (1990). *Математическое программирование. Теория и алгоритмы*. Москва: Наука. [Minu, M. (1990). *Mathematical programming. Theory and algorithms*. Moscow: Nauka Publ. (In Russian).]

3. Bir, P., Fleiner, T., Irving, R. W., & Manlove, D. F. (2010). The College Admissions problem with lower and common quotas. *Theoretical Computer Science*, *411*(34–36), 3136–3153. https://doi.org/10.1016/j.tcs.2010.05.005

4. Boehmer, N., & Heeger, K. (2022). A Fine-grained View on Stable Many-to-one Matching Problems with Lower and Upper Quotas. *ACM Transactions on Economics and Computation*, *10*(2). https://doi.org/10.1145/3546605

5. Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. New York, John Wiley and Sons.

6. Diebold, F., & Bichler, M. (2017). Matching with indifferences: A comparison of algorithms in the context of course allocation. *European Journal of Operational Research*, *260*(1), 268–282. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.011

7. Fleiner, T., & Kamiyama, N. (2016). A matroid approach to stable matchings with lower quotas. *Mathematics of Operations Research*, *41*(2), 734–744. https://doi.org/10.1287/moor.2015.0751

8. Fragiadakis, D., Iwasaki, A., Troyan, P., Ueda, S., & Yokoo, M. (2015). Strategyproof matching with minimum quotas. *ACM Transactions on Economics and Computation*, *4*(1). https://doi.org/10.1145/2841226

9. Gale, D., & Shapley, L. S. (2013). College admissions and the stability of marriage. *American Mathematical Monthly*, *120*(5), 386–391. https://doi.org/10.4169/amer.math.monthly.120.05.386

10. Hylland, A., & Zeckhauser, R. (1979). The Efficient Allocation of Individuals to Positions. *Journal of Political Economy*, *87*(2), 293–314. https://doi.org/10.1086/260757

11. Irving, R. W. (1994). Stable marriage and indifference. *Discrete Applied Mathematics*, *48*(3), 261–272. https://doi.org/10.1016/0166-218X(92) 00179-P

12. Kamada, Y., & Kojima, F. (2015). Efficient matching under distributional constraints: Theory and applications. *American Economic Review*, *105*(1), 67–99. https://doi.org/10.1257/aer.20101552

13. Manlove, D. (2013). *Algorithmics of Matching Under Preferences*. World Scientific. https://doi.org/https://doi.org/10.1142/8591

14. Manlove, D. F., Irving, R. W., Iwama, K., Miyazaki, S., & Morita, Y. (2002). Hard variants of stable marriage. *Theoretical Computer Science*, *276*(1–2), 261–279. https://doi.org/10.1016/S0304-3975(01) 00206-7

15. Monte, D., & Tumennasan, N. (2013). Matching with quorums. *Economics Letters*, *120*(1), 14–17. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2013.03.007

16. Roth, A. E. (1986). On the Allocation of Residents to Rural Hospitals: A General Property of Two-Sided Matching Markets. *Econometrica*, *54*(2), 425-427. https://doi.org/10.2307/1913160

17. Roth, A. E. (2008). Deferred acceptance algorithms: History, theory, practice, and open questions. *International Journal of Game Theory*, *36*(3–4), 537–569. https://doi.org/10.1007/s00182-008-0117-6

18. Rothblum, U. G. (1992). Characterization of stable matchings as extreme points of a polytope. *Mathematical Programming*, *54*(1–3), 57–67. https://doi.org/10.1007/BF01586041

Васильев Юрий Михайлович, старший преподаватель, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: vas_yu_m@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-1189-7138

Глазунова Екатерина Валерьевна, аспирант, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: katarina.glazunova97@inbox.ru

ORCID ID: 0000-0001-9936-8961

Фридман Григорий Морицович, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: grifri@finec.ru

ORCID ID: 0000-0001-9876-4276

Поступила в редакцию 26.12.2023
Подписана в печать 30.01.2024

Proceedings of Voronezh State University
Series: Economics and Management

Mathematical and Quantitative Methods

Original article
UDC 519.863
DOI: https://doi.org/10.17308/econ.2024.1/11838
JEL: C61

"Smart University": fair matching of students to academic trajectories

Yu. M. Vasiliev[1], E. V. Glazunova[2], G. M. Friedman[3]✉

[1, 2, 3] St. Petersburg State University of Economics, 21 Sadovaya str., 21, 191023, St. Petersburg, Russian Federation

Subject. The goal of "Smart University" information system is to increase the efficiency and quality of the academic process at Saint Petersburg State University of Economics through the automation of its various aspects and phases which is based on mathematical modelling. The optimization model of finding a fair matching of students to academic trajectories is discussed in the paper as a mathematical kernel of one of the information system's components.
Objectives. The goal of the paper is to provide an exact mathematical formulation and corresponding numerical results to the problem of finding a fair matching of students to academic trajectories, their preferences and academic performance was taken into account.
Method. The optimization model was developed to find a matching in the many-to-one two-sided market, the corresponding concept of stable matching and conflicts was discussed.
Results. The optimization model of finding a fair matching was verified by numerical simulations with the full-scale data for the students of the "Economics" academic program of the Saint Petersburg State University of Economics. Numerical results demonstrated the effectiveness of the proposed model in finding a fair matching with a minimum number of conflicts and with a maximal level of satisfaction of agents from both sides of the market (students and academic trajectories) with the matching obtained.

Keywords: matching problem of students to academic trajectories, two-sided matching market, stable matching, lower quota, mathematical programming.

For citation: Vasiliev, Yu. M., Glazunova, E. V., & Friedman, G. M. (2024). "Smart University": fair matching of students to academic trajectories. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*, (1), 16–24. DOI: https://doi.org/10.17308/econ.2024.1/11838

Conflict of Interest

The authors declare that there are no obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Yuriy M. Vasiliev, Assist. Prof., Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation
E-mail: vas_yu_m@mail.ru
ORCID ID: 0000-0002-1189-7138

Ekaterina V. Glazunova, Postgraduate Student, Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation
E-mail: katarina.glazunova97@inbox.ru
ORCID ID: 0000-0001-9936-8961

Gregory M. Fridman, Dr. Sci. (Eng.), Full Prof., Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation
E-mail: grifri@finec.ru
ORCID ID: 0000-0001-9876-4276

Received 26.12.2023
Accepted 30.01.2024