



Математические и инструментальные методы экономики

Научная статья

УДК 519.854.2

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2024.3/12280>

JEL: C44; C61

Маршрутизация маневрового локомотива на путях необщего пользования для формирования грузовых составов с учетом обработки блокирующих вагонов

Ю. М. Васильев¹, Е. В. Глазунова², Г. М. Фридман^{3✉}

^{1,2,3} Санкт-Петербургский государственный экономический университет, ул. Садовая, 21,
191023, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предмет. Одной из основных задач управления на железнодорожных путях необщего пользования является сбор грузовых вагонов на выделенных путях с целью формирования состава, предназначенного к отправке со станции. Оптимизационная математическая модель позволит автоматизировать этот процесс и повысить эффективность и рациональность решений, принимаемых транспортными диспетчерами.

Цель. Статья посвящена формированию математической постановки для задачи сборки грузовых составов на путях необщего пользования железнодорожной станции ветвистого типа при помощи маневрового локомотива.

Метод. Модель разработана на базе методов и подходов к поиску точного решения задач многокритериальной целочисленной оптимизации.

Результаты. Апробация модели выполнена на синтетических исходных данных для выделенного участка железнодорожных путей ветвистой грузовой станции. Полученные числовые результаты демонстрируют возможность использования модели для решения поставленной задачи за приемлемое время.

Ключевые слова: пути необщего пользования, ветвистая грузовая железнодорожная станция, сбор вагонов, смешанное программирование.

Для цитирования: Васильев, Ю. М., Глазунова, Е. В., & Фридман, Г. М. (2024). Маршрутизация маневрового локомотива на путях необщего пользования для формирования грузовых составов с учетом обработки блокирующих вагонов. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, (3), 5–18. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2024.3/12280>

Введение

В соответствии с «Уставом железнодорожного транспорта РФ» железнодорожные пути необщего пользования (далее – ПНП) – это железнодорожные подъездные пути, предназначенные для обслуживания определенных пользователей услугами железнодорожного транспорта на условиях договоров или выпол-

нения работ для собственных нужд¹. В последнее время растет количество внутризаводских железнодорожных станций, усложняется топология ПНП на них, увеличивается число вагонов и платформ, предназначенных для формирования и отправления грузовых поездов, погрузки/разгрузки и т. п. Работа диспетчерского персонала при возрастании числа объектов

© Васильев Ю. М., Глазунова Е. В., Фридман Г. М., 2024
© Материал доступен на условиях лицензии CC BY 4.0

¹ Устав железнодорожного транспорта Российской Федерации : федер. закон от 10 января 2003 г. № 18-ФЗ. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».

управления становится все менее эффективной и может привести к принятию недостаточно рациональных управленческих решений (Сиразетдинова, 2012). Как следствие, возникает необходимость построения и использования автоматизированных систем управления на ПНП, в которых присутствует математическое ядро, разработанное на базе современных оптимизационных подходов (см., например: Е. И. Гарлицкий (2014); И. Н. Кагадий (2016); А. Д. Сиразетдинова (2012)).

В условиях возрастающей роли автоматизированных систем в логистике чрезвычайно актуальными, в частности, становятся задачи построения оптимальных расписаний работ на железнодорожных станциях для повышения эффективности их функционирования. Одной из важнейших задач, связанных с планированием расписаний, является задача построения маршрутной сетки для маневровых локомотивов с целью своевременного выполнения операций с вагонами на грузовой железнодорожной станции и минимизации затрат на работу локомотивов, размещение вагонов, формирование и отправку составов.

Управление грузовыми вагонами на ПНП представляет собой с математической точки зрения чрезвычайно сложную оптимизационную задачу, которая должна учитывать большое число технологических ограничений, а также случайных факторов. За последнее десятилетие опубликовано множество исследований и проведено большое число международных конференций по компьютерному моделированию оптимизационных задач на железнодорожных станциях.

Выбранная тематика интересна и с практической точки зрения для получения экономической выгоды от оптимальных расписаний работ. В связи с этим возрастает практическая ценность единого программного вычислительного комплекса.

Целью исследования является создание математических моделей, предназначенных для автоматического построения (за приемлемое время) эффективного расписания работ маневрового локомотива при перемещении вагонов на ПНП.

Маневровым локомотивам необходимо выполнять работу по размещению поступающих на станцию вагонов на специально выделенных для хранения железнодорожных путей, по перемещению вагонов на грузовые фронты

загрузки и разгрузки и сбора вагонов в составы на указанных путях станции.

Алгоритмы маршрутизации локомотивов на грузовых железнодорожных станциях учитывают типы связей путей. В работе Chuijiang (2020) выделяется три типа станций: ветвистая (англ. branch-shaped), радиальная (англ. radial) и смешанная, являющаяся комбинацией ветвистого и радиального типов. В работах Chuijiang (2020) и Feng et al. (2009) предлагаются оптимизационные модели, позволяющие найти маршрут локомотива для выполнения ряда операций на ветвистых типах станций. В некоторых случаях, как, например, в работе Druijf (2022), алгоритм базируется на решении задачи коммивояжера (Miller et al., 1960). В работе Guo & Lei (2014) также предлагается алгоритм для решения задачи коммивояжера для сбора и разбора железнодорожных составов. В работах Kasalica et al. (2013), Rouillon et al. (2006) и Teichmann et al. (2015) исследованы задачи о назначении для локомотива, основанные на различных методах оптимизации. Часто при построении расписания движения поездов используются алгоритмы, основанные на алгоритме Дейкстры поиска кратчайшего пути, как в работе Bozejko et al. (2017).

В работе Bigi et al. (2024) с помощью моделирования оценивается увеличение маневровых операций при учете технического обслуживания на долгосрочном горизонте планирования. В работе Bosi et al. (2023) авторы предлагают смешанную нелинейную модель программирования для учета маневровых операций, в работе Guo & Li (2022) с теми же целями использован алгоритм имитации отжига. В работе Li et al. (2024) описана математическая модель сборки железнодорожных составов. В работе Wang et al. (2022) исследуется задача построения расписания пассажирских поездов.

В данной работе рассматривается алгоритм, позволяющий маршрутизировать работу локомотива для выполнения маневровых операций, необходимых для формирования грузовых составов на ПНП железнодорожной станции ветвистого типа. Работа состоит из следующих частей: описание задачи, где представлена формальная постановка задачи; методы исследования, где описывается методология исследования, а также предлагаемая математическая модель; результаты, где приводятся числовые результаты для предложенной математической постановки; обсуждение результатов, в кото-

рой сравниваются существующие подходы с предлагаемым, и заключение.

Постановка задачи

В статье рассматривается задача сборки грузовых составов на путях необщего пользования железнодорожной станции ветвистого типа при помощи маневрового локомотива. Пути на станции принадлежат одному из четырех типов: железнодорожные тупики (пути, которые имеют соединение с другими путями только с одной стороны) для хранения вагонов, железнодорожный тупик для сбора грузовых составов на отправку, соединительные пути (пути, которые имеют соединение с другими путями с обеих сторон) и путь заезда на пути необщего пользования станции. Все пути на станции соединены стрелками.

Из грузовых вагонов, расположенных на ПНП, необходимо сформировать набор грузовых составов. Известно множество вагонов, размещенных на станции, и для каждого вагона задано его местоположение – железнодорожный тупик и позиция, в которой вагон находится в этом тупике. Грузовые составы должны быть сформированы из подмножества вагонов, размещенных на станции, причем каждый вагон должен быть включен не более чем в один грузовой состав.

Вагоны, расположенные в одном железнодорожном тупике, сгруппированы в сцепки, причем каждый вагон входит ровно в одну сцепку. Сцепка – это последовательность вагонов в данном железнодорожном тупике, которые либо предназначены для формирования грузового состава, либо вовсе не предназначены для грузовых составов. Для каждого

грузового состава известна последовательность сцепок, из которых он должен быть сформирован. Задан порядок сбора грузовых составов, и пока не собран один грузовой состав, нельзя начинать формировать другой.

Перемещение сцепок по грузовой станции осуществляется последовательно, в рамках поездки маневрового локомотива, где поездка – это движение локомотива от пути сбора состава за целевой сцепкой (т. е. той, которую необходимо поставить на путь сбора) и обратно. За одну поездку локомотив может поставить на путь сбора грузового состава только одну целевую сцепку. Локомотив движется по железнодорожным путям, переезжая с одного на другой через железнодорожную стрелку. Для некоторых пар соединенных стрелкой путей локомотив может осуществлять переезд напрямую, для других переезд допустим только через третий путь (рис. 1). Отметим, что определение кратчайшего переезда локомотива между двумя путями на ветвистой станции является тривиальной задачей.

В течение каждой поездки локомотив осуществляет маневровые операции, которые представляют собой:

- перемещение без вагонов;
- присоединение вагонов;
- перемещение с вагонами (сцепками) в фиксированном режиме;
- смену режима перемещения вагонов (сцепок) с «тянуть» на «толкать» и обратно;
- отсоединение вагонов.

Последовательность сцепок присоединяется к локомотиву с одной из его сторон, и локомотив перемещает ее в режиме «тянуть», если сцепки присоединены за ним, или «толкать»

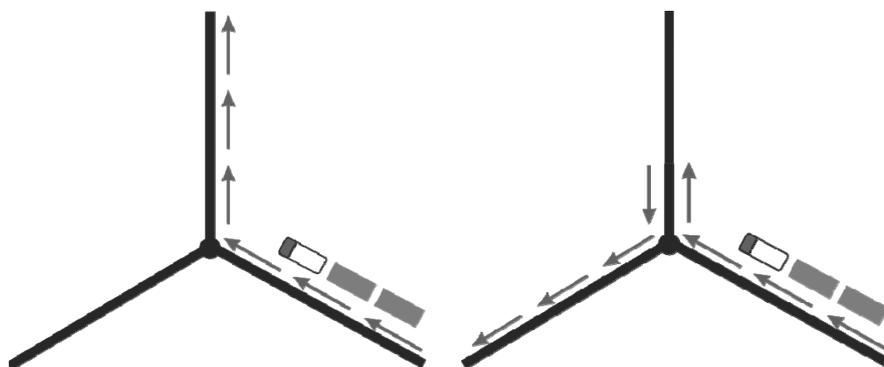


Рис. 1. Соединенные стрелкой пути, между которыми локомотив может осуществлять переезд напрямую (слева) и через третий путь (справа)

в противном случае. На рис. 1 (слева) локомотив перемещает вагоны в режиме «тянуть», а на рис. 1 (справа) у локомотива сменился режим движения с «тянуть» на «толкать». Выезжая из железнодорожного тупика, локомотив с вагонами движется в режиме «тянуть». При помощи маневра, показанного на рис. 1 (справа), локомотив может сменить режим движения.

По заданной очередности постановки сцепок на путь формирования грузовых составов определяется последовательность посещения железнодорожных тупиков, где эти сцепки расположены. Основная сложность возникает, когда целевая сцепка заблокирована другими сцепками, и чтобы добраться до целевой сцепки, необходимо за счет различных дополнительных маневровых операций сначала переместить мешающие этому блокирующие сцепки на другие пути. Существует несколько вариантов обработки блокирующих сцепок, отличающихся порядком выполнения маневровых операций (Druif, 2022). В статье рассмотрен вариант, в соответствии с которым локомотив изымает все блокирующие сцепки одновременно, затем перемещает их в некотором порядке (не разбивая самих сцепок) на иные тупиковые пути, после чего возвращается за целевой сцепкой и перемещает ее на путь сбора.

Необходимо сформировать расписание работы маневрового локомотива, обеспечивающее сборку грузовых составов оптимальным (с точки зрения заданных критериев) способом так, чтобы удовлетворить все заданные ограничения. Под расписанием работы локомотива понимается маршрут его движения на станции (последовательность поездок, необходимых для формирования грузовых составов). Каждая поездка характеризуется маневровыми операциями, связанными с обработкой блокирующих и целевой сцепок.

При составлении расписания необходимо удовлетворить следующие критерии оптимизации:

- минимизировать число маневровых операций в рамках каждой поездки локомотива;
- минимизировать число перевозимых блокирующих вагонов;
- минимизировать суммарное расстояние, пройденное локомотивом в рамках маршрута, и принять во внимание следующие ограничения;
- должны быть собраны все грузовые составы;

– грузовые составы следует собирать в заданной очередности, при этом сцепки каждого состава должны быть расположены в нем в нужной последовательности;

– сборка каждого грузового состава должна быть непрерывна;

– за одну поездку локомотив должен выполнять постановку одной сцепки на путь сбора грузового состава;

– в рамках поездки локомотив может перемещать только блокирующие и целевую сцепки;

– блокирующие сцепки должны быть перемещены в другие железнодорожные тупики за счет маневровых операций;

– маршрут локомотива должен удовлетворять физическим ограничениям инфраструктуры.

Материалы и методы исследования

Инфраструктуру станции (множество железнодорожных путей, соединенных стрелками) удобно описать с помощью иерархического графа, где в качестве вершин выступают железнодорожные стрелки и окончания железнодорожных тупиков, а в качестве ориентированных ребер (дуг) – железнодорожные пути. Направление дуги характеризует режим перемещения локомотивом вагонов: движение по дуге соответствует режиму «толкать», а против – «тянуть». Иерархическое представление графа позволяет, в частности, описать маневровую операцию, связанную со сменой режима движения.

Дан k -слойный граф $G = (V, E, \lambda)$, где V – множество его вершин, E – множество его дуг. Для каждой вершины графа $u \in V$ обозначим через $\lambda(u)$ – оператор (функционал), который ставит в соответствие вершине u натуральное число $\lambda(u)$, $1 \leq \lambda(u) \leq k$ представляющее собой номер слоя, на котором эта вершина находится. Дуги иерархического графа соединяют вершины на разных слоях ($E = \{(u, v) : u, v \in V, \lambda(u) < \lambda(v)\}$) каждая дуга характеризуется длиной соответствующего ей железнодорожного пути ($len(u, v)$ где $(u, v \in E)$ и числом слотов для размещения на этом пути вагонов. Обозначим через $\gamma^+(u) = \{v \in V : (v, u) \in E\}$ и $\gamma^-(u) = \{v \in V : (u, v) \in E\}$ множество вершин, смежных вершине $u \in V$ и расположенных на слоях, соответственно, с меньшим и большим, чем $\lambda(u)$ значением. Поскольку граф иерархический, то вершины с одного слоя попарно не являются смежными. Если у некоторой вершины

$u \in V$ иерархического графа $\gamma^+(u) = \gamma^-(u) = 1$, то она может быть удалена из графа, а инцидентные ей дуги объединены в одно. В данной работе рассматриваются только иерархические графы, являющиеся деревьями, т. е. $\gamma^+(u) \leq 1, \forall u \in V$.

Перемещение маневрового локомотива по иерархическому графу G можно представить в виде последовательности дуг, по которым осуществляется переезд. Маршрут (перемещение локомотива) является допустимым, если любые две соседних дуги в маршруте $(u,v), (v,w) \in E : u \neq w$ (или $(v,w), (u,v) \in E : u \neq w$) имеют одну общую вершину в графе G и общая вершина в одной дуге является вершиной-ребенком, а в другой – вершиной-родителем. Смена режима движения моделируется на графе при помощи трех дуг имеющих одну общую вершину, при этом одна дуга образована общей вершиной u и вершиной с меньшим значением номера слоя, а оставшиеся две дуги – общей вершиной u и вершинами с большими значениями слоев. Железнодорожные тупики в графе G – это дуги, у которых одна из инцидентных вершин является листом (висячей вершиной) графа. Изъятие и добавление вагонов на таких путях выполняется по правилам организации очереди LIFO и с математической точки зрения представляет собой стек (далее в тексте под стеком будет подразумеваться железнодорожный тупик).

Пусть на станции имеется множество стеков $S \subset E$ и множество соединительных путей (со стрелками с обеих сторон) $U \subset E$. Обозначим через $g \in S$ – железнодорожный путь (также стек) для формирования грузовых составов.

На железнодорожных тупиках станции размещены вагоны, которые сгруппированы в множество сцепок L . Каждая сцепка описывается парой $(s,l) \in L$ где $s \in S$ – стек в котором расположена сцепка, а $l \in \mathbb{N}$ – позиция данной сцепки в стеке s , при этом чем ближе сцепка к выезду из железнодорожного тупика, тем меньше значение l . Каждая сцепка характеризуется также числом $num_{s,l}$ вагонов, которые включены в нее.

В соответствии с известным упорядоченным множеством заданий $Tasks$ необходимо сформировать грузовые составы, при этом каждое задание $t \in Tasks$ представляет собой, в свою очередь, упорядоченное подмножество целевых сцепок $L_t \subset L$, из которых в нужной последовательности следует собрать некоторый грузовой состав на пути $g \in S$. Сбор сцепок в грузовой состав осуществляется за счет поездок

локомотивов, в результате одной поездки на путь g устанавливается одна целевая сцепка.

При формировании грузовых составов, т. е. при выполнении заданий из упорядоченного множества $Tasks$, большое значение имеет выбор варианта обработки блокирующих сцепок, которые не дают локомотиву возможности за одну маневровую операцию изъять целевую сцепку из стека. Этот выбор оказывает влияние на выполнение каждого следующего задания, поскольку в результате выполнения предыдущих заданий могут измениться как стеки, где расположены сцепки, так и число блокирующих сцепок. Поэтому для каждой поездки необходимо выбрать оптимальный набор маневровых операций для обработки блокирующих сцепок.

Рассмотрим модель, использующую вариант обработки блокирующих сцепок, при котором все сцепки, блокирующие целевую сцепку и перемещенные для ее извлечения в новые стеки, в них и остаются.

Особенность этого варианта обработки блокирующих сцепок заключается в том, что сцепки до того, как станут целевыми, могут изменить стек своего хранения. Поэтому после каждой поездки локомотива для перемещения целевой сцепки на путь сборки грузового состава внутри модели необходимо формировать структуру данных, которая хранит в себе состояние грузовой станции.

Введем дополнительные обозначения:

– $N = |\bigcup_{t \in Tasks} L_t|$ – общее количество целевых сцепок для сборки всех грузовых составов, при этом номер целевой сцепки означает очередность ее перемещения на путь сбора g , полученную из порядка выполнения заданий и упорядоченных множеств $L_t, \forall t \in Tasks$;

– $C = |L|$ – общее число сцепок на грузовой станции, при этом первые N элементов в множестве $\{1, \dots, C\}$ – это номера целевых сцепок в соответствии с очередностью их сборки в состав, остальные элементы этого множества соответствуют произвольной нумерации оставшихся сцепок;

– $NS = |S| - 1$ – количество стеков без учета железнодорожного пути g для сборки грузовых составов;

– множество $\{C + 1, \dots, C + NS\}$ – это множество фиктивных сцепок;

– $H_s, \forall s \in \{1, \dots, NS\}$ – количество слотов в стеке s , предназначенных для размещения вагонов.

Для решения поставленной задачи применяется модификация математической постановки для определения порядка работы с грузовыми контейнерами в морских портах (Galle, 2018). В соответствии с этой постановкой, введены фиктивные сцепки, которые необходимы для идентификации стеков и размещены от выезда из каждого стека дальше всех сцепок в нем. Начальное состояние грузовой станции необходимо закодировать с помощью матрицы $State$, элемент которой $State_{c,d}$ принимает значение 1, если сцепка c размещена в стеке дальше от выезда, чем сцепка d . Таким образом, если в качестве сцепки c задана фиктивная сцепка, то по значению элемента $State_{c,d}$ определяется номер стека, где хранится сцепка по исходным данным. Матрица $State$ имеет размерность $(C + NS) \times C$.

На каждом шаге модели соответствующая целевая сцепка $n \in \{1, \dots, N\}$ перемещается на железнодорожный путь для сборки грузовых составов.

Отличия от модели для определения порядка работы с контейнерами в морских портах (Galle, 2018) состоят в следующем:

- постановка блокирующих сцепок в новые стеки осуществляется по правилам обработки очереди LIFO, а не FIFO, как для контейнеров;
- изменены критерии оптимизации;
- на каждом шаге определяется порядок обхода стеков для размещения в них блокирующих сцепок;
- сцепки могут занимать несколько слотов в стеке, а не один, как контейнер.

Сформулируем следующую математическую постановку.

В табл. 1 представлено описание исходных данных необходимых для построения модели и введены дополнительные обозначения.

Введем множество неизвестных, описанных в табл. 2.

При поиске решения должны быть учтены следующие критерии оптимизации:

$$\sum_{n \in \{1, \dots, N\}} \sum_{s \in \{1, \dots, NS\}} nv_{n,s} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{n \in \{1, \dots, N\}} \sum_{c \in \{n+1, \dots, C\}} num_c \times a_{n,n,c} \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n \in \{1, \dots, N-1\}} \sum_{s \in \{1, \dots, NS\}} (addDist_{n,s} \times a_{n,C+s,n} \\ & + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{c,d \in \{n+1, \dots, C\}} dist_{s,r} \times x_{n,s,c,r,d} \\ & + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} dist_{s,r} \times x_{n,0,0,r,d} \times a_{n,C+s,n} \\ & + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} dist_{r,s} \times x_{n,r,d,0,0} \times a_{n,C+s,n}) \rightarrow \min \end{aligned} \quad (3)$$

В соответствии с критерием (1) минимизируется число маневровых операций по отсоединению вагонов, критерий (2) минимизирует общее число вагонов обработанных блокирующих сцепок, а (3) минимизирует совокупное расстояние, пройденное локомотивом.

Набор ограничений, принятых во внимание в задаче:

$$\begin{aligned} a_{1,c,d} &= State_{c,d} \\ \forall c \in \{1, \dots, C + NS\}, \\ \forall d \in \{n, \dots, C\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{s \in \{1, \dots, NS\}} a_{n,C+s,c} &= 1 \\ \forall n \in \{2, \dots, N\}, \\ \forall c \in \{n, \dots, C\} \end{aligned} \quad (5)$$

Т а б л и ц а 1

Исходные данные

Обозначение	Описание
C	Общее число сцепок
N	Число целевых сцепок
NS	Число стеков
$addDist_{n,s}$	Расстояние, которое нужно преодолеть локомотиву для перемещения целевой сцепки на шаге n , если она находится в стеке s
$dist_{s,r}$	Кратчайшее расстояние от стрелки стека s до стрелки стека r
$State_{c,d}$	Относительное расположение стеков c (включая фиктивные) и d по исходным данным
H_s	Вместимость стека s
num_c	Количество вагонов в сцепке c

Множество неизвестных

Обозначение	Описание
$a_{n,c,d} \in \{0, 1\}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall c \in \{n, \dots, C + NS\}$ $\forall d \in \{n, \dots, C\}$	1, если сцепка c ниже сцепки d , когда сцепка n целевая, 0 – иначе
$v_{n,s} \in \{0, 1\}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall s \in \{1, \dots, NS\}$	1, если стек s посещается, когда сцепка n целевая, в рамках маршрута обработки блокирующих вагонов, 0 – иначе
$nv_{n,s} \in \mathbb{R}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall s \in \{1, \dots, NS\}$	Количество посещений стека s , когда сцепка n целевая
$x_{n,s,c,r,d} \in \{0, 1\}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall s, r \in \{n, \dots, NS\}$ $\forall c, d \in \{n + 1, \dots, C\}$ $c \neq d$	1, если после размещения сцепки c в стеке s сцепка d размещается в стеке r , когда сцепка n целевая, в рамках маршрута обработки блокирующих вагонов, 0 – иначе
$x_{n,0,0,s,c} \in \{0, 1\}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall s \in \{1, \dots, NS\}$ $\forall c \in \{n + 1, \dots, C\}$	1, если при обработке блокирующих сцепок первый посещенный стек будет s для постановки сцепки c , когда сцепка n целевая, 0 – иначе
$x_{n,s,c,0,0} \in \{0, 1\}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall s \in \{1, \dots, NS\}$ $\forall c \in \{n + 1, \dots, C\}$	1, если при обработке блокирующих сцепок последний посещенный стек будет s для постановки сцепки c , когда сцепка n целевая, 0 – иначе
$x_{n,0,0,0,0} \in \{0, 1\}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$	1, если для целевой сцепки n нет блокирующих сцепок, 0 – иначе
$u_{n,s,c} \in \mathbb{R}$ $\forall n \in \{1, \dots, N\}$ $\forall s \in \{1, \dots, NS\}$ $\forall c \in \{n + 1, \dots, C\}$	Порядковый номер блокирующей сцепки c в составе для перемещения блокирующих вагонов для перемещения ее в стек s , когда сцепка n целевая, 0 – иначе

$$\begin{aligned}
 & a_{n,c,c} = 0 \\
 & \forall n \in \{2, \dots, N\}, \\
 & \forall c \in \{n, \dots, C\}
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 & a_{n,c,d} + a_{n,d,c} \leq 1 \\
 & \forall n \in \{2, \dots, N\}, \\
 & \forall c \in \{n, \dots, C\}, \\
 & \forall d \in \{n, \dots, C\} \setminus \{c\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 & a_{n,c,d} + a_{n,d,c} \geq a_{n,C+s,c} + a_{n,C+s,d} - 1 \\
 & \forall n \in \{2, \dots, N\}, \\
 & \forall c \in \{n, \dots, C\}, \\
 & \forall d \in \{n, \dots, C\} \setminus \{c\} \\
 & \forall s \in \{1, \dots, NS\}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 & a_{n,c,d} + a_{n,d,c} \leq 2 - a_{n,C+s,c} - \sum_{m \in \{1, \dots, NS\} \setminus \{s\}} a_{n,C+m,d} \\
 & \forall n \in \{2, \dots, N\}, \\
 & \forall c \in \{n, \dots, C\}, \\
 & \forall d \in \{n, \dots, C\} \setminus \{c\} \\
 & \forall s \in \{1, \dots, NS\}
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{d \in \{n, \dots, C\}} num_d \times a_{n,C+s,d} \leq H_s \\
 & \forall n \in \{2, \dots, N\}, \\
 & \forall s \in \{1, \dots, NS\}
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 & a_{n+1,d,c} \leq a_{n,d,c} + a_{n,n,c} \\
 & a_{n+1,d,c} \geq a_{n,d,c} - a_{n,n,c} \\
 & \forall n \in \{1, \dots, N - 1\}, \\
 & \forall c \in \{n + 1, \dots, C\}, \\
 & \forall d \in \{n, \dots, C + NS\} \setminus \{c\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 & a_{n,n,c} + a_{n,C+s,c} + a_{n+1,C+s,c} \leq 2 \\
 & \forall n \in \{1, \dots, N - 1\}, \\
 & \forall c \in \{n + 1, \dots, C\}, \\
 & \forall s \in \{1, \dots, NS\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 & a_{n,n,c} + a_{n,n,d} + a_{n+1,d,c} \leq 3 \\
 & \forall n \in \{1, \dots, N - 1\}, \\
 & \forall c \in \{n + 1, \dots, C\}, \\
 & \forall d \in \{n + 1, \dots, C\} \setminus \{c\}
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$M \times v_{n,s} \geq \sum_{c \in \{n+1, \dots, C\}} (a_{n,n,c} + a_{n+1,s,c} - 1) \quad (14)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N-1\},$$

$$\forall s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$a_{n,c,d} \in \{0, 1\}$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\},$$

$$\forall c \in \{n, \dots, C + NS\},$$

$$\forall d \in \{n, \dots, C\} \quad (22)$$

$$u_{n,s,c} \leq a_{n,n,c} + \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} a_{n,d,c} - \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} a_{n,d,n} +$$

$$+ a_{n+1,C+s,c} + M \times (2 - a_{n,n,c} - a_{n+1,C+s,c}) \quad (15)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall c \in \{n+1, \dots, C\}$$

$$s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$v_{n,s} \in \{0, 1\}$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\},$$

$$\forall s \in \{1, \dots, NS\} \quad (23)$$

$$u_{n,s,c} \geq \sum_{d \in \{1, \dots, n\}} a_{n,d,c} - \sum_{d \in \{1, \dots, n-1\}} a_{n,d,n} -$$

$$- M \times (2 - a_{n,n,c} - a_{n+1,C+s,c}) \quad (16)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall c \in \{n+1, \dots, C\}$$

$$s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$x_{n,s,c,r,d} \in \{0, 1\}$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall s, r \in \{1, \dots, NS\}$$

$$\forall c, d \in \{n, \dots, C\} :$$

$$c \neq d \quad (24)$$

$$x_{n,s,c,0,0} + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} x_{n,s,c,r,d} = a_{n,n,c} \times a_{n+1,C+s,c} \quad (17)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall c \in \{n+1, \dots, C\}$$

$$s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$x_{n,s,c,0,0} \in \{0, 1\}$$

$$x_{n,0,0,s,c} \in \{0, 1\}$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$\forall c \in \{n, \dots, C\} \quad (25)$$

$$x_{n,0,0,0,0} + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} x_{n,0,0,r,d} = 1 \quad (18)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$u_{n,s,c} \geq 0$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$\forall c \in \{n, \dots, C\} \quad (27)$$

$$x_{n,s,c,0,0} + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} x_{n,s,c,r,d} =$$

$$= x_{n,0,0,s,c} + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} x_{n,r,d,s,c} \quad (19)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall c \in \{n+1, \dots, C\}$$

$$s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$nv_{n,s} = x_{n,s,c,0,0} + \sum_{r \in \{1, \dots, NS\} \setminus \{s\}} \sum_{d \in \{n+1, \dots, C\}} x_{n,s,c,r,d} \quad (20)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$s \in \{1, \dots, NS\}$$

$$u_{n,s,c} - u_{n,r,d} + M \times x_{n,s,c,r,d} \leq M - 1 \quad (21)$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\}$$

$$\forall c, d \in \{n+1, \dots, C\}$$

$$\forall s, r \in \{1, \dots, NS\}$$

Ограничения (4) определяют начальное расположение вагонов на станции. Ограничения (5) гарантируют, что каждая сцепка вагонов размещена ровно в одном стеке в каждый момент времени, ограничения (6) обеспечивают то, что сцепка не может заблокировать сама себя, а ограничения (7) гарантируют, что из двух сцепок только одна может быть ближе к выезду со стека. Ограничения (8) и (9) описывают тот факт, что одна сцепка вагонов может быть дальше от выезда со стека, чем другая, только в случае, если они размещены в одном стеке, и две сцепки не характеризуются близостью к выезду относительно друг друга, если размещены в разных стеках. Ограничения (10) гарантируют, что вместимость стека не будет превышена. Ограничения (11) гарантируют, что перемещаться в другие стеки будут

только блокирующие сцепки. Ограничения (12) гарантируют, что блокирующая сцепка не будет размещена на том же стеке, когда нужно извлечь целевую сцепку. Ограничения (13) описывают тип очереди LIFO и то, что несколько блокирующих сцепок извлекаются одновременно. Ограничения (14) определяют, какие именно стеки посещал локомотив при работе со сцепками вагонов. Ограничения (15) и (16) описывают порядковый номер (начиная с головы состава) блокирующих сцепок при их изъятии из стека. Ограничения (17) определяют, основываясь на взаимном расположении сцепок для двух соседних шагов n и $n + 1$, какие стеки должны быть посещены и в какие стеки перемещены блокирующие сцепки. Ограничения (18) и (19) определяют маршрут локомотива по стекам для размещения блокирующих сцепок. Ограничения (20) подсчитывают число посещений стеков для размещения в них блокирующих сцепок. Ограничения (21) – это стандартные ограничения на исключение недопустимых подциклов в маршруте. Ограничения (22)–(23) определяют области допустимых значений переменных.

Целевая функция (3) и ограничения (17) могут быть линеаризованы стандартным способом, за счет ввода множества фиктивных бинарных неизвестных (Bisschop, 2006).

Результаты

Программная реализация представленной оптимизационной модели (1)–(23) выполнена в компьютерной математической среде Wolfram Mathematica 14.0² с использованием коммерческого оптимизатора Cardinal Optimizer³.

Модель была верифицирована для тестового примера, содержащего четыре стека с различным числом слотов, предназначенных для размещения вагонов, и семь целевых сцепок для формирования грузового состава. На рис. 2 стеки изображены столбцами, число слотов в каждом из них соответствует общему количеству ячеек в нем. Выезд из стеков расположен сверху. Вагоны целевых сцепок изображены как ячейки с одинаковым идентификатором, который показывает и очередность сбора целевых сцепок в состав. Вагоны, не предназначенные для формирования состава, показаны как ячейки, залитые серым цветом. Пустые ячейки в каждом столбце соответствуют незанятым слотам для размещения вагонов в данном стеке.

Результаты проведенных расчетов показаны на рис. 2.

² Документация Wolfram Mathematica // Wolfram Language & System. URL: <https://reference.wolfram.com/language/> (дата обращения: 10.01.2024).

³ Документация Cardinal Optimizer (COPT) // User Guide. URL: <https://arxiv.org/pdf/2208.14314.pdf> (дата обращения: 10.01.2024).

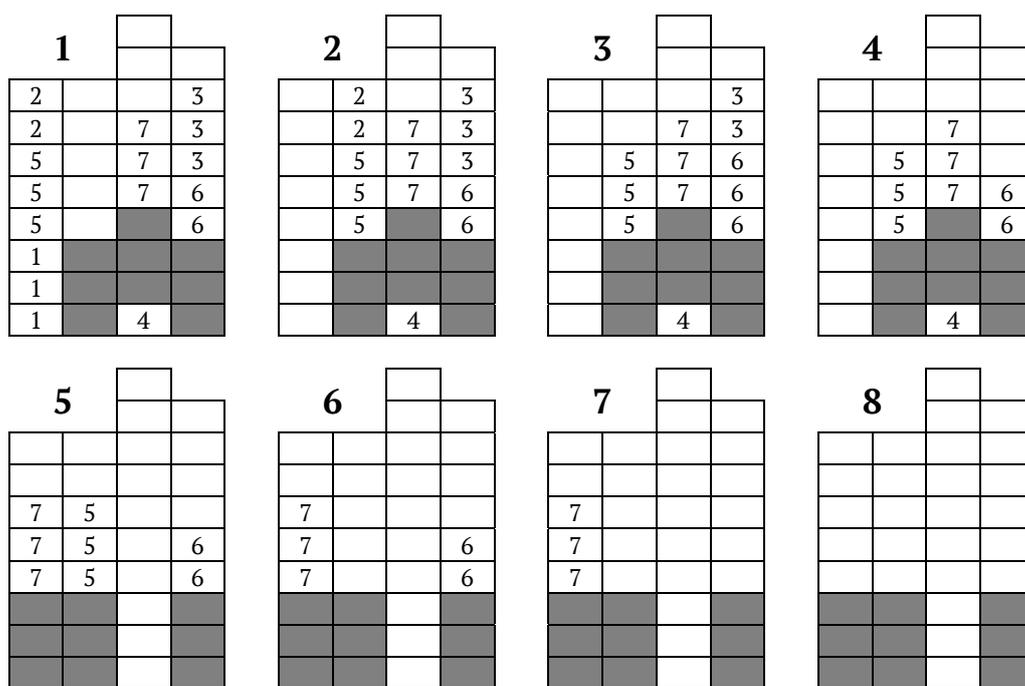


Рис. 2. Пошаговое решение тестовой задачи

На первом шаге локомотив должен перевезти первую целевую сцепку на путь сбора состава. Блокирующими сцепками на первом стеке являются вагоны целевых сцепок с номерами 2 и 5. Локомотив выполняет маневровую операцию по изъятию двух блокирующих сцепок в режиме «тянуть», затем меняет режим своего движения на «толкать» и устанавливает их во второй стек, сохраняя относительный порядок самих сцепок и вагонов в них. После этого локомотив возвращается за целевой сцепкой и перевозит ее на путь сбора. Таким образом выполнен переход из начального состояния станции (идентификатор 1) в следующее (идентификатор 2). Аналогичные маневровые операции локомотив выполняет для остальных целевых сцепок на следующих шагах решения.

Массовые числовые расчеты были также проведены для участка железнодорожной

станции ветвистого типа⁴ и соответствующего графа инфраструктуры (рис. 3). Число вагонов, их расположение на путях и принадлежность сцепкам были сгенерированы случайным образом. Количество вагонов варьировалось от 50 до 150 единиц, общее число сцепок – от 25 до 35, а число целевых – от 15 до 25. Для каждого отдельного расчета вагоны распределялись по сцепкам случайным образом.

В табл. 3 приведены примеры отдельных расчетов по формированию грузовых составов на участке железнодорожной станции ветвистого типа для различных исходных данных. Расчеты, в частности, показали, что время счета растет экспоненциально с увеличением размера задачи (числа вагонов, сцепок и стеков).

⁴ URL: <https://wikimapia.org/#lang=ru&lat=51.925743&lon=47.920046&z=14> (дата обращения: 12.08.2024).

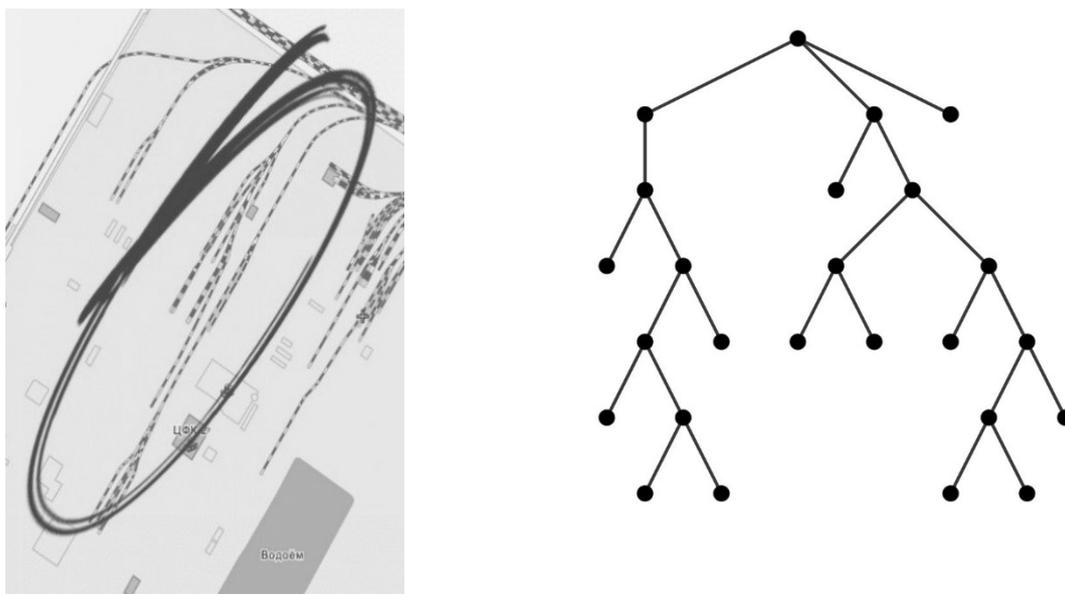


Рис. 3. Пример участка ветвистой железнодорожной станции (слева) и соответствующий граф инфраструктуры (справа)

Т а б л и ц а 3

Числовые результаты

Количество вагонов на станции	Количество сцепок на станции	Количество целевых сцепок	Время счета модели, с
60	23	18	5,2
63	30	20	8,1
66	26	16	4,6
74	29	19	9,32
77	25	15	2,44
91	31	19	10,04
141	33	25	755,5

Обсуждение результатов

Для решения задач, близких к описанной в статье, часто используются алгоритмы на основе решения задачи коммивояжера: для локомотива строится оптимальный маршрут по железнодорожным путям для формирования состава или разбора состава по путям хранения (Chuijiang & Zhang, 2014). Однако существенным недостатком такого подхода является отсутствие учета маневровых операций, которые необходимы для обработки блокирующих вагонов или сцепок вагонов. В представленной модели (1)–(23) обработке блокирующих вагонов уделяется большое внимание, и это одно из ее достоинств. К недостаткам же модели можно отнести то, что расчеты, проводимые на ее основе, затратны по времени и вычислительным ресурсам из-за того, что модель включает в себя несколько подзадач, которые являются модификациями известных NP-сложных задач. Как следствие, модель применима только для решения задач относительно малой размерности, а для решения задач на полномасштабных данных необходима разработка эвристических алгоритмов, что является темой дальнейших исследований.

Заключение

В статье представлена оптимизационная модель для решения задачи о маршрутизации маневрового локомотива на путях необщего пользования при формировании грузовых составов. Эта модель является модификацией математической постановки задачи по определению порядка извлечения контейнеров в морских портах. Обе задачи имеют много

сходств: вагоны, как и контейнеры, размещены в стеках, блокирующие вагоны или контейнеры перемещаются на другие стеки и т. д. Тем не менее имеется и ряд существенных различий: блокирующие сцепки вагонов, в отличие от контейнеров, могут иметь различную длину; железнодорожные пути, являющиеся стеками, могут также иметь различную длину в отличие от стеков, которые используются в терминалах хранения контейнеров; контейнеры могут извлекаться только по одному, в то время как блокирующие вагоны могут перемещаться в рамках одной сцепки; при перемещении блокирующих вагонов должен быть построен допустимый маршрут локомотива, который учитывает особенности инфраструктуры грузовой станции.

Разработанная модель позволяет осуществлять сборку грузовых составов, минимизируя число маневровых операций и суммарный пробег локомотива для выполнения работ, при этом оптимально обработать блокирующие вагоны, т. е. те, которые блокируют изъятие целевых (требуемых) вагонов. Выполненные числовые расчеты для синтетических исходных данных относительно небольшой размерности продемонстрировали, что получение точного решения невозможно на полномасштабных реальных данных вследствие вычислительной NP-сложности. Таким образом, необходимо использовать быстрые эвристические алгоритмы для получения квазиоптимального решения.

Конфликт интересов

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Список литературы

1. Гарлицкий, Е. И. (2014). Критерий выбора оптимальной очередности обслуживания грузовых фронтов. *Известия Петербургского университета путей сообщения*, (3), 15–22. [Garlitsky, E. I. (2014). Selection criteria for advanced priority of freight end-face operation. *Proceedings of Petersburg Transport University*, (3), 15–22. (In Russian).]

2. Кагадий, И. Н. (2016). Повышение функциональной надежности грузовой станции на основе оптимизации основных параметров ее работы. *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*, (4), 164–171. [Kagadiy, I. N. (2016). Increase of cargo station functional reliability on the basis of optimization of key parameters of its work.

Modern Technologies. System Analysis. Modeling, (4), 164–171. (In Russian).]

3. Сиразетдинова, А. Д. (2012). *Методика управления вагонопотоками на путях необщего пользования, учитывающая оперативную загруженность станций*. Магнитогорский дом печати. [Sirazetdinova, A. D. (2012). *Methodology for managing car traffic on non-public tracks, taking into account the operational workload of stations*. Magnitogorsk House of Printing. (In Russian).]

4. Bigi, F., Bosi, T., Pineda-Jaramillo, J., Viti, F., & D'Ariano, A. (2024). Long-term fleet management for freight trains: Assessing the impact of wagon maintenance through simulation of shunting policies.

Journal of Rail Transport Planning & Management, (29).
<https://doi.org/10.1016/j.jrtpm.2023.100430>

5. Bisschop, J. J. (2006). *AIMMS – Optimization Modeling*.

6. Bosi, T., Bigi, F., D'Ariano, A., Viti, F., & Pineda-Jaramillo, J. (2023). Optimal Management of Full Train Load Services in the Shunting Yard: A Comprehensive Study on Shunt-In Shunt-Out Policies. *Computers & Industrial Engineering*, (188). <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109865>

7. Bozejko, W., Grymin, R., & Pempera, J. (2017). Scheduling and Routing Algorithms for Rail Freight Transportation. *Procedia Engineering*, 178, 206–212. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.01.098>

8. Chuijiang, G. (2020). Optimization model and algorithm for the placing-in and taking-out of wagons in railway stations with branch-shaped goods operating sites. *International Journal of Rail Transportation*, (9), 579–594. <https://doi.org/10.1080/23248378.2020.1823254>

9. Chuijiang, G., & Zhang, X. (2014). Model of Wagons' Placing-In and Taking-Out Problem in a Railway Station and Its Heuristic Algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, (8), 1–8. <https://doi.org/10.1155/2014/493809>

10. Drujif, T. (2022). Optimizing Shunting Operations A case-study at Kijfhoek shunting yard. *Delft University of technologies*.

11. Feng, M., Ciguang, W., & Yun, J. (2009). Model of Taking-Out and Placing-In Shunting of Non-Through Wagon Flow on Branch-Shaped Sidings. *Second International Conference on Transportation Engineering*, 717–722. [https://doi.org/10.1061/41039\(345\)119](https://doi.org/10.1061/41039(345)119)

12. Galle, V. (2018). *Optimization Models and Methods for Storage Yard Operations in Maritime Container Terminals*. PHD Operations Research.

13. Guo, C., & Lei, D. (2014). Model of Wagons' Placing-In and Taking-Out Problem in a Railway Station and Its Heuristic Algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, 1–8. <https://doi.org/10.1155/2014/493809>

14. Guo, C., & Li, S. (2022). Optimizing operation of delivering and fetching wagons at a railway station with mixed-shaped goods operation sites. *PLOS ONE*. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0263029>

15. Kasalica, S., Mandić, D., & Vukadinović, V. (2013). Locomotive Assignment Optimization Including Train Delays. *PROMET – Traffic & Transportation*. <https://doi.org/10.7307/ptt.v25i5.1402>

16. Li, B., Yun, C., & Xuan, H. (2024). Integrated optimization of wagon flow routing and train formation plan. *Operational Research*, (24). <https://doi.org/10.1007/s12351-024-00845-6>

17. Miller, C. E., Tucker, A., & Zemlin, R. A. (1960). Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems. *J. ACM*, (7), 326–329.

18. Rouillon, S., Desaulniers, G., & Soumis, F. (2006). An extended branch-and-bound method for locomotive assignment. *Transportation Research Part B: Methodological*, (40), 404–423. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2005.05.005>

19. Teichmann, D., Dorda, M., Golc, K., & Bínová, H. (2015). Locomotive Assignment Problem with Heterogeneous Vehicle Fleet and Hiring External Locomotives. *Mathematical Problems in Engineering*, 1–7. <https://doi.org/10.1155/2015/583909>

20. Wang, Y., Song, R., He, S. Song, Z., & Chi, J. (2022). Integrated train routing and timetabling problem in a multi-station high-speed railway hub. *International Journal of Rail Transportation*, (11), 1–40. <https://doi.org/10.1080/23248378.2022.2093280>

Васильев Юрий Михайлович, старший преподаватель, кафедра прикладной математики и экономико-математических методов, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: vas_yu_m@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-1189-7138

Глазунова Екатерина Валерьевна, аспирант, кафедра прикладной математики и экономико-математических методов, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: katarina.glazunova97@inbox.ru

ORCID ID: 0000-0001-9936-8961

Фридман Григорий Морицович, д-р техн. наук, профессор, кафедра прикладной математики и экономико-математических методов, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Российская Федерация

E-mail: grifri@finec.ru

ORCID ID: 0000-0001-9876-4276

Поступила в редакцию 22.07.2024

Подписана в печать 30.08.2024



Mathematical and Quantitative Methods

Original article

UDC 519.854.2

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2024.3/12280>

JEL: C44; C61

Creating a timetable for shunting locomotive at a freight station

Yu. M. Vasiliev¹, E. V. Glazunova², G. M. Fridman^{3✉}

^{1,2,3} Saint Petersburg State University of Economics, 21 Sadovaya str.,
191023, St. Petersburg, Russian Federation

Subject. One of the main problems of management on non-public railway tracks is the cargo cars gathering on a pre-assigned railroad to form a train intended for dispatch from the railway station. The optimization mathematical model will automate this process and increase the efficiency and rationality of decisions made by transport dispatchers.

Objectives. An optimization mathematical problem formulation is advocated in the paper for cargo trains forming on non-public railway tracks of a branched railway station with use of a shunting locomotive.

Methods. The mathematical model is developed on the basis of methods and approaches to finding an exact solution to multicriterial mixed integer program.

Results. The model was verified on semi-synthetic initial data for a part of infrastructure of a branched railway station. Calculations demonstrated that numerical results could be obtained in an acceptable time for a small or medium-scale initial data only.

Key words: non-public railway tracks, branched cargo railway station, cargo car collection, mixed integer programming.

For citation: Vasiliev, Yu. M., Glazunova, E. V., & Fridman, G. M. (2024). Creating a timetable for shunting locomotive at a freight station. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management, (3)*, 5–18. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2024.3/12280>

Conflict of Interest

The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Yuriy M. Vasiliev, Assist. Prof., Department of Applied Mathematics and Mathematical Methods in Economics, Saint Petersburg State

University of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation

E-mail: vas_yu_m@mail.ru

ORCID ID: 0000-0002-1189-7138

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Ekaterina V. Glazunova, Postgraduate Student, Department of Applied Mathematics and Mathematical Methods in Economics, Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation

E-mail: katarina.glazunova97@inbox.ru

ORCID ID: 0000-0001-9936-8961

Gregory M. Fridman, Dr. Sci. (Eng.), Full Prof., Department of Applied Mathematics and Mathematical Methods in Economics, Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg, Russian Federation

E-mail: grifri@finec.ru

ORCID ID: 0000-0001-9876-4276

Received 22.07.2024

Accepted 30.08.2024