



Математические и инструментальные методы экономики

Научная статья

УДК 519.83, 330.42

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.2/13062>

JEL: C7

Равновесия в теоретико-игровых моделях коррупции в сетевых структурах

А. А. Волков¹, А. Ю. Филатов^{2✉}

^{1,2} Дальневосточный федеральный университет, п. Аякс, 10, о. Русский,
690922, Владивосток, Российская Федерация

Предмет. Теоретико-игровой подход к моделированию поведения экономических агентов в условиях коррупции позволяет исследовать устойчивость коррупционных сетей и механизмов борьбы с ними. Коррупция рассматривается как результат стратегического взаимодействия рациональных участников.

Цель. Исследование стратегического поведения в теоретико-игровой модели коррупции на сетях и выявление условий, при которых возможно существование различных, в том числе внутренних равновесий.

Методология. В основу анализа положена модификация модели Феррари, в которой формирование коррупционной коалиции происходит при активном вовлечении в нее новых участников с помощью передаваемых по сети побочных платежей, а вероятность наказания обратно пропорциональна размеру коалиции. В работе выявлены условия, при которых система может неограниченно долго находиться во внутреннем равновесии или скатывается в одно из угловых. Проведена численная симуляция для различных значений ключевых параметров: размера взятки, штрафа, числа участников и издержек на коммуникацию.

Результаты. Показано, что сеть из нескольких агентов, представленная в виде направленного графа, может находиться в одном из трех состояний: «хорошем» (все честны), «промежуточном» (сосуществуют разные типы поведения) и «плохом» (все коррумпированы). Выявлено критическое значение уровня коррупции, при превышении которого система переходит в плохое равновесие, которое невозможно разрушить без специальных антикоррупционных мер. Также получены зависящие от параметров пороговые значения, при которых происходит переключение между типами равновесий, в том числе когда коррупция начинает саморазрушаться в связи с высокими издержками. Проанализирована сравнительная статика получаемых интервалов.

Выводы. Модель позволяет анализировать устойчивость коррупционных сетей и оценивать эффективность антикоррупционной политики, подчеркивая важность своевременного реагирования для предотвращения рисков возникновения самоподдерживающейся коррупции. Полученные результаты также важны для разработки экономических механизмов, направленных на устойчивое снижение уровня коррупции в обществе.

Ключевые слова: коррупционный сговор, сетевая коррупция, граф социальных связей, оппортунистическое поведение, теория игр, теория экономических механизмов, институциональная среда.

Для цитирования: Волков, А. А., & Филатов, А. Ю. (2025). Равновесия в теоретико-игровых моделях коррупции в сетевых структурах. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, (2), 3–16. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.2/13062>



Mathematical and Quantitative Methods

Original article

UDC 519.83, 330.42

DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.2/13062>

JEL: C7

Equilibria in game-theoretic models of corruption in network structures

A. A. Volkov¹, A. Yu. Filatov^{2✉}

^{1,2} Far Eastern Federal University, 10 Ajax Bay, Russky Is., 690922, Vladivostok, Russian Federation

Subject. The game-theoretic approach to modeling the behavior of economic agents in corrupt environments allows us to study the resilience of corruption networks and effective countermeasures. Corruption is conceptualized as the outcome of strategic interactions among rational actors.

Purpose. To examine strategic behavior within a network-based game-theoretic model of corruption and identify the conditions enabling the emergence of multiple equilibria, including interior ones.

Methodology. The analysis is based on a modified Ferrari model, where corruption coalition formation involves active recruitment of new members through network-distributed side payments, and the probability of punishment is inversely proportional to the coalition size. The study identifies conditions under which the system can persist indefinitely in an interior equilibrium or collapses into a corner equilibrium. Numerical simulations were conducted for varying values of key parameters: bribe size, penalty magnitude, number of participants and communication costs.

Results. The study demonstrates that a multi-agent network, represented as a directed graph, can exist in one of three distinct states: "virtuous" (everyone is honest); "intermediate" (different types of behavior coexist); "corrupt" (everyone is corrupt). A critical corruption threshold was identified. Exceeding this threshold triggers an irreversible transition to the corrupt equilibrium, which cannot be disrupted without targeted anti-corruption interventions. Furthermore, we derived the parameter-dependent tipping points governing transitions between stated equilibria. These include conditions under which corruption becomes self-terminating due to prohibitively high transaction costs. We also analyzed the comparative statics of the resulting stability ranges.

Conclusions. The model allows to analyze the resilience of corruption network and enables the evaluation of anti-corruption policy effectiveness. It highlights the critical importance of timely intervention to mitigate the risk of self-sustaining corruption emergence. The findings are also significant for designing economic mechanisms aimed at achieving a sustainable reduction in societal corruption levels.

Key words: corrupt conspiracy, network corruption, social connections graph, opportunistic behavior, game theory, mechanism design, institutional environment.

For citation: Volkov, A. A., & Filatov, A. Yu. (2025). Equilibria in game-theoretic models of corruption in network structures. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Economics and Management*, (2), 3–16. DOI: <https://doi.org/10.17308/econ.2025.2/13062>

Введение

В 2024 г. Россия заняла 154-е место из 180 в международном рейтинге индекса восприятия коррупции¹, опустившись за 4 года на 25 позиций и показав худший результат в истории наблюдений. Соседями России являются такие страны, как Ливан, Гондурас, Конго, Камбоджа, Чад и Зимбабве. Даже в Центральноафриканской республике, Нигерии и Ираке индекс показывает более высокие значения. Конечно, можно отчасти подвергать сомнению точные количественные оценки, однако рейтинг, являющийся агрегатом множества показателей, в любом случае свидетельствует о серьезных проблемах с коррупцией и качеством институтов в целом, а также с тем, как общество воспринимает коррупцию.

Одним из наиболее интересных и перспективных направлений исследований в этой области является математическое моделирование коррупции и разработка построенных на стимулах механизмов борьбы с ней. Начиная с исследований Rose-Ackerman (1975, 2010) коррупция стала рассматриваться в рамках экономической парадигмы как рациональное поведение экономического агента в условиях риска, связанного с совершением преступления и возможным наказанием за него. Исследования в рамках данного подхода осуществляются с помощью теоретико-игровых моделей, в которых изучаются возникающие равновесия и их сравнительная статика в зависимости от различных параметров – выигрышей при честном и оппортунистическом поведении, вероятностей проверок, размеров штрафов и т. д.

При этом чаще всего моделируется парное взаимодействие принципала и агента. Например, к этому классу относятся модели уклонения от налогообложения, восходящие к работам Graetz et al. (1986) и Chander & Wilde (1992). В то же время коррупция часто возникает и распространяется в сетях (Warburton, 2013), и эти процессы, осуществляемые как посредством личных связей, так и через анонимные сетевые механизмы, являются интереснейшей темой исследований в контексте анализа организации отраслевых рынков (Polanski, 2007) и эффективного государственного управления (Rose-Ackerman & Palifka, 2016) на верхнем (Jancsics & Jávör, 2012) и низовом (Jancsics, 2015) уровнях, при изучении коррупции в налоговой

инспекции (Vasin et al., 2010), на таможне (Волков, Филатов, 2022; Chalendard et al., 2023), в правоохранительных органах (Lauchs et al., 2011; Аймалиев, 2016) и во многих других сферах.

Мы будем строить модель на основе идей Ferrali (2020), предложившего следующую схему коррупционного взаимодействия на сети. Некоторый участник сети получает коррупционное предложение, которое может принять или отвергнуть. В случае принятия он присваивает себе часть коррупционного платежа, а оставшуюся предлагает связанным с ним агентам сети в целях вовлечения в коррупционную коалицию и уменьшения риска собственного разоблачения. Те игроки оказываются перед аналогичным выбором, и в итоге эндогенным образом формируется некоторая коррупционная сеть.

Вероятность выявления этой сети $p(a, w, q)$ убывает по мере роста числа вовлеченных в нее участников (a), возрастает в зависимости от числа отказавшихся присоединиться (w) и возрастает с убывающей отдачей по объему ресурсов (q), выделяемых контролирующими органами на борьбу с коррупцией и отражающих качество мониторинга.

Мы постарались сделать игроков более симметричными (Волков, Филатов, 2024), предположив, что коррупционные предложения в размере b_i (иногда зафиксированные на едином уровне b) получают они все. При этом вероятность наказания (формализованного в виде штрафа в размере F , хотя под этим могут подразумеваться и иные приведенные к денежному эквиваленту форматы, от увольнения и соответствующих потерь до лишения свободы) также отрицательно связана с размером коррупционной сети.

Простейшим вариантом формализации такой зависимости будет вероятность наказания, обратно пропорциональная числу игроков, принявших взятку: $p=1/k$. В статье А. В. Савватеева (2003) предложено следующее его обоснование. Честный контроль верхнего уровня в состоянии понять, кто из игроков выбрал коррупционную стратегию, однако для доказательства этого факта с последующим применением процедуры наказания необходимо провести полноценную проверку. При этом имеющийся ресурс невелик, например, ограничен единственной проверкой. Таким образом, наказание ожидает только одного нарушителя, и каждому из них выгодно размыть ответственность, расширив коррупционную сеть.

¹ URL: <https://www.transparency.org/en/cpi/2024>

Действительно, если коррупционер окажется единственным среди множества честных, то к нему гарантированно придут с проверкой и подвергнут наказанию. Если же к числу оппортунистов получится присоединить еще четверых, то вероятность проверки каждого из них уменьшится до 20 %. Поэтому вторым отличием предлагаемой модели является возможность вовлечения в коррупционную коалицию других игроков с помощью предлагаемых им платежей x_{ij} .

Обзор литературы

Стимулирующие схемы привлечения новых членов коррупционной коалиции уже рассматривались в литературе. В частности, в работах Zhang & Zhao (2020), Zhang (2022) предлагаются формализованные схемы распределения дополнительной выгоды от расширения числа коррупционеров, демонстрируя, что подобные механизмы делают приглашение выгодной стратегией с точки зрения отдельных агентов. Такая формализация направлена на обеспечение справедливого распределения этой выгоды в сетях со множеством участников и на предотвращение манипуляций наподобие создания фиктивных участников коалиций. При этом, как показано в Zhang (2022), задача распределения дополнительной выгоды является непростой. В частности, классические схемы распределения, в том числе простое деление выгоды поровну, в некоторых случаях оказывается неустойчивым к стратегическому поведению.

В то же время важным ограничением этих моделей является отсутствие привязки к структуре связей социального графа, что может являться основополагающим фактором динамики распространения коррупции (Amati et al., 2018). Разумно предположение о том, что вовлечение других игроков в коррупционную коалицию возможно не всегда, а только в том случае, когда между ними имеется тесное взаимодействие: каждый оппортунист может предложить платеж только участникам, соединенным с ним ребрами графа, более того, графа ориентированного.

Простейшим вариантом является модель случайного графа Эрдёша – Реньи (Erdős & Rényi, 1960), в которой каждая пара из n вершин соединяется ребром с заданной вероятностью p (рис. 1, а). Данный граф является, вероятно, наиболее простым из нерегулярных графов,

однако структура связей в нем никак не связана с индивидуальными особенностями вершин и полностью определяется случайным процессом, что не очень согласуется с устройством реальных сетей, где связи часто формируются исходя из общих интересов и иных особенностей людей, географической близости и т. д. В графе Эрдёша – Реньи также отсутствует такое важное свойство реальных сетей, как кластеризация, т. е. тенденция к тому, что люди, связанные с некоторым человеком, чаще оказываются связанными между собой.

Пытаясь увязать наблюдающуюся на практике высокую кластеризацию с малым диаметром и небольшим средним расстоянием между вершинами, Watts & Strogatz (1998) разработали альтернативную модель «малого мира», типичное графическое представление которой приведено на рис. 1, б. Ее построение начинается с кольца, в котором каждая вершина связана с k соседними. Этим достигается выполнение свойства высокой кластеризации. А далее с некоторой небольшой вероятностью каждое ребро перенаправляется на случайную вершину, возможно, достаточно удаленную. Это приводит к тому, что все участники оказываются связанными через малое количество связей.

Модель малого мира уже более реалистична, нежели случайный граф, однако все его вершины имеют примерно одинаковую степень, в то время как в реальных социальных сетях степени вершин распределяются по степенному закону. Данному свойству удовлетворяют модели с «предпочтительным присоединением» (Barabási & Albert, 1999), построенные следующим образом. Граф формируется из небольшого количества связанных вершин. А далее новые вершины с большей вероятностью (обычно пропорционально большей) присоединяются к тем, у кого выше оказывается текущая степень. Таким образом, узлы с большим числом уже существующих связей создают всё новые и новые, формируя хабы. Так в графе возникает множество вершин с малым числом связей и несколько сверхсвязных узлов (рис. 1, в).

Также в ряде более поздних работ модели предпочтительного присоединения анализируются не только с учетом степеней вершин, но и содержательного контекста, например на основе включения в модель целевых функций игроков и учета их стратегий поведения и взаимного влияния. По сути это представляет собой переход к кооперативным (Jackson, 2011)

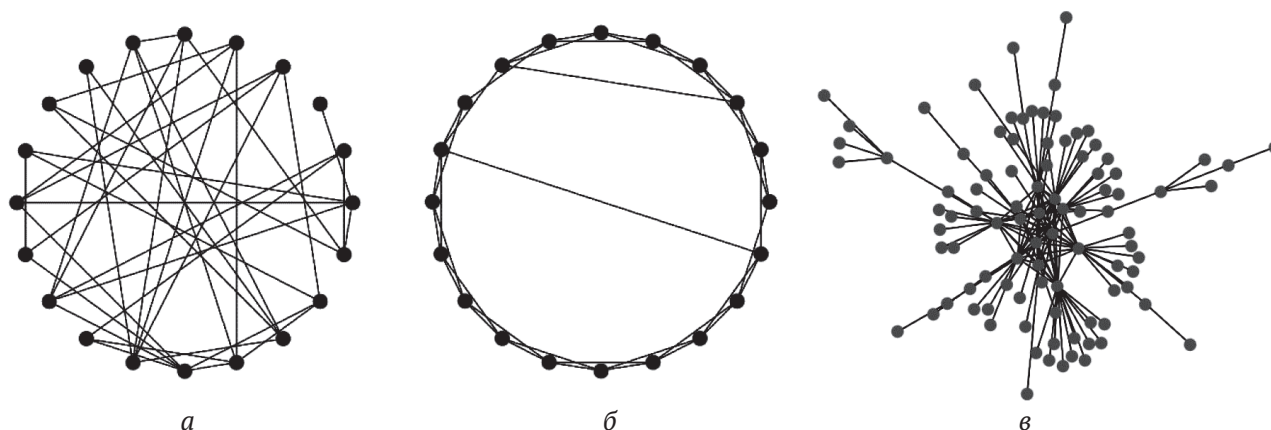


Рис. 1. Используемые при анализе виды случайных графов:
 а – модель Erdős & Rényi (1960); б – модель Watts & Strogatz (1998);
 в – модель Barabási & Albert (1999)

и некооперативным (Bala & Goyal, 2003) теоретико-игровым моделям на сетях, в которых ищутся устойчивые конфигурации.

В частности, в статье Poncela et al. (2008) предлагается эволюционная модель предпочтительного присоединения, в которой способность участника сети привлекать новые связи зависит от динамической переменной, регулируемой, в свою очередь, предыдущим взаимодействием участников. Исследование осуществлено на примере возникновения сотрудничества, под которое подпадает и коррупционный сговор. В работе Poncela et al. (2009) развивается этот же подход. Предполагается, что новые участники предпочтительно присоединяются к самым успешным игрокам (например, в нашем случае – к «авторитетным» коррупционерам с наибольшим доходом). При этом включенные в модель конкурентные механизмы приводят к тому, что во время роста сети могут быть достигнуты высокие темпы кооперации участников; в то же время, когда сеть становится статичной, стимулы к сотрудничеству существенно снижаются.

В работе Ranjbar-Sahraei et al. (2014), напротив, рассматривается уже созданная статическая сеть, участники которой взаимодействуют друг с другом. При этом стратегия каждого игрока непрерывна по своей природе и может варьироваться от чистого оппортунизма до чистой кооперации. При этом сотрудничество затратно, но приводит к росту выигрыша коалиции, что порождает хорошо знакомую в экономической литературе дилемму между индивидуальной рациональностью и кооперативным оптимумом.

Наша модель опирается на схожую игру – существует зафиксированный граф связей, каждая вершина представляет собой стратегического игрока, а наличие ребер определяет возможности игроков воздействовать друг на друга. Рассмотрим модель подробнее.

Постановка модели

Пусть задан набор из n участников взаимодействия $I = \{C_1; C_2 \dots C_n\}$, представляющих собой вершины ориентированного графа. Каждый участник получает официальную зарплату w за некоторую деятельность, влияющую на благосостояние третьих лиц, например осуществление таможенного контроля, аудит в налоговой сфере или перераспределение финансовых потоков в рамках государственных программ. Третьи лица, заинтересованные в принятии выгодных для себя решений, предлагают участнику взятку в размере b_i , зафиксированную на едином уровне b или, в более общем случае, взятую из некоторого известного распределения. Все оппортунисты, принявшие взятку, рискуют заплатить штраф в размере F . При этом, как уже говорилось выше, вероятность штрафа обратно пропорциональна размеру коррупционной коалиции и составляет $1/k$.

У каждого из участников есть три стратегии поведения. Первая и вторая – быть коррупционером, помимо зарплаты получив взятку, но рискуя оказаться пойманным и подвергнуться наказанию в виде штрафа в размере F . А дальше проявляются некоторые стратегические особенности.

Поскольку каждому коррупционеру очень выгодно расширение коалиции, уменьша-

ющее вероятность наказания, можно этому поспособствовать, предложив игрокам, с которыми у него есть исходящая связь, некоторую сумму денег x_{ij} за их переход в число оппортунистов. При этом переговоры сопровождаются известными коммуникационными усилиями, отраженными в небольших невозвратных издержках ε . В результате этого возникают две альтернативы.

Первая стратегия – «активная». Она заключается в том, чтобы вовлекать других участников в коалицию, неся дополнительные издержки в размере $C_i = m_i \varepsilon + \sum X_{ij}$, где m_i – число исходящих связей i -участника, но уменьшая вероятность штрафа с $1/k$ до $1/(k+m_i)$. Вторая стратегия – «пассивная». Понадеявшись на остальных, сэкономить на издержках, но сохранить первоначальную вероятность наказания в размере $1/k$. Наконец, последняя третья стратегия заключается в том, чтобы остаться честным сотрудником, работающим за зарплату w .

Пусть в сложившейся ситуации доля «игроков-коррупционеров» составит величину γ , тогда оставшиеся $(1 - \gamma)$ останутся «честными». Пусть также среди коррупционеров активными будет доля α . Это означает, что общая доля активных коррупционеров составит $\alpha\gamma$, а доля пассивных коррупционеров будет равна $(1 - \alpha)\gamma$.

Попробуем найти, какие соотношения активных и пассивных коррупционеров, а также честных игроков могут оказаться равновесными. Предположим для примера наличие простейшей симметричной сети – «кольца», в котором у каждого из участников имеется

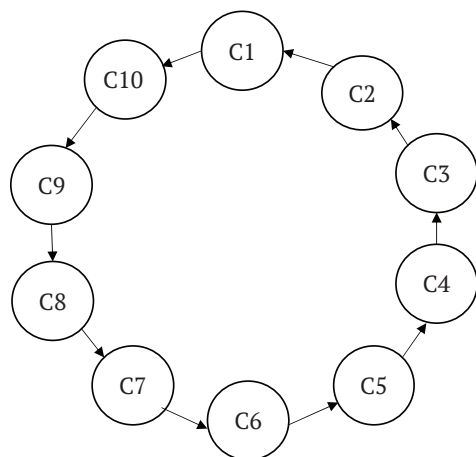


Рис. 2. Пример простейшей сети – кольцо с единственной связью

лишь одна исходящая связь (рис. 2). Таким образом, каждый может вовлечь в коррупционную коалицию только одного коллегу, предложив ему платеж x . Заметим, кстати, что в симметричном случае он будет одинаков для всех, избравших «активную стратегию». Платить больше оказывается невыгодно, поскольку цель достигается меньшими усилиями, а платить меньше – невозможно, поскольку подобных действий будет недостаточно для вовлечения напарника в ряды оппортунистов и снижения вероятности штрафа.

В статье А. А. Волкова и А. Ю. Филатова (2024) сказано, что при любых параметрах модели будут наличествовать как минимум два очевидных равновесия – плохое и хорошее с точки зрения общества. В плохом равновесии все игроки будут пассивными коррупционерами. При достаточном числе участников сумма взятки заведомо превышает ожидаемый штраф, поэтому нет никаких стимулов ни становиться честным, ни материально стимулировать кого-то на переход в ряды коррупционеров (коррупционерами все становятся автоматически). В хорошем равновесии, напротив, все будут являться честными игроками. Все понимают, что даже активная (не говоря про пассивную) коррупционная стратегия не способна вовлечь рациональных коллег в число оппортунистов, а значит, для всех игроков доминирует честная стратегия.

В то же время особый интерес представляет вопрос, при каких параметрах модели возможны внутренние равновесия и каков окажется их вид.

Равновесия

Пусть во внутреннем равновесии, где $\gamma \in (0; 1)$ и $\alpha \in (0; 1)$, доли активных и пассивных коррупционеров, а также честных игроков составят соответственно $\alpha\gamma$, $(1 - \alpha)\gamma$ и $(1 - \gamma)$. Тогда выигрыши от использования этих трех стратегий составят соответственно

$$U_i^2 = w + b + \alpha\gamma x - F/(\gamma n + 1) - x - \varepsilon,$$

$$U_i^2 = w + b + \alpha\gamma x - F/\gamma n,$$

$$U_i^3 = w.$$

Дадим короткое пояснение по поводу первых двух формул. Каждый коррупционер получает зарплату w , принимает взятку b и получает с вероятностью $\alpha\gamma$ платеж x от

своего соседа. При этом в случае пассивной стратегии он платит штраф F с вероятностью $1/\gamma n$, а в случае активной стратегии уменьшает вероятность штрафа до $1/(\gamma n + 1)$ путем расширения коалиции, но затратив сумму x на создание стимулов к коррупционному поведению у партнера и понеся коммуникационные издержки ε .

Во внутреннем равновесии все три значения функции выигрыша U_i^1 , U_i^2 и U_i^3 равны между собой, иначе участник просто перейдет на более выгодную из них. Решим полученную систему из двух уравнений с тремя неизвестными. Очевидно, что какую-то из этих неизвестных мы берем в качестве параметра. Пусть это будет суммарная доля коррупционеров γ . Итак,

$$w + b + \alpha\gamma x - F/\gamma n = w, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} w + b + \alpha\gamma x - F/\gamma n &= \\ &= w + b + \alpha\gamma x - F/(\gamma n + 1) - x - \varepsilon. \end{aligned} \quad (2)$$

Из уравнения (1) найдем, что

$$x = \frac{F/(\gamma n) - b}{\alpha\gamma} = \frac{F - \gamma nb}{\alpha\gamma^2 n}.$$

Из уравнения (2) также выразим x :

$$\begin{aligned} \frac{F}{\gamma n} &= \frac{F}{\gamma n + 1} = x + \varepsilon, \\ x &= \frac{F}{\gamma n(\gamma n + 1)} - \varepsilon. \end{aligned} \quad (3)$$

Теперь приравняем два полученных выражения для платежа x :

$$\begin{aligned} \frac{F - \gamma nb}{\alpha\gamma^2 n} &= \frac{F}{\gamma n(\gamma n + 1)} - \varepsilon, \\ \frac{F - \gamma nb}{\alpha\gamma} &= \frac{F - \varepsilon\gamma n(\gamma n + 1)}{\gamma n + 1}, \end{aligned}$$

и выразим из полученного равенства α :

$$\alpha = \frac{(F - \gamma nb)(\gamma n + 1)}{F\gamma - \varepsilon\gamma^2 n(\gamma n + 1)}. \quad (4)$$

Таким образом, формулы (3) и (4) определяют равновесные значения доли активных коррупционеров α и их платежей x в зависимости от параметров модели – размера взятки b , штрафа F , числа участников сети n и коммуникационных издержек ε , а также суммарной доли коррупционеров γ . Заметим, кстати, что уровень заработной платы в такой постановке не имеет значения, поскольку в одинаковой степени увеличивает доходы всех групп.

Полученное внутреннее равновесие предполагает наличие трех групп участников, однако при определенных значениях параметров некоторые стратегии поведения становятся заведомо невыгодными. Например, при высокой доле коррупционеров даже всеобщая пассивная стратегия, означающая нулевую долю активных коррупционеров $\alpha = 0$, приводит к тому, что брать взятку выгоднее, чем быть честным. Найдем критическое значение $\bar{\gamma}$, решив следующее неравенство:

$$w + b - F/\gamma n \geq w.$$

Получим, что это неравенство выполняется при $\bar{\gamma} = \frac{F}{nb}$, где

$$\bar{\gamma} = \frac{F}{nb}. \quad (5)$$

Это означает, что любая более высокая доля коррупционеров γ оказывается неравновесной. Ее реализация приводит к скачкообразному росту коррупции в обществе до 100 %, и контролирующие органы не в состоянии это предотвратить.

Если доля коррупционеров становится ниже $\bar{\gamma}$, то возникает описанное выше внутреннее равновесие. Однако при дальнейшем снижении доли γ риски коррупции начинают увеличиваться и пассивная коррупционная стратегия перестает быть равновесной. Математически это отражается в том, что вычисленная по формуле (4) доля активных коррупционеров становится равной единице, т. е. начинает выполняться равенство

$$(F - \gamma nb)(\gamma n + 1) = F\gamma - \varepsilon\gamma^2 n(\gamma n + 1).$$

Данное кубическое уравнение удобнее решать численно, при этом полученный корень γ^* разделяет равновесие с тремя стратегиями поведения и с двумя, когда часть участников (доля γ) являются активными коррупционерами, а часть (доля $1 - \gamma$) – честными игроками. В последнем случае $\alpha = 1$, а равновесный платеж вычисляется, исходя из условия

$$w + b + \gamma x - F/(\gamma n + 1) - x - \varepsilon = w,$$

откуда получаем конечную формулу

$$x = \left(b - \varepsilon - \frac{F}{\gamma n + 1} \right) / (1 - \gamma). \quad (6)$$

Наконец, когда уменьшающаяся доля коррупционеров становится ниже определенного критического значения, даже их всеобщее активное поведение с платежами, вычисленными по формуле (6), не способно

заставить стратегически честных игроков начать брать взятки. Напомним, кстати, что в модели не идет речь о моральных принципах, хотя формально их учет мог бы еще сильнее сдвинуть стимулы в пользу честного поведения).

Снова найдем критическую точку $\underline{\gamma}$ через решение неравенства $x \leq 0$:

$$\begin{aligned} b - \varepsilon - \frac{F}{\gamma n + 1} &\leq 0, \\ \underline{\gamma} &= \frac{F - b + \varepsilon}{nb - n\varepsilon}. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, любая меньшая доля коррупционеров $\gamma < \underline{\gamma}$ является неравновесной. В этом случае (на радость обществу) вся коррупция исчезает, и система переходит в хорошее «честное» равновесие.

Резюмируем вышесказанное. Идеальной для общества является ситуация, когда уровень коррупции, пусть иногда и ненулевой из-за случайных шоков и нерационального поведения агентов, не превышает критического уровня $\underline{\gamma}$. В этом случае без использования каких бы то ни было специальных мер борьбы коррупция сходит на нет, что похоже на ситуацию в развитых странах с качественными антикоррупционными институтами.

Напротив, если коррупция, в том числе в результате краткосрочного шока с высокой амплитудой, оказывается выше правой критической точки $\bar{\gamma}$, вернуть ее к околонулевым значениям становится крайне сложно, поскольку недостаточные стимулы к честному поведению заставляют рациональных агентов переходить на доминирующую оппортунистическую стратегию, и даже внедряемые механизмы борьбы могут оказаться бессильными против самоподдерживающейся коррупции, стремящейся тотально захватить общество. Это ситуация стран, находящихся на вершине коррупционного рейтинга.

Однако может возникнуть и промежуточная ситуация, когда вроде бы нет тотальной коррупции и хочется ожидать дальнейшего прогресса, но он год за годом не происходит,

и коррупция держится на неизменном уровне в диапазоне от $\underline{\gamma}$ до $\bar{\gamma}$.

Как показывает модель, это не является следствием нерационального поведения участников, неверных ожиданий и других поведенческих аспектов. Это равновесная ситуация, «ловушка среднего уровня», в которой страна может застрять на десятилетия, если не будет использовать специальные экономические механизмы, разработка и внедрение которых являются нетривиальными задачами, не имеющими простого решения. Идейно же данный случай очень похож на другие институциональные ловушки (Полтерович, 1999) – ситуации, в которых неэффективные нормы поведения становятся устойчивыми и сохраняются в долгосрочном периоде, несмотря на приносимый ими вред для большинства или даже для всех представителей общества.

На рис. 3 мы схематично представим возможные равновесные и неравновесные ситуации в зависимости от первоначального уровня коррупции γ . Критические точки $\underline{\gamma}$ и $\bar{\gamma}$ находятся в соответствии с приведенными выше формулами (5) и (7).

Численная симуляция

Рассмотрим численный пример с параметрами из статьи А. А. Волкова, А. Ю. Филатова (2024): $w = b = 100$, $F = 300$, $n = 10$, $\varepsilon = 5$. Найдем критические точки для уровня коррупции в обществе: $\bar{\gamma} = 30\%$, $\gamma^* = 28,18\%$ и $\underline{\gamma} = 30\%$. Это означает, что если доля коррупционеров в обществе не превысит $21,58\%$, то коррупция в скором времени полностью исчезнет. Напротив, превышение уровня в 30% чревато переходом к тотальной коррупции, поскольку механизмы наказания полностью перестают работать. В то же время в промежутке между указанными значениями может возникнуть равновесие с определенными положительными долями честных игроков, а также пассивных и активных коррупционеров. При этом для активных можно рассчитать оптимальный платеж x , минимально достаточный для

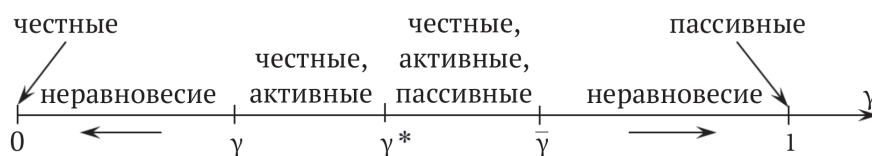


Рис. 3. Равновесия в теоретико-игровой модели коррупции на кольце

того, чтобы стимулировать рационального напарника присоединиться к коррупционной коалиции.

Далее рассчитаем равновесные доли групп участников, использующих каждую из стратегий поведения для разного уровня коррупции в обществе. Результаты сведем в табл. 1, а также представим в графическом виде на рис. 4. В явной форме видим четыре участка. При низком уровне коррупции до 21,58 % всем участникам выгодно использовать честную стратегию, коррупция исчезает, т. е. здесь мы равновесия не наблюдаем. Далее, от 21,58 до 28,18 % всем коррупционерам выгодно вести активное стимулирование коррупционного поведения среди коллег. От 28,18 до 30 %, оказывается возможным использовать также и пассивную стратегию, и такое поведение достаточно быстро замещает использование стимулирующих платежей, которые более не

являются обязательными. Наконец, при уровне коррупции выше 30 % мы снова оказываемся в неравновесии: риск наказания больше не останавливает коррупционеров, и их доля устремляется к 100 %.

Сравнительная статика

Аналогичные зависимости можно получить при изменении каждого из параметров модели: штрафа F , размера взятки b , числа участников взаимодействия n и коммуникационных издержек ε . Исследуем сравнительную статистику и представим ее результаты на рис. 5–8. На каждом из рисунков по центру будет расположена базовая модель, а слева и справа графики, соответствующие меньшему и большему значению соответствующего параметра. В целях наглядности взята единая шкала по уровню коррупции для каждого из графиков. По-прежнему красным, синим

Таблица 1

Равновесные доли групп участников, использующих различные стратегии

Коррупция	Честные	Активные	Пассивные	Платеж
0 %	100 %	0 %	0 %	–
21,58 %	78,42 %	21,58 %	0 %	0
23 %	77 %	23 %	0 %	5,31
25 %	75 %	25 %	0 %	12,38
27 %	73 %	27 %	0 %	19,07
28,18 %	71,82 %	28,18 %	0 %	22,88
28,5 %	71,5 %	23,56 %	4,9 %	22,34
29 %	71 %	16,02 %	12,98 %	21,53
29,5 %	69,5 %	8,17 %	21,33 %	20,75
30 %	70 %	0 %	30 %	20

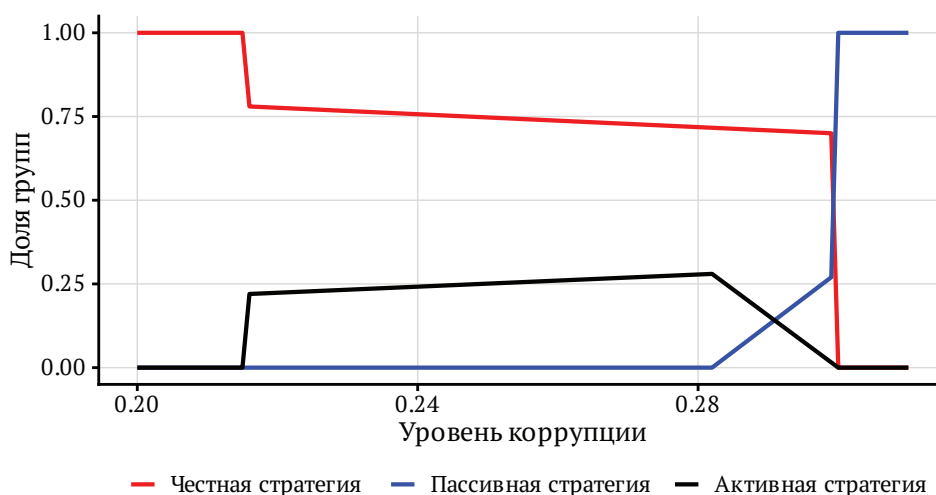


Рис. 4. Равновесные доли групп в зависимости от уровня коррупции

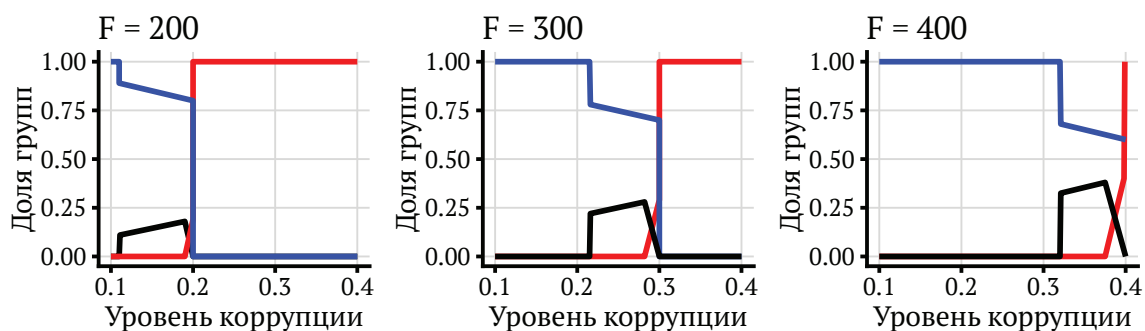


Рис. 5. Равновесные доли групп при изменении штрафа F

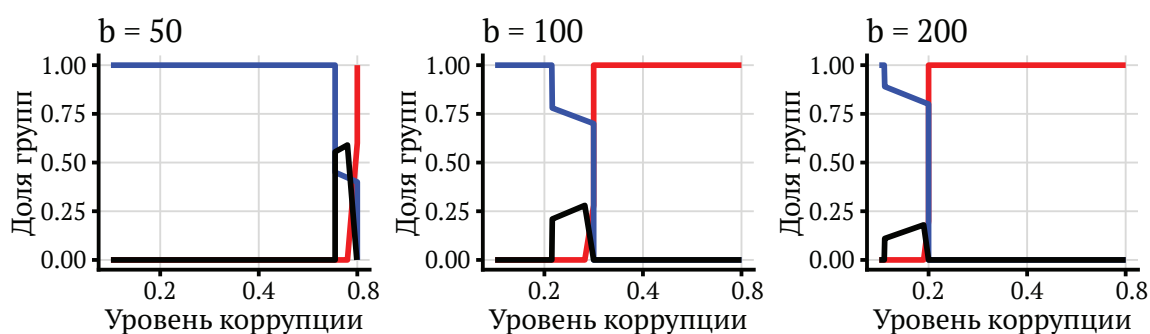


Рис. 6. Равновесные доли групп при изменении размера взятки b

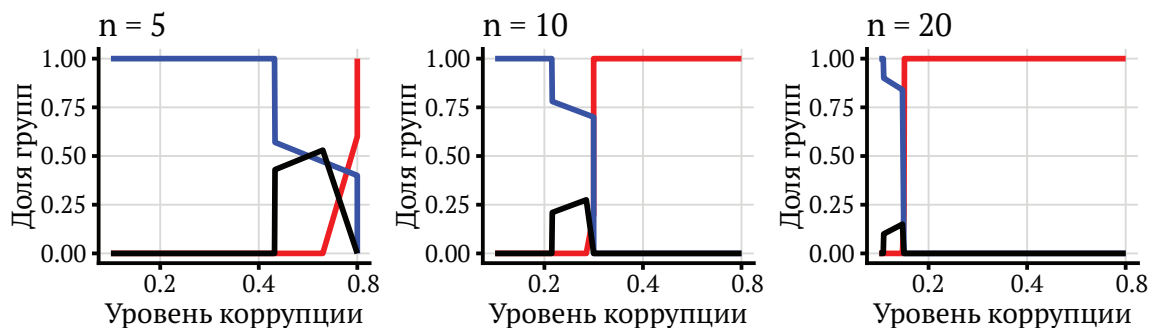


Рис. 7. Равновесные доли групп при изменении числа участников n

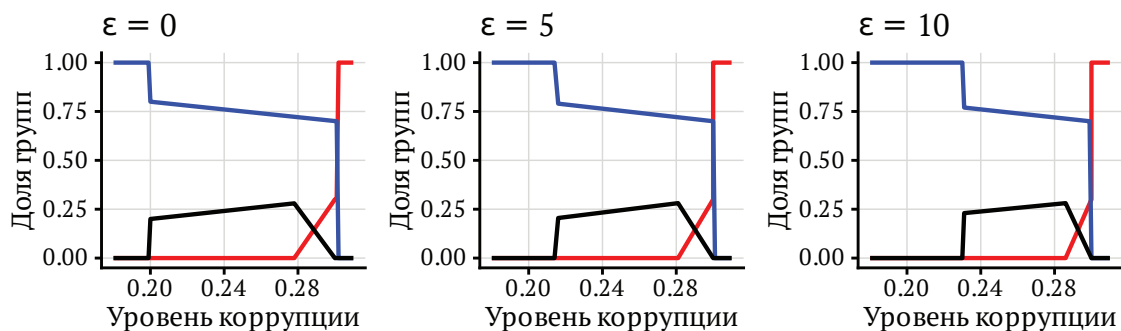


Рис. 8. Равновесные доли групп при изменении коммуникационных издержек ϵ

и черным цветом обозначены равновесные доли групп участников, использующих честную, пассивную коррупционную и активную коррупционную стратегии.

Видим, что принципиальный вид зависимости сохраняется, однако существенно смещаются критические точки, расширяется или сужается интервал, в котором возможны внутренние равновесия, а также изменяется амплитуда зависимостей.

В частности, рост штрафа ожидаемо приводит к расширению области доминирования честной стратегии, а также к увеличению стимулов для активной коррупционной стратегии. Рост размера взятки, напротив, увеличивает шансы на переход к тотальной коррупции, в ожидании этого активных коррупционеров становится меньше, также при этом расширяется интервал использования смешанных стратегий. Увеличение количества участников, очевидно, делает наказание менее вероятным, что приводит к тому, что даже достаточно низкий уровень коррупции в обществе не является панацеей от того, что любой краткосрочный шок может привести к скачкообразному росту доли коррупционеров до 100 %. Равновесие же в смешанных стратегиях здесь не очень вероятно. И, наконец, рост коммуникационных издержек несколько уменьшает привлекательность активной коррупционной стратегии против честного поведения, правда, это влияние оказывается весьма незначительным по сравнению с тем, что происходило при изменении других параметров модели.

В табл. 2 сведем информацию о динамике изменения критических точек $\underline{\gamma}$, γ^* и $\bar{\gamma}$ при рассмотренных выше изменениях параметров, а также чуть более широком наборе значений для ключевого управляющего параметра – уровня штрафа. При этом следует обращать внимание не только на монотонные сдвиги интервалов вправо и влево, но и на их ширину, а также на нахождение критического значения γ^* , при котором осуществляется переход из ситуации с двумя альтернативами к ситуации с тремя, ближе к левой или правой границе интервала с внутренними равновесиями.

Заключение

Построенная теоретико-игровая модель коррупционного поведения позволяет анализировать некоторые важные механизмы – как способствующие формированию и дальнейшему устойчивому функционированию коррупционных сетей, так и разрушающие их. В частности, она учитывает стимулы к расширению коррупционной коалиции и возникновение в системе активных участников, не только самостоятельно ведущих себя оппортунистически, но и способствующих вовлечению остальных в противоправные действия.

Исследованы все типы возникающих в системе равновесий, как угловых, так и внутренних. Рассчитаны критические точки, в которых осуществляется переключение между равновесиями. Наглядно продемонстрировано

Т а б л и ц а 2

Изменение критических точек в зависимости от параметров модели

Параметры	$\underline{\gamma}$, %	γ^* , %	$\bar{\gamma}$, %
$F = 150$	5,79	14,22	15
$F = 200$	11,05	18,87	20
$F = 400$	32,11	37,55	40
$F = 600$	53,16	56,50	60
$b = 50$	56,67	58,27	60
$b = 200$	4,38	14,17	15
$n = 5$	43,16	52,69	60
$n = 20$	10,79	14,55	15
$\varepsilon = 0$	20	27,80	30
$\varepsilon = 10$	23,33	28,60	30

П р и м е ч а н и е. Более темным серым цветом выделены строки, отражающие изменения параметров, которые приводят к сдвигу правой границы интервала внутренних равновесий и минимального критического уровня, приводящего к тотальной коррупции, до 60 %. Более светлым оттенком выделены строки, в которых, напротив, правая граница падает до 15 %.

стрированы риски скачкообразного перехода к самоподдерживающемуся коррупционному состоянию, в которое легко попасть (например, в результате некоторого краткосрочного шока), но очень сложно вернуться обратно. На основе симуляции показано, при каких качественных изменениях параметров модели эти риски становятся особенно высокими. Также на основе построенной модели объяснен механизм формирования внутренних равновесий, означающих устойчивое сосуществование в одной системе различных стратегий поведения однородных рациональных участников.

При этом данная модель является лишь первым шагом, развивающим идеологию, сформулированную в постановочной работе А. А. Волкова и А. Ю. Филатова (2024). Формирование равновесий проанализировано на примере простейшей регулярной сети. В то же время переход к более сложным структурам, в том числе к случайным графам, описанным в приведенном обзоре, включая модели малого мира и предпочтительного присоединения, сохраняя все представленные здесь принципы моделирования, делают модели более релевантными реальности, а также могут привести к новым интересным результатам. В частности, одной из особенностей моделей предпочтительного присоединения является степенной закон распределения числа связей, что обеспечивает гетерогенность участников

и значимо влияет на структуру возникающей в такой сети коррупционной коалиции.

Также интересно было бы оценить эффективность внедрения антикоррупционных механизмов, в том числе аналогов активно применяемых на отраслевых рынках для разрушения картельных сговоров механизмов сотрудничества со следствием (Hinloopen et al., 2023), построенных на основе конкуренции игроков друг с другом механизмов коллективной ответственности (Савватеев, 2003) и иерархических моделей проверки Vasin et al. (2010).

Можно вводить и более сложные механизмы выявления коррупционного сговора. Например, об оппортунистическом поведении могут заявлять «свидетели» – честные игроки, связанные с коррумпированными агентами, или, в другой версии, игроки, получившие приглашение присоединиться к коррупционной коалиции. Эта модификация перекликается с идеями Baker & Faulkner (1993), согласно которым мотивом участников может быть не только максимизация прибыли, но и сокрытие связей внутри коррупционной сети.

Кроме того, само управление размером сети (Nguyen, 2020) и ее структурой (Gottschalk, 2024) открывает возможности для целенаправленного влияния на ее свойства, включая устойчивость к распространению коррупции. Всё это предполагается предметом наших дальнейших исследований.

Авторский вклад

Авторы внесли равный вклад в работу, представленную в статье.

Конфликт интересов

Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № FZNS-2023-0016 «Устойчивое развитие региона: эффективные экономические механизмы организации рынков и предпринимательские компетенции населения в условиях неопределенности (баланс безопасности и риска)».

Contribution of the authors

The authors contributed equally to this article.

Conflict of Interest

The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

Funding

The study was funded by the Ministry of Science and High Education of the Russian Federation, project number FZNS-2023-0016 «Sustainable Regional Development: Efficient Economic Mechanisms for Organizing Markets and Entrepreneurial Competencies of the Population under Uncertainty (Balancing Security and Risk)».

Библиографический список

1. Аймалиев, И. М. (2016). Сравнительный анализ сетевой полицейской коррупции в Болгарии и России. *Журнал исследований социальной политики*, 14(2), 213–228. [Aimaliev, I. M. (2016). Comparative analysis of police corruption networks in Bulgaria and Russia. *The Journal of Social Policy Studies*, 14(2), 213–228. (In Russian).]
2. Волков, А. А., & Филатов, А. Ю. (2022). Теоретико-игровое моделирование коррупционного поведения на таможне. *Известия Дальневосточного федерального университета. Экономика и управление*, (1), 79–91. [Volkov, A. A., & Filatov, A. Yu. (2022). Game-theoretic modeling of corrupt behavior in customs. *The bulletin of the Far Eastern Federal University. Economics and Management*, (1), 79–91. (In Russian).] DOI: 10.24866/2311-2271/2022-1/79-91
3. Волков, А. А., & Филатов, А. Ю. (2024). Теоретико-игровое исследование коррупции в сетевых структурах. *Теория и практика общественного развития*, (7), 138–146. [Volkov, A. A., & Filatov, A. Yu. (2024). Game-theoretic study of corruption in network structures. *Theory and Practice of Social Development*, (7), 138–146. (In Russian).] DOI: 10.24158/tipor.2024.7.16
4. Полтерович, В. М. (1999). На пути к новой теории реформ. *Экономическая наука современной России*, (3), 32–48. [Polterovich, V. M. (1999). Toward a new theory of reforms. *Economics of Contemporary Russia*, (3), 32–48. (In Russian).]
5. Роуз-Аккерман, С. (2010). *Коррупция и государство*. Москва: Логос. [Rose-Ackerman, S. (2010). *Corruption and government*. Moscow: Logos. (In Russian).]
6. Савватеев, А. В. (2003). Оптимальные стратегии подавления коррупции. *Экономика и математические методы*, 39(1), 62–75. [Savvateev, A. V. (2003). Optimal strategies for corruption suppression. *Economics and Mathematical Methods*, 39(1), 62–75. (In Russian).]
7. Amati, V., Lomi, A., & Mira, A. (2018). Social network modeling. *Annual Review of Statistics and Its Application*, 5(1), 343–369. DOI: 10.1146/annurev-statistics-031017-100746
8. Baker, W., & Faulkner, R. (1993). The social organization of conspiracy: Illegal networks in the heavy electrical equipment industry. *American Sociological Review*, 58(6), 837–860. DOI: 10.2307/2095954
9. Bala, V., & Goyal, S. (2003). A noncooperative model of network formation. *Econometrica*, 68(5), 1181–1229. DOI: 10.1111/1468-0262.00155
10. Barabási, A., & Albert, R. (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286(5439), 509–512. DOI: 10.1126/science.286.5439.509
11. Chalendard, C., Fernandes, A., Raballand, G., & Rijkers, B. (2023). Corruption in customs. *The Quarterly Journal of Economics*, 138(1), 575–636. DOI: 10.1093/qje/qjac032
12. Chander, P., & Wilde, L. (1992). Corruption in tax administration. *Journal of Public Economics*, 49(3), 333–349. DOI: 10.1016/0047-2727(92)90072-N
13. Erdős, P., & Rényi, A. (1960). On the evolution of random graphs. *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*, 5, 17–61.
14. Ferrali, R. (2020). Partners in crime? Corruption as a criminal network. *Games and Economic Behavior*, 124, 319–353. DOI: 10.1016/j.geb.2020.08.013
15. Gottschalk, P. (2024). Partners in crime: Convenience case study of Norwegian publishing cartel. *Journal of Economic Criminology*, 5, 100078. DOI: 10.1016/j.jeconc.2024.100078
16. Graetz, M., Reinganum, J., & Wilde, L. (1986). The tax compliance game: Toward an interactive theory of law enforcement. *The Journal of Law, Economics, and Organization*, 2(1), 1–32.
17. Hinlopen, J., Onderstal, S., & Soetevent, A. (2023). Corporate leniency programs for antitrust: Past, present, and future. *Review of Industrial Organization*, 63(2), 111–122. DOI: 10.1007/s11151-023-09913-1
18. Jackson, M. (2011). An overview of social networks and economic applications. In: Benhabib, J., Bisin, A., & Jackson, M. (eds.) *Handbook of Social Economics*, 1. Amsterdam: North-Holland, 511–585.
19. Jancsics, D., & Jávör, I. (2012). Corrupt governmental networks. *International Public Management Journal*, 15(1), 62–99. DOI: 10.1080/10967494.2012.684019
20. Jancsics, D. (2015). "A friend gave me a phone number" – brokerage in low-level corruption. *International Journal of Law, Crime and Justice*, 43(1), 68–87.
21. Lauchs, M., Keast, R., & Yousefpour, N. (2011). Corrupt police networks: uncovering hidden relationship patterns, functions and roles. *Policing & Society*, 21(1), 110–127. DOI: 10.1080/10439463.2010.540656
22. Nguyen, T. (2020). Does firm growth increase corruption? Evidence from an instrumental variable approach. *Small Business Economics*, 55(1), 237–256. DOI: 10.1007/s11187-019-00160-x
23. Polanski, A. (2007). A decentralized model of information pricing in networks. *Journal of Economic Theory*, 136(1), 497–512. DOI: 10.1016/j.jet.2006.09.001
24. Poncela, J., Gómez-Gardenes, J., Floría, L., Sánchez, A., & Moreno, Y. (2008). Complex cooperative networks from evolutionary preferential attachment. *PLoS One*, 3(6), e2449. DOI: 10.1371/journal.pone.0002449
25. Poncela, J., Gómez-Gardenes, J., Traulsen, A., & Moreno, Y. (2009). Evolutionary game dynamics in a growing structured population. *New Journal of Physics*, 11(8), 083031. DOI: 10.1088/1367-2630/11/8/083031
26. Ranjbar-Sahraei, B., Bou Ammar, H., Bloembergen, D., Tuyls, K., & Weiss, G. (2014). Evolution of

cooperation in arbitrary complex networks. *Proceedings of the 2014 International Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 677–684.

27. Rose-Ackerman, S. (1975). The economics of corruption. *Journal of Public Economics*, 4(2), 187–203. DOI: 10.1016/0047-2727(75)90017-1

28. Rose-Ackerman, S., & Palifka, B. J. (2016). *Corruption and government: Causes, consequences, and reform*. Cambridge: Cambridge University Press. DOI: 10.1017/CBO9781139962933

29. Vasin, A. A., Kartunova, P. A., & Urazov, A. S. (2010). Models of state inspections organization and struggle against corruption. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2(6), 760–775. DOI: 10.1134/S2070048210060116

30. Warburton, J. (2013). Corruption as a social process: from dyads to networks. In: *Corruption and Anti-Corruption*, 221–237. DOI:10.22459/CAC.03.2013.13

31. Watts, D., & Strogatz, S. (1998). Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *Nature*, 393, 440–442. DOI: 10.1038/30918

32. Zhang, Y. (2022). Diffusion Incentives in Cooperative Games. *Proceedings of the Thirty-First International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-22) Doctoral Consortium Track*, 5885–5886.

33. Zhang, Y., & Zhao, D. (2020). Incentives to invite others to form larger coalitions. *arXiv preprint arXiv:2011.09049*.

Волков Андрей Алексеевич, аспирант, Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация

E-mail: volkov.aalek@dvfu.ru

ORCID ID: 0000-0001-9932-8767

Филатов Александр Юрьевич, канд. физ.-мат. наук, доцент, Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Российская Федерация

E-mail: filatov.aiu@dvfu.ru

ORCID ID: 0000-0002-0380-5598

Andrey A. Volkov, Postgraduate Student, Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation

E-mail: volkov.aalek@dvfu.ru

ORCID ID: 0000-0001-9932-8767

Alexander Yu. Filatov, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation

E-mail: filatov.aiu@dvfu.ru

ORCID ID: 0000-0002-0380-5598

Получена 30.05.2025

Получена в доработанном виде 15.06.2025

Одобрена 23.06.2025

Received 30.05.2025

Received in revised form 15.06.2025

Accepted 23.06.2025