



Математические и инструментальные методы экономики

Научная статья

УДК 338.14+519.248

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.1/12868>

JEL: C15; D81; E20

Мониторинг многомерного риска в экономике (на примере оценки снижения уровня социально-экономического развития)

О. А. Голованов¹, А. Н. Тырсин^{1, 2✉}, Э. А. Айбекова²

¹ Институт экономики Уральского отделения РАН, ул. Московская, 29,
620014, Екатеринбург, Российская Федерация

² Уральский федеральный университет, ул. Мира, 19,
620002, Екатеринбург, Российская Федерация

Предмет. Проблемы контроля и анализа социально-экономической безопасности страны отмечены особой актуальностью. Для их решения необходимо создавать и совершенствовать адекватные модели анализа риска, учитывающие особенности экономики. К ним можно отнести наличие нескольких факторов риска, которые могут быть взаимосвязанными и одновременно проявляться, нестационарность процессов в экономике, малые выборки данных.

Цели. Предложить и апробировать на синтетических и реальных данных модель многомерного риска, удовлетворяющую основным особенностям процессов в экономике.

Методология. В процессе достижения поставленных целей использовались такие методы научного познания, как анализ, синтез, системный подход в экономике, теория риска, математическое моделирование стохастических систем. Исследование базируется на изучении актуальной научной литературы в сферах системного анализа, теории риска, математического моделирования, математической экономики и многомерных статистических методов.

Результаты. Предложена модель многомерного риска, ориентированного на особенности процессов в экономике. Она основана на представлении исследуемой экономической системы или явления в виде многомерных нестационарных процессов, которые в каждый момент времени считаем гауссовыми случайными векторами.

Выводы. Апробация предложенного подхода на модельных и реальных данных показала возможность его практического использования для мониторинга риска в экономике.

Ключевые слова: анализ риска, модель, мониторинг, система, случайный вектор.

Для цитирования: Голованов, О. А., Тырсин, А. Н., & Айбекова, Э. А. (2025). Мониторинг многомерного риска в экономике (на примере оценки снижения уровня социально-экономического развития). *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, (1), 3–17. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.1/12868>



Mathematical and Quantitative Methods

Original article

UDC 338.14+519.248

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.1/12868>

JEL: C15; D81; E20

Multi-dimensional risk monitoring in economics (based on the reduction in socio-economic development)

O. A. Golovanov¹, A. N. Tyrsin^{1,2✉}, E. A. Aibekova²

¹ Institute of Economics, Ural Branch of RAS, 29 Moskovskaya St.,
620014, Yekaterinburg, Russian Federation

² Ural Federal University, 19 Mira St.,
620002, Yekaterinburg, Russian Federation

Subject. Control and analysis of the country's socio-economic security is one of the crucial problems. It requires the development and improvement of adequate risk analysis models given the economy's characteristics. These include the existence of several risk factors that can be interrelated and occur simultaneously, non-stationarity of economic processes, small data samples.

Purposes. To propose and, on the synthetic and real data, test a multi-dimensional risk model, that fulfils the fundamental specifics of economic processes.

Methodology. To achieve these goals, we used such scientific methods as analysis, synthesis, systemic approach in economics, risk theory and mathematical modeling of stochastic systems. The basis of the research is the review of the relevant scientific literature in the fields of systems analysis, risk theory, mathematical modelling, mathematical economics and multivariate statistical methods.

Results. We proposed the model of multi-dimensional risk that is focused on the specifics of economic processes and based on the concept of viewing the studied economic system or phenomenon as multi-dimensional non-stationary processes that are considered as Gaussian random vectors at each moment of time.

Conclusions. Approbation of the proposed approach on the synthetic and real data has proved the possibility of its practical use for risk monitoring in economics.

Key words: risk analysis, model, monitoring, system, random vector.

For citation: Golovanov, O. A., Tyrsin, A. N., & Aibekova, E. A. (2025). Multi-dimensional risk monitoring in economics (based on the reduction in socio-economic development). *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*, (1), 3–17. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.1/12868>

Введение

В широком смысле под риском понимают возможную опасность какого-либо неблагоприятного исхода. Он присущ всем сферам жизнедеятельности человека и общества. В экономике обычно риск трактуется как «вероятность потери лицом или организацией части своих ресурсов, недополучения доходов или появления дополнительных расходов в результате осуществления определенной производственной и финансовой политики» (Дубров и др., 2000).

Изменения стабильности социально-политической и экономической ситуации, внешней и внутренней среды деятельности любой организации необходимо своевременно анализировать, чтобы избежать этих неблагоприятных исходов. Для этого надо уметь количественно оценивать риск их возникновения и формировать рекомендации по его снижению (Качалов, Опарин, 2019; Винокур, 2020; Aven, 2016).

Решение этих вопросов затрудняется из-за повышения эффективности функционирования создаваемых систем при одновременной тенденции к их усложнению, роста различных вызовов в экономике и обществе. Поскольку наступление неблагоприятного исхода явно или неявно сводится к финансовым потерям, то наиболее остро проблема анализа риска проявляется в экономике. При этом необходимо построение адекватных моделей и эффективных методов для решения задач мониторинга риска (Орлова, 2018; Клейнер, 2023).

В рамках мониторинга происходит оценка, контроль и управление состоянием системы в зависимости от воздействия определенных факторов. Без проведения профилактических и защитных мероприятий с течением времени у системы растет условная вероятность возникновения неблагоприятного события: $0 < \dots \leq P(A/H_{k-1}) \leq P(A/H_k) \dots \rightarrow 1$, где A – неблагоприятное событие, H_k – состояние системы в k -й момент времени.

В экономике проведение риск-анализа часто сопряжено с определенными затруднениями. К ним можно отнести наличие нескольких факторов риска, их взаимосвязанность (коррелированность), нестационарность процессов, малые выборки данных. Поэтому

модели риска в экономике должны учитывать эти особенности.

Цель исследования – предложить и апробировать на реальных данных модель многомерного риска, удовлетворяющую основным особенностям процессов в экономике.

Обзор предшествующих работ

Проблематика анализа риска в экономике рассматривалась многими авторами.

Получил широкое распространение подход, согласно которому моделирование риска сводится к выделению опасных исходов, количественному заданию последствий от их наступления и оцениванию вероятностей этих исходов (Орлов, Пугач, 2012; Alleman & Quigley, 2024). При этом вклады компонентов многомерной системы объединяют и рассматривают уже одномерную систему как случайную величину. Но вопрос взаимного влияния опасных ситуаций, вызванных разными элементами многомерной системы, мало исследован. Для относительно простых объектов, в отношении которых можно априори указать все опасные исходы, при наличии статистической информации или экспертных оценок о шансах их появления в целом данный подход дает приемлемые на практике результаты. Форму взаимосвязи между элементами системы считают достаточно простой и описываемой, например, с помощью логико-вероятностных моделей риска (Solozhentsev, 2015; Khodabakhshian et al., 2023). Однако с помощью логико-вероятностных моделей обычно не удается описать структуру взаимодействия между факторами риска – стохастические связи между ними не позволяют их адекватно моделировать с помощью алгебры логики (AND, OR, NOT), а изменение их состояния носит непрерывный характер.

Риск-анализ на основе методов машинного обучения требует больших массивов данных, которые возможны только в некоторых приложениях (Aven, 2019; Kou et al., 2019; Kondor et al., 2024). Кроме того, здесь затруднена проверка адекватности полученных результатов моделирования риска.

Известен подход для динамической оценки рисков сложных систем с использованием нечетких когнитивных карт (Jamshidi et al., 2017). Данный подход мало реализуем в условиях

малых выборок данных и требует априорной информации для составления нечетких когнитивных карт рисков.

В последние годы копулы успешно применяются для моделирования зависимостей в управлении рисками предприятий, финансах, страховании, экологических исследованиях, взаимозависимых сетях и др. (Cherubini et al., 2004; Joe, 2014; Behrens et al., 2019). Многомерные копулы позволяют отделить моделирование маргинальных распределений от моделирования структуры зависимостей. Однако поиск подходящей структуры копулы не является тривиальной задачей и сильно страдает от «проклятия размерности». Анализ многих публикаций показывает, что использование копул в различных статистических задачах только начинается, но их работоспособность всегда будет зависеть не от мощности технических средств, а от культуры анализа данных и понимания предметной области.

Можно отметить использование методов адаптивной фильтрации временных рядов в задачах прогнозирования риска (Лукашин, 2003; Devianto & Fadhilla, 2015; Liu & Yu, 2022). Основным недостатком данного подхода является отсутствие возможности интерпретации полученных результатов из-за малой содержательности моделей временных рядов.

Непосредственное использование методов многомерного статистического анализа требует значительных массивов данных, что приводит к снижению оперативности анализа риска (Краковский и др., 2018; Hardle et al., 2024).

В риск-анализе получил использование байесовский подход для сценарного прогнозирования развития территорий (Bryant & Zhang, 2016), создания интеллектуальных систем поддержки финансовых решений (Воронов, Давыдов, 2021) и др. Он основан на идее активного эксперимента – возможности воздействия на объект с целью получения дополнительной информации о его состоянии – и может эффективно использоваться только в таких ситуациях. Отметим, что в экономике, особенно в социально-экономических задачах, это проблематично или невозможно.

Также стоит указать на применение методов качественного анализа – метода эксперт-

ных оценок (Ginevicius et al., 2022), SWOT-анализа (Benzaghta et al., 2021), ABC-анализа (Ultsch & Lotsch, 2015) и др. К этой группе методов анализа рисков обычно обращаются в тех случаях, когда объем информации недостаточен для применения методов количественной оценки рисков.

Представляет интерес точка зрения, что риск может являться не только опасностью для существования организации, но также и оценкой возможности достижения результата, соответствующего цели, в том числе и положительной (Кузьмина, 2019). Это расширяет перспективы для анализа риска.

Можно согласиться с мнением авторов (Митяков, 2019; Лобкова, 2022), что наиболее распространенным подходом к оценке рисков экономической безопасности является измерение отклонений отдельных показателей от установленных пороговых значений. В зависимости от степени этого отклонения определяют различные уровни (зоны) риска. Однако при этом оценка рисков экономической безопасности сводится к количественному определению отдельных опасных исходов без учета вклада каждого фактора.

Анализ литературы в области анализа риска в экономике показал, что, во-первых, недостаточно учтена зависимость факторов риска, включая возможность их одновременного проявления. Во-вторых, практически не учитывается нестационарность процессов в экономике, которая проявляется в виде трендов. Это может значительно исказить результаты анализа риска, особенно на малых выборках данных.

Методология исследования

Рассмотрим модель, учитывающую коррелированность факторов риска (Тырсин, 2015). Имеем множество факторов риска в виде случайного вектора $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_m)$, в качестве которых понимаем социально-экономические показатели (или их индексы), влияющие на безопасность системы. В данном случае под нарушением безопасности понимаем снижение уровня социально-экономического развития системы. Считаем, что эти факторы риска могут быть коррелированными (зависимыми) и возможно их одновременное проявление. Фактически мы представляем состояние ис-

следуемой системы в виде вектора в евклидовом пространстве \mathbf{R}^m . Вместо выделения конкретных опасных ситуаций будем задавать геометрические области неблагоприятных исходов. Эти области могут выглядеть произвольным образом в зависимости от конкретной задачи и определяются на основе имеющейся априорной информации. В экономике обычно нежелательными событиями оказываются отклонения значений факторов риска от некоторой допустимой области, характеризующей безопасное состояние исследуемой системы. Поэтому далее будем использовать концепцию нежелательных событий как больших и маловероятных отклонений случайной величины относительно заданной допустимой области (Тырсин, Сурина, 2017).

Для применения многофакторной модели риска необходимо границы приемлемых значений (пороговые уровни) факторов риска, по которым рассчитано наиболее безопасное состояние $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$ системы. Пороговые уровни интерпретируем как значения факторов риска, выход хотя бы одного из факторов риска за них приводит к возникновению неблагоприятного исхода в виде нарушения социально-экономической безопасности. Поскольку риск представляет собой в определенном смысле условную категорию, то в первую очередь важна его динамика – улучшение или ухудшение социально-экономической ситуации и влияние на это факторов риска.

Определение пороговых уровней показателей затруднено большим объемом данных. В связи с этим значения порогов определены исходя из анализа медианы и стандартного отклонения за исследуемый период, что позволило учесть разброс значений показателей относительно среднего и определить значения, преодоление которых будет сигнализировать о проявлении кризисной ситуации.

Область безопасных значений для каждого из факторов риска зададим как $G_j = \{x_j : d_j^- \leq x_j \leq d_j^+\}$, где d_j^-, d_j^+ – заданные на основе экспертных оценок левая и правая границы допустимых значений, ограничивающие область благоприятных исходов, $d_j^- < d_j^+$. Соответственно, области неблагоприятных исходов равны $D_j = \mathbf{R}^1 \setminus G_j = \{x_j : x_j < d_j^- \vee x_j > d_j^+\}$. Если некоторые границы односторонние, тогда: $d_j^- = -\infty$,

если задана только правая граница; $d_j^+ = +\infty$, если задана только левая граница.

Номера всех m факторов риска отнесем к трем множествам индексов: J (у факторов заданы обе границы допустимых значений), $J^{(-)}$ (у факторов задана только левая граница допустимых значений), $J^{(+)}$ (у факторов задана только правая граница допустимых значений).

Далее определим условно наиболее безопасное состояние системы $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$. В случае двухсторонних границ допустимых значений d_j^-, d_j^+ , $\theta_j = (d_j^- + d_j^+) / 2$ для односторонних границ значения θ_j задаем на основе имеющихся данных о значениях фактора риска и априорной информации.

Область неблагоприятных исходов D для всех факторов риска состоит из двух множеств $D = D^{(1)} \cup D^{(2)}$. Множество $D^{(1)}$ формируют ситуации, когда хотя бы один из факторов риска X_j оказался в области неблагоприятных исходов D_j , т.е. $D^{(1)} = \bigcup_{j=1}^m D_j$. Однако могут возникнуть ситуации больших отклонений наблюдений при нахождении каждого из факторов в допустимой области. Для их учета введем множество

$$D^{(2)} = \left\{ \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m) : \sum_{j=1}^m \frac{(x_j - \theta_j)^2}{b_j^2} > 1, \forall j \in J^{(-)} x_j > \theta_j, \forall j \in J^{(+)} x_j < \theta_j \right\},$$

$$\text{где } \forall j = 1, \dots, m \quad b_j = \begin{cases} \theta_j - d_j^{(-)}, j \in (J \cup J^{(-)}), \\ d_j^{(+)} - \theta_j, j \in J^{(+)} \end{cases}$$

В качестве риска будем понимать вероятность неблагоприятного исхода D , которая равна

$$P(D) = P(\mathbf{x} \in D). \quad (1)$$

Из (1) видим, что возможны ситуации $\mathbf{x} \in D$ и $\forall j x_j \notin D_j$. Величину $P(D)$ будем интерпретировать как вероятность возникновения неблагоприятного исхода в следующий момент времени (в нашем случае – в следующем году).

Оценивание вероятности попадания в область риска $P(D)$ основано на методе статистических испытаний Монте-Карло.

Во-первых, будем считать случайный вектор факторов риска гауссовым, и по имеющейся выборке данных $\mathbf{X}_{n \times m}$ определим его закон распределения $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$: 1) использование нормального закона распределения опирается на центральную предельную теорему (Ганиче-

ва, Ганичев, 2022); 2) анализируемая выборка является малой, что не позволяет оценить закон распределения случайного вектора; 3) это допущение не является критичным, поскольку для нас важно лишь условие $\mathbf{X} \in D$. Поэтому для определения закона распределения $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ достаточно определить вектор средних $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m)^T$ и ковариационную матрицу $\Sigma_{\mathbf{x}} = \{s_{x_j x_l}\}_{m \times m}$.

Во-вторых, по имеющейся выборке данных $\mathbf{X}_{n \times m}$ определим параметры закона распределения $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ – ковариационную матрицу и вектор средних.

Для каждого минимального интервала $(k - \Delta + 1; k)$ из Δ значений, на котором оцениваем риски, определяем параметры модели следующим образом. Для обеспечения устойчивости оценивания на малых выборках математических ожиданий факторов риска используем медианы

$$\bar{x}_{k;j} = \text{med}\{x_{k-\Delta+1;j}, \dots, x_{k;j}\}, j = 1, \dots, m.$$

Оценки ковариаций между факторами риска имеют вид

$$s_{k;j,l} = \text{cov}(x_{k;j}, x_{k;l}) = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=k-\Delta+1}^k (x_{i;j} - \bar{x}_{k;j})(x_{i;l} - \bar{x}_{k;l}),$$

$$j, l = 1, \dots, m.$$

В этом случае риски оцениваются не для конкретных моментов (год, месяц и т. д.), а для диапазонов времени (например, 2000–2009, 2013–2022 гг.). В результате для всех $n - \Delta$ интервалов времени $(k - \Delta + 1; k)$, $k = \Delta, \dots, n$ формируем набор гауссовых многомерных случайных величин, моделирующих факторы риска – вычисляем соответствующие ковариационные матрицы $\Sigma_{\mathbf{x}} = \{s_{x_j x_l}\}_{m \times m}$ и векторы средних $\bar{\mathbf{x}}_k = (\bar{x}_{k;1}, \dots, \bar{x}_{k;m})^T$.

В-третьих, многократно генерируем новые наблюдения $\mathbf{z}_i = (z_{i1}, \dots, z_{im})$ с законом распределения $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$. Данная процедура описана в (Голованов и др., 2023). Очевидно, что распределения случайных векторов \mathbf{X} и \mathbf{Z} совпадают, т. е. $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) = p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$. Поэтому имеем сходимость по вероятности выборочного распределения $p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z})$ сгенерированных модельных данных к распределению $p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$, и необходимый объем выборки для заданной надежности можно определить с помощью стандартных статистических критериев.

В результате оценка вероятности $P(D)$ будет равна частоте $P(D) = M / N$, где N – общее количество сгенерированных наблюдений

$\mathbf{z}_i (i = 1, \dots, n)$, M – количество исходов, когда сгенерированное наблюдение $\mathbf{z}_i \in D$.

Выражение (1) позволяет оценивать вклад в общий риск его различных составляющих.

Абсолютное и относительное изменение вероятности неблагоприятного исхода многомерной системы за счет добавления фактора X_j определим по формулам

$$\Delta P(D_j^-) = P(D) - P(D_j^-),$$

$$\delta P(D_j^-) = \Delta P(D_j^-) / P(D_j^-),$$

где $P(D_j^-) = P(\mathbf{x} \setminus x_j \in D_j^-)$, D_j^- – область неблагоприятных исходов D после исключения фактора риска X_j . Формулы (2) позволяют оценить вклад каждого из факторов в общий риск.

Вклад корреляции между показателями X_j на общий риск вычислим как

$$\Delta P(\Sigma_{\mathbf{x}}) = P(\mathbf{x} \in D) - P(\tilde{\mathbf{x}} \in D),$$

где все компоненты \tilde{X}_j случайного вектора $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_m)$ являются взаимно независимыми и имеют те же распределения, что и X_j .

Для риск-анализа также может быть полезной оценка одномерного риска для каждого из факторов

$$P(D_j) = P(x_j \in D_j). \quad (4)$$

Рассмотрим вопросы практического использования модели многомерного риска (1)–(4) в экономике. Пусть имеем результаты одновременных наблюдений за m факторами риска X_j за n периодов времени в виде матрицы

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & \dots & x_{n,m} \end{pmatrix} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m).$$

Проведение риск-анализа в экономике с помощью представленной модели может быть затруднено нестационарностью (наличием трендов) показателей. Тренд у фактора риска X_j приводит к тому, что он состоит из суммы двух независимых составляющих $x_j(t) = \varphi_j(t) + \varepsilon_j(t)$, где $\varphi_j(t)$ – тренд, в качестве которого понимают некоторую непрерывную квазидетерминированную компоненту от времени, $\varepsilon_j(t)$ – случайная компонента (Савинская и др., 2021). Тогда дисперсия фактора риска будет равна сумме двух дисперсий $\sigma_{X_j}^2 = \sigma_{\varphi_j}^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2$.

В результате при оценивании риска по формуле (1) в процедуре генерирования наблюдений $\mathbf{z}_i = (z_{i1}, \dots, z_{im})$ дисперсии факторов риска X_j с трендами окажутся завышенными

на величины $\sigma_{\phi_j}^2$. Это приводит к значительным искажениям ковариационных матриц и, как результат, к завышению риска.

Учет трендов факторов риска выполним следующим образом. Поскольку для оперативного мониторинга риска число наблюдений Δ в каждом анализируемом интервале должно быть малым (порядка 5–15 наблюдений), то достаточно рассмотреть две модели – линейный и параболический тренды. На каждом анализируемом интервале ($k - \Delta + 1 \leq i \leq k$) определяем параметры модели следующим образом.

Для каждого j -го фактора риска X_j оцениваем условное математическое ожидание как уравнение параболической регрессии от времени

$$\bar{x}_{i,j} = a_{k,j} + b_{k,j}i + c_{k,j}i^2 \quad (5)$$

и проверяем с помощью t -критерия статистическую значимость коэффициента $c_{k,j}$. Если он статистически значим, то далее на этом интервале рассматриваем фактор риска X_j как параболический тренд вида

$$x_{i,j} = a_{k,j} + b_{k,j}i + c_{k,j}i^2 + e_{k,j},$$

где $e_{k,j}$ – случайная компонента фактор риска X_j на интервале ($k - \Delta + 1; k$).

В противном случае вместо уравнения вида (5) рассматриваем парную линейную регрессию

$$\bar{x}_{i,j} = a_{k,j} + b_{k,j}i. \quad (6)$$

Так же как и для параболического тренда, проверяем статистическую значимость коэффициента $b_{k,j}$. Если он значим, то далее на этом интервале рассматриваем фактор риска X_j как линейный тренд вида

$$x_{i,j} = a_{k,j} + b_{k,j}i + e_{k,j}.$$

В противном случае рассматриваем статистический вариант

$$\bar{x}_{i,j} = a_{k,j}, \quad (7)$$

описывая фактор риска как

$$x_{i,j} = a_{k,j} + e_{k,j}.$$

Вычислив, используя модели (5)–(7), для всех факторов риска регрессии $\bar{x}_{i,j}$, $j = 1, \dots, m$, $k - \Delta + 1 \leq i \leq k$, определим ошибки $e_{i,j}$ (оценки случайных компонент $\varepsilon_{i,j}$) по формуле $e_{i,j} = x_{i,j} - \bar{x}_{i,j}$. Отметим, что для большей устойчивости оценивания регрессионных моделей, можно использовать метод наименьших модулей (Голованов, Тырсин, 2024).

Далее вычисляем ковариационную матрицу факторов риска на интервале ($k - \Delta + 1; k$) как

$$\Sigma_{e_k} = \{s_{e_{k,j}e_{k,l}}\}_{m \times m}, \quad (8)$$

где $s_{e_{k,j}e_{k,l}} = - \sum_{i=k-\Delta+1}^k (e_{i,j} - \bar{e}_{k,j})(e_{i,l} - \bar{e}_{k,l})$, $\bar{e}_{k,j}$ – средние значения ошибок.

Задав ковариационную матрицу (8), пороговые уровни и фактические значения факторов риска в качестве вектора средних $\mathbf{x}_i = (x_{i,1}, \dots, x_{i,m})^T$, оценим в любой i -й момент интервала ($k - \Delta + 1; k$) вероятность неблагоприятного исхода $P(D)$.

Отметим, что самые точные оценки регрессии соответствуют середине диапазона значений объясняющей переменной, поэтому момент времени i для оценивания риска желательно брать в середине интервала. Если решается задача прогноза риска, то правую границу интервала можно увеличить, считая ковариационную матрицу ошибок неизменной для прогнозных периодов, а вместо фактических значений факторов риска нужно использовать их прогнозы по уравнениям регрессии (5)–(7).

Результаты исследования

Рассмотрение на модельных данных показало, что динамический вариант позволяет корректно оценивать риск. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведены результаты оценивания вероятности неблагоприятного исхода для двух коррелированных факторов риска.

Динамическая модель многомерного риска показала практически одинаковые результаты оценивания с моделью при отсутствии трендов (рис. 1, а). Некоторое снижение риска с ростом объема Δ анализируемой выборки показывает сходимость выборочных оценок к теоретическому результату при $\Delta \rightarrow \infty$. Как видно из рис. 1, б, в случае наличия трендов у факторов риска статический вариант модели анализа риска приводит к смещению оценок $P^{(3)}(D)$ в сторону завышения вероятности неблагоприятного исхода. Видим, что при $\Delta \rightarrow \infty$, $P^{(3)}(D) \rightarrow 1$.

Выполним далее мониторинг риска ухудшения социально-экономического состояния Российской Федерации по ежегодным и еже-

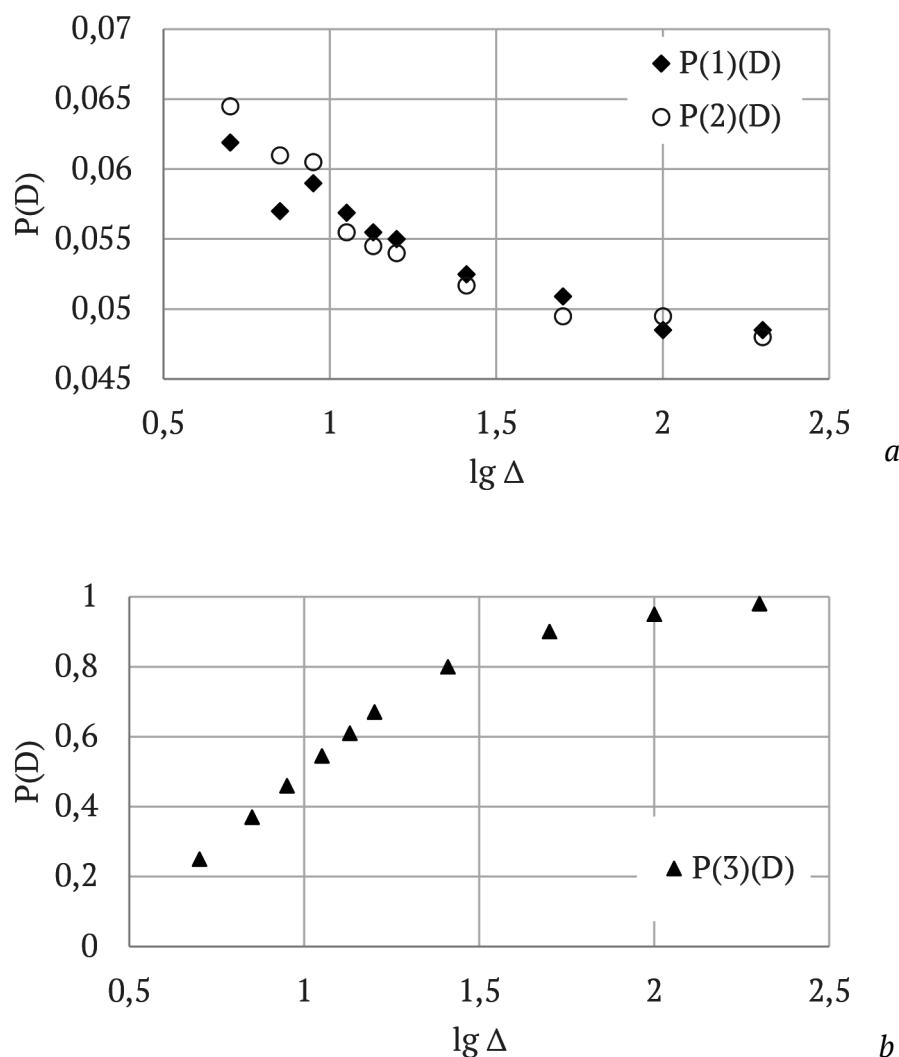


Рис. 1. Оценка вероятности неблагоприятного исхода для двух факторов риска при корреляции ошибок 0,3 и пороговых уровнях $2,5\sigma$ относительно среднего:
 а – $P^{(1)}(D)$ – статический случай, $P^{(2)}(D)$ – динамический случай;
 б – $P^{(3)}(D)$ – статический случай при наличии трендов у факторов риска

месячным данным. При проведении анализа обратимся к ежегодным данным (X), характеризующим социально-экономическое развитие Российской Федерации, и ежемесячным данным (Y), составленным на основе показателей мониторинга и оценки экономической безопасности России, утвержденных Указом Президента РФ от 13 мая 2017 г. № 208 (табл. 1). Информационным источником является база данных Федеральной службы государственной статистики за период с 2000 по 2024 г., что позволит провести комплексный и долгосрочный анализ социально-экономических процессов в стране. Выбор показателей обусловлен необходимостью всестороннего

анализа ключевых факторов, влияющих на развитие территории государства.

Пороговые уровни в табл. 2 задавались следующим образом: 1) они основаны на анализе медианы и стандартных отклонений факторов X_j за период с 2000 по 2023 г., что позволило выявить условную норму факторов и отклонений от нее; 2) для факторов Y_i использовались экспертные оценки на основании анализа кризисных явлений России 1998 и 2009 гг.

Для факторов, увеличение значений которых указывает на положительную тенденцию, установлены нижние пороги, в ином случае – верхние. Ежемесячные значения показате-

Т а б л и ц а 1

Факторы риска социально-экономического развития

Показатель и единица измерения	Обозначение
Смертность населения в трудоспособном возрасте (мужчины в возрасте 16–59 лет, женщины в возрасте 16–54 лет), чел. на 10 тыс. чел. соответствующего возраста	X_1
Среднедушевые денежные доходы населения, в месяц, тыс. руб.*	X_2
Объем продукции растениеводства и животноводства на душу населения, млн руб. на 1000 чел.*	X_3
Объем промышленной продукции на душу населения, млн руб. на 100 чел.*	X_4
Уровень безработицы (по методологии МОТ), %	X_5
Доходы консолидированных бюджетов субъектов РФ на душу населения, млн руб. на 100 чел.*	X_6
Индекс промышленного производства, в % к соответствующему месяцу предыдущего года	Y_1
Объем работ, выполненных по виду деятельности «Строительство», в % к соответствующему месяцу предыдущего года	Y_2
Оборот розничной торговли, в сопоставимых ценах в % к соответствующему месяцу предыдущего года	Y_3
Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций, в % к соответствующему месяцу с учетом инфляции**	Y_4
Уровень регистрируемой безработицы, %	Y_5
Индекс производства продукции сельского хозяйства, в % к соответствующему периоду предыдущего года***	Y_6
Объем инвестиций в основной капитал за счет всех источников финансирования, по полному кругу хозяйствующих субъектов, в сопоставимых ценах, в % к соответствующему периоду предыдущего года***	Y_7
Индекс производства по виду экономической деятельности «Добыча полезных ископаемых», в % к соответствующему месяцу предыдущего года	Y_8

П р и м е ч а н и е. * пересчитан с учетом индекса потребительских цен 2023 г.; ** пересчитан с учетом индекса потребительских цен на 2-й квартал 2024 г.; *** интерполирован по квартальным данным.

Т а б л и ц а 2

Пороговые уровни факторов риска и безопасные значения q_i

Факторы	X_1, Y_1	X_2, Y_2	X_3, Y_3	X_4, Y_4	X_5, Y_5	X_6, Y_6	Y_7	Y_8
Пороги								
Нижние $d_j^-(X_j)$	–	25	25	25	–	6		
Верхние $d_j^+(X_j)$	85	–	–	–	9,5	–		
$\theta_j(X_j)$	62,46	40,93	47,18	49,88	6,31	10,49		
Нижние $d_j^-(Y_j)$	89 (85)	86 (80)	90 (85)	96 (95)	–	93 (90)	86 (85)	85 (80)
Верхние $d_j^+(Y_j)$	–	–	–	–	4,6 (6,0)	–	–	–
$\theta_j(Y_j)$	102,84	103,78	101,51	104,12	1,28	102,81	104,95	101,19

П р и м е ч а н и е. Для порогов $d_j^-(Y_j)$ и $d_j^+(Y_j)$ сверху приведены мягкие пороговые уровни, снизу в скобках – жесткие пороговые уровни.

лей обладают более высокой стохастической неоднородностью, поэтому были введены мягкие и жесткие пороговые уровни. Из-за большей чувствительности динамического анализа будем использовать «жесткие» пороговые уровни (указаны в табл. 2 в скобках). Преодоление порогов может сигнализировать

о деструктивных изменениях и проявлении кризисных состояний.

Расчет рисков осуществлялся на основе моделей многомерного статического и динамического риска, описанных выше. Проверка статистической значимости коэффициентов $c_{k,j}$ в (5) и $b_{k,j}$ в (6) выполнялась с помощью

t -критерия Стьюдента. Ввиду малых размеров анализируемых выборок использован уровень значимости $\lambda = 0,1$.

Результаты мониторинга снижения уровня социально-экономического развития России по ежегодным данным для статического ($\Delta = 10$) и динамического ($\Delta = 8$) вариантов оценивания риска приведены на рис. 2.

Далее проведем риск-анализ с января 2016 по июнь 2024 г. по ежемесячным данным Y_t . Результаты ежемесячного мониторинга риска снижения уровня социально-экономического развития России по ежемесячным данным приведены на рис. 3. Статический вариант мониторинга риска выполнен с мягкими пороговыми уровнями (рис. 3, а), а динамический риск-анализ – с жесткими пороговыми уровнями (рис. 3, б).

Обсуждение результатов

Согласно полученным результатам (рис. 2) явным образом прослеживаются наиболее значимые экономические потрясения Российской Федерации, отмеченные многими авторами. Так, кризис 1998 г., вызванный дефолтом по внешним долгам, привел к нестабильности экономической ситуации вплоть до 2006 г. Мировой финансовый кризис 2008 г. привел к глубокой рецессии экономики России в 2009 г. и, в частности, к падению уровня промышленного производства (X_4) и резкому росту безработицы (X_5). В отличие от динамического оценивания, статическое в силу специфики его реализации в большей степени привязано к интервалам Δ , поэтому кризис 2008 г. пересекается со следующим всплеском экономической нестабильности и представляет собой единый период колебания вероятности неблагоприятного исхода с 2006 по 2019 г.

На рис. 2, б видны два всплеска – в 2013 и 2017 гг. Сложная геополитическая ситуация 2013 г., включая события на Украине, падение цен на нефть и затяжные последствия кризиса 2008 г., привели к экономической стагнации. Несмотря на отсутствие сильного экономического спада в этом году, признаки кризиса проявились через падение доходов населения (X_2) и рост безработицы (X_5). Санкции 2014 г. практически не привели к

увеличению рисков, что можно объяснить использованием государством резервов для купирования социально-экономических проблем. В 2017 г. страна все еще находилась в состоянии продолжительного экономического кризиса, вызванного долгосрочными последствиями санкций, падением цен на нефть и курса рубля, а также ростом инфляции. Пандемия COVID-19 привела к резкому сокращению экономической активности в 2020 г., что сказалось на объеме промышленной продукции (X_4) и доходах консолидированного бюджета (X_6). Влияние усиления санкционного давления в 2022 г. по выбранным факторам риска не выявлено.

Риск-анализ по ежемесячным данным (рис. 3) показал следующее. Скачок вероятности неблагоприятного исхода в январе 2016 г. связан с наиболее низким индексом заработной платы с учетом инфляции (Y_4) за весь анализируемый период, что было сглажено при статическом оценивании. Последующий всплеск в конце 2017 г. был также вызван в большей степени падением индекса заработной платы (Y_4) и объемом строительных работ (Y_2). Более явно риск возрос в начале 2020 г., из-за резкого падения оборота розничной торговли (Y_3) и роста уровня безработицы (Y_5). Тут же можем отметить, что санкционное давление недружественных стран все же не обошлось без последствий. Это проявилось в очередном всплеске вероятности неблагоприятного исхода в 2022 г., который в большей степени был связан с падением уровня заработной платы (Y_4), розничной торговли (Y_3) и объема продукции сельского хозяйства (Y_6).

Заключение

Предложена модель многомерного риска, ориентированного на особенности процессов в экономике. К ним обычно относят наличие нескольких коррелированных факторов риска, которые могут одновременно проявляться, нестационарность процессов, малые выборки данных. В основе предложенной модели лежит представление исследуемой экономической системы или явления в виде многомерных нестационарных процессов, которые в каждый момент времени считаем гауссовыми случайными векторами. В каче-

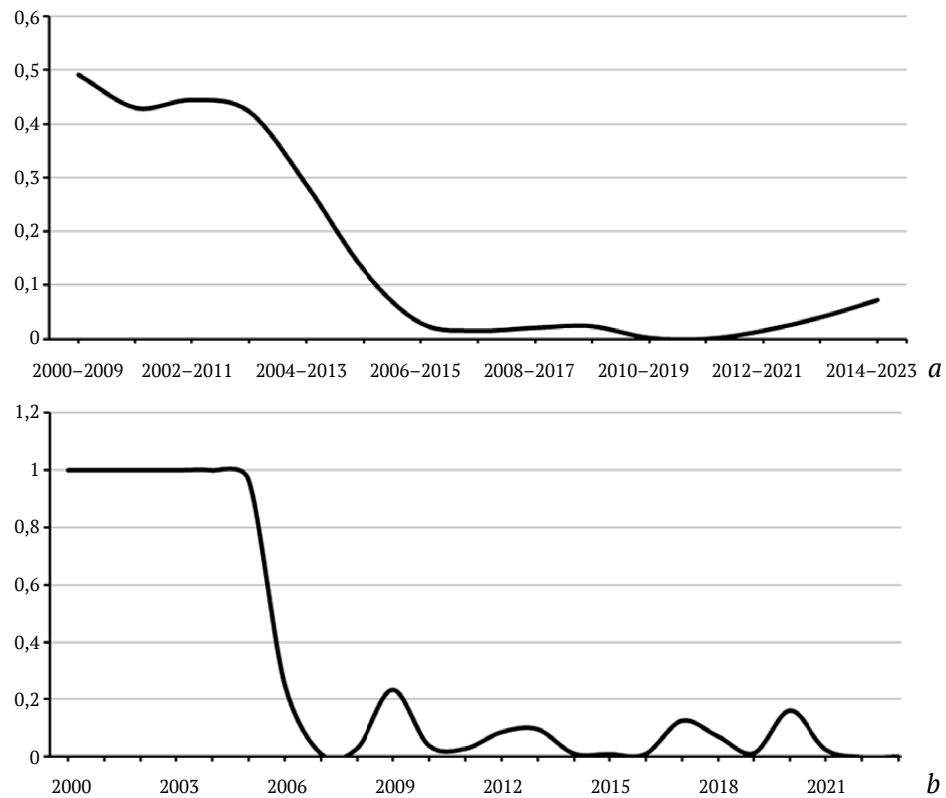


Рис. 2. Мониторинг риска для статического (а) и динамического (b) вариантов оценивания ежегодных данных

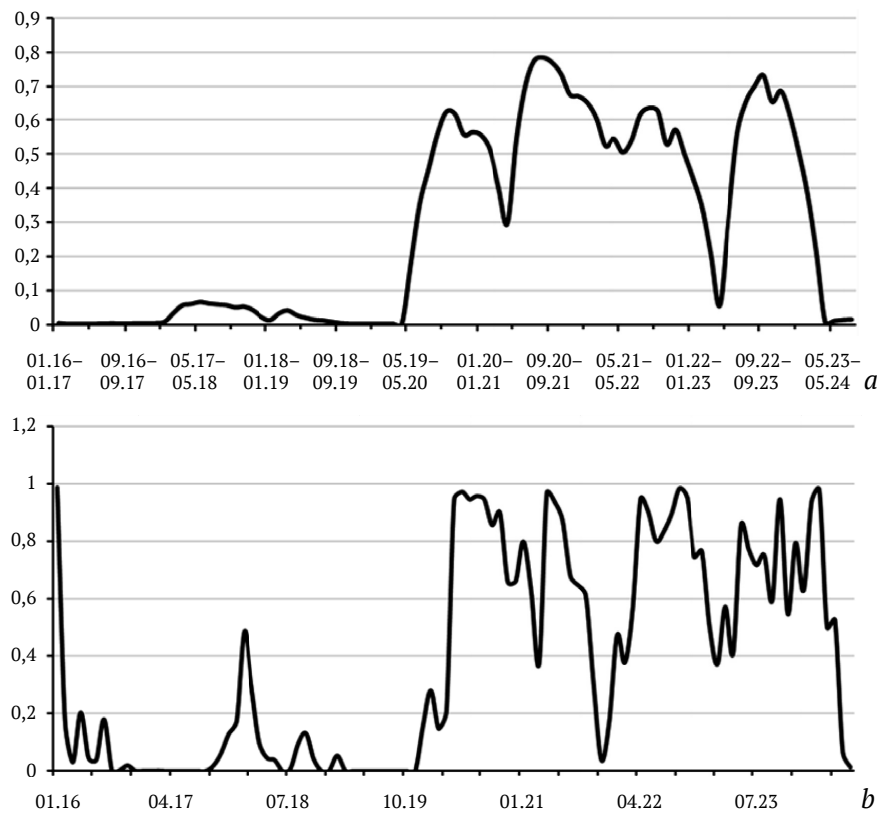


Рис. 3. Мониторинг риска по ежемесячным данным для статического (а) и динамического (b) вариантов оценивания с мягкими и жесткими пороговыми соответствиями

стве величины риска в статье понималась вероятность проявления неблагоприятного исхода – снижения уровня социально-экономического развития. Данная модель дополнена динамическим вариантом, в котором факторы риска локально описываются в виде параболических или линейных трендов. Это позволило расширить область применения данного подхода.

Проведен мониторинг риска снижения уровня социально-экономического развития России по ежегодным с 2000 по 2023 г. и ежемесячным с января 2016 по июнь 2024 г. данным. Результаты мониторинга показали, что предложенная модель многомерного риска в целом оказалась чувствительной ко всем наиболее значимым экономическим потрясениям и адекватно на них отреагировала. Выполненная апробация модели на син-

тетических данных, имитирующих наличие трендов у факторов риска.

Можно отметить, что динамический вариант мониторинга риска более чувствителен к краткосрочным негативным изменениям показателей. Меньшая зависимость от интервала Δ позволяет ассоциировать риск с фактическими значениями конкретного периода, облегчая интерпретацию и восприятие результатов анализа. Статический вариант, в свою очередь, менее чувствителен, но позволяет оценить ситуацию в условиях большого количества экономических потрясений за короткий период.

В дальнейшем планируется продолжить исследование в направлении изучения влияния отдельных факторов риска и их коррелированности на снижение уровня социально-экономического развития.

Авторский вклад

Авторы внесли равный вклад в работу, представленную в статье.

Конфликт интересов

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования

Исследование выполнено в соответствии с планом научно-исследовательских работ Института экономики Уральского отделения РАН.

Contribution of the authors

The authors contributed equally to this article.

Conflict of Interest

The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Source of funding

The study is conducted according to the research plan of the Institute of Economics of the Ural State University.

Библиографический список

1. Винокур, И. Р. (2020). Методика анализа и управления рисками. Количественная оценка рисков. *Вестник ПНИПУ. Социально-экономические науки*, (1), 204–217. [Vinokur, I. R. (2020). Methodology of risk analysis and management. Quantitative risk assessment. *Bulletin of PNIPU. Social and economic sciences*, (1), 204–217. (In Russian).] DOI: 10.15593/2224-9354/2020.1.16
2. Воронов, В. С., & Давыдов, В. Д. (2021). Байесовский подход в финансовой инженерии: конструируем интеллектуальные системы поддержки финансовых решений. *Вопросы инновационной экономики*, 11(4), 1509–1520. [Voronov, V. S., & Davydov, V. D. (2021). Bayesian approach in financial engineering: constructing intelligent systems to support financial

decisions. *Issues of Innovative Economics*, 11(4), 1509–1520. (In Russian).] DOI: 10.18334/vinec.11.4.113830

3. Ганичева, А. В., & Ганичев, А. В. (2022). Оценка числа слагаемых суммы независимых случайных величин при моделировании гауссовских случайных величин. *Экономика. Информатика*, 49(3), 546–557. [Ganicheva, A. V., & Ganichev, A. V. (2022). Estimation of the number of terms in the sum of independent random variables in modeling Gaussian random variables. *Economics. Informatics*, 49(3), 546–557. (In Russian).] DOI: 10.52575/2687-0932-2022-49-3-546-557

4. Голованов, О. А., Тырсин, А. Н., & Васильева, Е. В. (2023). Моделирование рисков экономической безопасности регионов России в условиях санкционного давления. *Экономические и социаль-*

ные перемены: факты, тенденции, прогноз, 16(5), 49–65. [Golovanov, O. A., Tyrsin, A. N., & Vasilyeva, E. V. (2023). Modeling economic security risks for Russian regions in the context of sanctions pressure. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, 16(5), 49–65.] DOI: 10.15838/esc.2023.5.89.310.15838/esc.2023.5.89.3

5. Голованов, О. А., & Тырсин, А. Н. (2024). Спуск по узловым прямым и симплекс-алгоритм – два варианта регрессионного анализа на основе метода наименьших модулей. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, 90(5), 79–87. [Golovanov, O. A., & Tyrsin, A. N. (2024). Descent along nodal straight lines and simplex algorithm: two variants of regression analysis based on least absolute deviation method. *Industrial Laboratory. Diagnostics of Materials*, 90(5), 79–87. (In Russian).] DOI: 10.26896/1028-6861-2024-90-5-79-87

6. Дубров, А. М., Лагоша, Б. А., & Хрусталева, Е. Ю. (2000). *Моделирование рисков ситуации в экономике и бизнесе*. М.: Финансы и статистика. [Dubrov, A. M., Lagosha, B. A., & Khrustalev, E. Yu. (2000). *Modeling of risk situations in economics and business*. Moscow: Finance and Statistics. (In Russian).]

7. Качалов, Р. М., & Опарин, С. Г. (2019). IV Научно-практическая конференция «Управление рисками в экономике: проблемы и решения». *Экономическая наука современной России*, (1), 139–145. [Kachalov, R. M., & Oparin, S. G. (2019). IV Scientific and Practical Conference "Risk Management in the Economy: Problems and Solutions". *Economic Science of Modern Russia*, (1), 139–145. (In Russian).] DOI: 10.33293/1609-1442-2019-1(84)-139-145

8. Клейнер, Г. Б. (2023). Доказательное моделирование как перспективный инструмент научного исследования социально-экономических процессов. *Экономика и управление: проблемы, решения*, 2(6), 5–16. [Kleiner, G. B. (2023). Evidence-based modeling as a perspective tool for scientific research of socio-economic processes. *Economics and Management: Problems, Solutions*, 2(6), 5–16. (In Russian).] DOI: 10.36871/ek.up.p.r.2023.06.02.001

9. Краковский, Ю. М., Каргаполцев, С. К., & Начигин, В. А. (2018). *Моделирование перевозочного процесса железнодорожным транспортом: анализ, прогнозирование, риски*. СПб.: ЛИТЕО. [Krakovsky, Yu. M., Kargapol'tsev, S. K., & Nachigin, V. A. (2018). *Modeling the transportation process by rail: analysis, forecasting, risks*. St. Petersburg: LITEO. (In Russian).]

10. Кузьмина, М. В. (2019). Риски организации: угроза или возможность? *Вестник Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова*, (3), 215–221. [Kuzmina, M. V. (2019). Organization Risks:

Threat or Opportunity? *Bulletin of the Plekhanov Russian University of Economics*, (3), 215–221. (In Russian).] DOI: 10.21686/2413-2829-2019-3-215-221.21

11. Лобкова, Е. В. (2022). Применение теории нечетких множеств в оценке рисков экономической безопасности в условиях цифровой трансформации региональной экономики. *Экономические науки*, (3), 111–118. [Lobkova, E. V. (2022). Application of fuzzy set theory in assessing economic security risks in the context of digital transformation of the regional economy. *Economic sciences*, (3), 111–118. (In Russian).] DOI: 10.14451/1.208.111

12. Лукашин, Ю. П. (2003). *Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов*. М.: Финансы и статистика. [Lukashin, Yu. P. (2003). *Adaptive methods of short-term forecasting of time series*. Moscow: Finance and Statistics. (In Russian).]

13. Митяков, С. Н. (2019). Методы оценки рисков экономической безопасности. *Экономическая безопасность*, 2(1), 23–27. [Mityakov, S. N. (2019). Methods for assessing economic security risks. *Economic Security*, 2(1), 23–27. (In Russian).] DOI: 10.18334/ecsec.2.1.100618

14. Орлов, А. И., & Пугач, О. В. (2012). Подходы к общей теории риска. *Управление большими системами*, (40), 49–82. [Orlov, A. I., & Pugach, O. V. (2012). Approaches to the general theory of risk. *Large Systems Management*, 40, 49–82. (In Russian).]

15. Орлова, Е. В. (2018). Имитационное моделирование и управление рисками автотранспортного предприятия. *Проблемы анализа риска*, 15(5), 46–55. [Orlova, E. V. (2018). Simulation modeling and risk management of a motor transport enterprise. *Problems of risk analysis*, 15(5), 46–55. (In Russian).] DOI: 10.32686/1812-5220-2018-15-5-46-55

16. Савинская, Д. Н., Шуняев, А. А., Зейн, В., & Шуняев, А. А. (2021). Современные методы прогнозирования временных рядов. *Современная экономика: проблемы и решения*, (11), 56–63. [Savinskaya, D. N., Shunyaev, A. A., Zein, V., & Shunyaev, A. A. (2021). Modern methods of time series forecasting. *Modern Economics: Problems and Solutions*, (11), 56–63. (In Russian).] DOI: 10.17308/meps.2021.11/2713

17. Тырсин, А. Н. (2015). О моделировании риска в системах критичных инфраструктур. В книге: *Экономические и технические аспекты безопасности строительных критичных инфраструктур. Материалы международной конференции*, 205–208. [Tyrsin, A. N. (2015). On risk modeling in critical infrastructure systems. In: *Economic and Technical Aspects of Safety of Civil Engineering Critical Infrastructures. Proceedings of the international conference*, 205–208. (In Russian).]

18. Тырсин, А. Н., & Сурина, А. А. (2017). Моделирование риска в многомерных стохастических системах. *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*, (2), 65–72. [Tyrsin, A. N., & Surina, A. A. (2017). Risk Modeling in Multivariate Stochastic Systems. *Bulletin of Tomsk State University. Management, Computer Science and Information Science*, (2), 65–72. (In Russian).] DOI: 10.17223/19988605/39/9
19. Alleman, G. B., & Quigley, J. M. (2024). *Risk Management*. Auerbach Publications. DOI: 10.1201/9781003425465
20. Aven, T. (2016). Risk assessment and risk management: Review of recent advances on their foundation. *European Journal of Operational Research*, 253(1), 1–13. DOI: 10.1016/j.ejor.2015.12.023
21. Aven, T. (2019). *The Science of Risk Analysis: Foundation and Practice*. Routledge. DOI: 10.4324/9780429029189
22. Behrendorf, J., Broggi, M., & Beer, M. (2019). Reliability Analysis of Networks Interconnected with Copulas. *ASCE-ASME. Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part B Mechanical Engineering*, (5), 041006–9. DOI: 10.1115/1.4044043
23. Benzaghta, M. A., Elwalda, A., Mousa, M. M., Erkan, I., & Rahman, M. (2021). SWOT analysis applications: An integrative literature review. *Journal of Global Business Insights*, 6(1), 54–72. DOI: 10.5038/2640-6489.6.1.1148
24. Bryant, J., & Zhang, J. L. (2016). Bayesian Forecasting of Demographic Rates for Small Areas: Emigration Rates by Age, Sex, and Region in New Zealand, 2014–2038. *Statistica Sinica*, (26), 1337–1363. DOI: 10.5705/ss.2014.200t
25. Cherubini, U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula Methods in Finance*. Wiley. DOI: 10.1002/9781118673331
26. Devianto, M. D., & Fadhilla, D. R. (2015). Time Series Modeling for Risk of Stock Price with Value at Risk Computation. *Applied Mathematical Sciences*, 9(56), 2779–2787. DOI: 10.12988/ams.2015.52144
27. Ginevicius, R., Gedvilaite, D., Stasiukynas, A., & Suhajda, K. (2022). Complex Expert Assessment of the State of Business Enterprises. *Acta Polytechnica Hungarica*, 19(2), 135–150. DOI: 10.12700/APH.19.2.2022.2.8
28. Hardle, W. K., Simar, L., & Fengler, M. R. (2024). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Springer. DOI: 10.1007/978-3-031-63833-6
29. Jamshidi, A., Ait-kadi, D., Ruiz, A., & Rebaiaia, M. L. (2017). Dynamic risk assessment of complex systems using FCM. *International Journal of Production Research*, 56(3), 1070–1088. DOI: 10.1080/00207543.2017.1370148
30. Joe, H. (2014). *Dependence Modeling With Copulas*. New York: Chapman and Hall/CRC. DOI: 10.1201/b17116
31. Khodabakhshian, A., Puolitaival, T., & Kestle, L. (2023). Deterministic and Probabilistic Risk Management Approaches in Construction Projects: A Systematic Literature Review and Comparative Analysis. *Buildings*, 13(5), 1312. DOI: 10.3390/buildings13051312
32. Kondor, D., Hafez, V., Shankar, S., Wazir, R., & Karimi, F. (2024). Complex systems perspective in assessing risks in artificial intelligence. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, (382), 20240109. DOI: 10.1098/rsta.2024.0109
33. Kou, G., Chao, X., Peng, Y., Alsaadi, F. E., & Herrera-Viedma, E. (2019). Machine learning methods for systemic risk analysis in financial sectors. *Technological and Economic Development of Economy*, 25(5), 716–742. DOI: 10.3846/tede.2019.8740
34. Liu, T., & Yu, Z. (2022). The Analysis of Financial Market Risk Based on Machine Learning and Particle Swarm Optimization Algorithm. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, (31). DOI: 10.1186/s13638-022-02117-3
35. Solozhentsev, E. D. (2015). Logic and probabilistic risk models for management of innovations system of country. *International Journal of Risk Assessment and Management*, 18(3/4), 237–255. DOI: 10.1504/IJRAM.2015.071211
36. Ultsch, A., & Lotsch, J. (2015). Computed ABC Analysis for Rational Selection of Most Informative Variables in Multivariate Data. *PLoS ONE*, 10(6), e0129767. DOI: 10.1371/journal.pone.0129767

Голованов Олег Александрович, аспирант, Институт экономики Уральского отделения РАН, Екатеринбург, Российская Федерация
E-mail: golovanov.oa@uiec.ru
ORCID ID: 0000-0002-9977-6954

Oleg A. Golovanov, Postgraduate Student, Institute of Economics, Ural Branch of RAS, Yekaterinburg, Russian Federation
E-mail: golovanov.oa@uiec.ru
ORCID ID: 0000-0002-9977-6954

Тырсин Александр Николаевич, д-р техн. наук, профессор, Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Российская Федерация

E-mail: at2001@yandex.ru

ORCID ID: 0000-0002-2660-1221

Айбекова Элнура Айбековна, студентка, Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Российская Федерация

E-mail: elnuraaibekova2003@gmail.com

ORCID ID: 0009-0002-5281-1107

Получена 12.12.2024

Получена в доработанном виде 24.01.2025

Одобрена 27.01.2025

Alexander N. Tyrsin, Dr. Sci. (Eng.), Full Prof., Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation

E-mail: at2001@yandex.ru

ORCID ID: 0000-0002-2660-1221

Elnura A. Aibekova, Student, Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation

E-mail: elnuraaibekova2003@gmail.com

ORCID ID: 0009-0002-5281-1107

Received 12.12.2024

Received in revised form 24.01.2025

Accepted 27.01.2025