

---

---

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИКИ

---

---

УДК 330.4

## АДАПТИВНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ТЕХНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА ФРАКТАЛЬНОМ РЫНКЕ

Е. А. Косарева, Я. А. Юрова, М. В. Добринина

*Воронежский государственный университет*

Поступила в редакцию 15 октября 2019 г.

**Аннотация:** целью данной работы является поиск усовершенствованных и новых подходов к построению инвестиционного портфеля, приносящего максимальную доходность. Для этого были выполнены и сопоставлены между собой расчеты по построению инвестиционного портфеля Марковица, портфеля, основанного на вероятностной модели бинарного выбора, и портфеля с использованием адаптационного механизма в условиях гипотезы фрактального рынка. Результаты экспериментальных расчетов также подтвердили, что данные предположения справедливы для акций различных эшелонов и компаний, деятельность которых относится к различным сферам.

**Ключевые слова:** гипотеза фрактального рынка, гипотеза эффективного рынка, модель бинарного выбора, механизмы адаптации.

**Abstract:** the article is devoted to the search for improved and new approaches to building an investment portfolio that brings maximum profitability. To this end, calculations were carried out and compared with each other to build the Markowitz investment portfolio, a portfolio based on a probabilistic binary choice model, and a portfolio using the adaptation mechanism under the conditions of the fractal market hypothesis. The results of experimental calculations also confirmed that these assumptions are valid for shares of various echelons and companies whose activities relate to various fields.

**Key words:** fractal market hypothesis, effective market hypothesis, binary choice model, adaptation mechanisms.

Современный финансовый рынок является важной составляющей экономики в целом. Он может быть использован как индикатор состояния экономики, поскольку аккумулирует в себе целую группу показателей: валютный рынок, рынок инвестиций, фондовый рынок, кредитный рынок, страховой рынок.

Основная задача рынка состоит в перераспределении денежных средств между участниками рынка, причем важное значение в этом случае будет иметь не только сам факт наличия подобного перераспределения, но и его направление. Работа на рынке осуществляется через посредников, путем оперирования финансовыми инструментами, к которым можно отнести векселя, чеки, акции, облигации, страховые полисы и т. д.

Очевидно, что, обладая сложной и неоднородной структурой, рынок может быть рассмотрен с разных

сторон: с точки зрения фундаментального анализа, когда предметом исследования становятся долгосрочные закономерности, явления и влияния, и с точки зрения анализа технического, когда рынок рассматривается «изнутри», изучаются его внутренние движения, закономерности поведения и структуры.

В литературе понятие «фундаментальный анализ» было дано Б. Грэхемом и Д. Доддом [1] в 1943 г. Фундаментальный анализ был определен как инструмент предсказания будущих цен на акции. Позднее под фундаментальным анализом стал пониматься процесс исследования состояния экономики, отдельной отрасли или отдельной компании с целью определения рыночной стоимости акции.

Фундаментальный анализ финансовых рынков первоначально оценивает состояние экономики в целом, изучает колебания спроса и предложения, которые влияют на колебания цены финансового инструмента.

Технический анализ позволяет анализировать финансовые инструменты в условиях отсутствия данных о бухгалтерской отчетности. Он появился раньше фундаментального анализа, в ходе анализа вся информация о рынке получается из анализа самого рынка, и это позволяет инвестору принимать верное решение [2].

Традиционный технический анализ состоит из изучения повторяющихся фигур и паттернов поведения на графиках цен, на основе которых можно получить предположение о последующей динамике движения цены финансового инструмента. Технический анализ основывается на информации о совершенных на рынке сделках, т. е. отражает информацию об оценке компании инвесторами на данный момент времени.

Участники рынка используют графики и аналитические инструменты для определения изменений в спросе на ценные бумаги и их предложения. Это помогает предсказывать цены и формулировать торговые стратегии для всех финансовых рынков.

Оценка и анализ финансовых рынков, одно из направлений экономики, в 1994 г. претерпели существенные изменения, которые позволили получить новую трактовку и оценку процессов, протекающих на рынке. Постулаты теории фракталов, предложенные Б. Мандельбротом были адаптированы для экономических процессов Э. Петерсом [3] и стали основой фрактальной гипотезы финансовых рынков (FMN).

До формирования революционной гипотезы финансовые рынки существовали в рамках гипотезы эффективного рынка (EMN). Предпосылки появления гипотезы появились в XIX в. Тогда Гибсоном было высказан один из ее постулатов: цена является лучшим источником информации об акции (финансовом инструменте) [4]. Позже Бахельтер предложил математическую модель гипотезы, анализ предсказуемости курсов финансовых инструментов был усовершенствован в 1950-х гг. Роберсом, Воркинггом, Кендаллом. Ими были сформулированы еще несколько постулатов гипотезы: цена на текущий момент времени в полной мере объясняет цену будущего периода, все участники рынка одинаково воспринимают и оценивают получаемую информацию. Разрозненные предположения были объединены в гипотезу эффективного рынка Ю. Фама.

В настоящий момент гипотеза эффективного рынка основывается на ряде предположений.

Во-первых, концепция предполагает, что каждая цена, которая установилась на рынке, явля-

ется справедливой (т. е., приводит рынок в состояние равновесия).

Во-вторых, участники рынка всегда однородно интерпретируют поступающую информацию и мгновенно корректируют свои решения при обновлении этой информации.

В-третьих, цели участников рынка должны быть однородны, а их действия – носить «коллективно-рациональный» характер [5].

Гипотеза эффективного рынка была большим шагом вперед в вопросе изучения рынков и построения математических моделей для их описания. Однако на практике показано, что данная гипотеза не учитывает основной особенности участников рынка – неоднородности их ожиданий. Критика гипотезы эффективного рынка содержится в работах А. Р. Абдуллина, А. Р. Фаррахетдиновой [6], Lo [7], MacKinlay, D. E. Baestaens, W. M. Van Den Bergh, D. Wood, L. Williams [8].

Невозможность линейных моделей объяснить реальные процессы привела к созданию альтернативных нелинейных методов для анализа финансовых рынков. Нелинейные методы рассматривают финансовые рынки как нелинейные динамические системы, где все новые возникающие цены находятся в связи со своими прошлыми значениями, а поступающая на рынок информация не всегда моментально отражается в рыночных ценах.

Пришедшая на место гипотезы эффективного рынка гипотеза фрактального рынка (FMN) позволяет учесть указанную выше неоднородность за счет предположений, лежащих в ее основе.

Во-первых, рынок стабилен, пока он состоит из инвесторов, охватывающих большое количество инвестиционных горизонтов. Это гарантирует, что существует достаточно ликвидности для участников рынка.

Во-вторых, реакция на информацию у инвесторов с разными инвестиционными горизонтами существенно отличается. Информационное множество больше связано с настроением рынка и техническими факторами в краткосрочной перспективе, чем в долгосрочной перспективе. По мере увеличения инвестиционных горизонтов доминирует более долговременная фундаментальная информация.

В-третьих, если происходит событие, которое ставит под сомнение действительность фундаментальной информации, долгосрочные инвесторы либо прекращают участие на рынке, либо начинают торговать на основании краткосрочного информационного множества.

Конечно, гипотеза финансовых рынков (FMN) также подвергается критике, но, по мнению авторов, она лучше описывает процессы, протекающие на финансовых рынках, и реальнее отражает настроение и поведение участников рынка.

Именно гипотеза фрактального рынка позволяет сочетать в себе идеи технического и фундаментального анализа, переносить термины фундаментального анализа (например, «инвестиционный портфель») в плоскость анализа технического. Это осуществимо за счет разделения инвесторов по инвестиционным горизонтам в рамках одного финансового инструмента. А именно, гипотеза фрактального рынка подразумевает существование инвесторов с различными инвестиционными горизонтами. Это в свою очередь означает, что они по-разному будут трактовать поступающую информацию, нести различный риск и получать различную доходность. В связи с этим можно высказать предположение о том, что один и тот же финансовый инструмент  $A$  может рассматриваться как совокупность инструментов  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ , где  $A_i$  – стоимость финансового инструмента на  $i$ -м инвестиционном горизонте.

Однако подобное предположение имеет место только в том случае, если временные ряды, соответствующие каждому горизонту, ведут себя по-разному, иными словами, характер их поведения не зависит друг от друга.

Для того чтобы полученные данные реально отражали ситуацию, рассмотрим для анализа акции, торгуемые на ПАО «Московская Биржа ММ-ВБ-РТС» в первом и втором эшелоне. Также, помимо выбора акций компаний разных эшелонов, были выбраны компании, относящиеся к разным отраслям и профилям деятельности:

- обыкновенные акции ПАО «Газпром»;
- обыкновенные акции ПАО «Нефтяная компания «ЛУКОЙЛ»»;
- обыкновенные акции ОАО «Новолипецкий металлургический комбинат»;
- обыкновенные акции АО «Магнит».

Значения коэффициента корреляции для четырех периодов приведены в табл. 1.

Полученные значения коэффициента корреляции позволяют сделать вывод о том, что между сформированными рядами отсутствует тесная корреляционная зависимость, и, следовательно, они могут быть рассмотрены как независимые активы, которые могут становиться частью инвестиционного портфеля.

Для того чтобы дополнительно подчеркнуть тот факт, что один актив может рассматриваться как совокупность активов с точки зрения инвестиционных горизонтов фрактальной гипотезы, оценим корреляцию между отдельными парами активов и сравним полученные значения с результатами расчетов для инвестиционных горизонтов фрактального рынка. Результаты расчета коэффициента корреляции для активов приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 1

Значение коэффициента корреляции между временными рядами финансовых инструментов

Показатель	Значение
ПАО «Газпром»	
$r_1$ мин, 10 мин	0,583575
$r_1$ мин, 30 мин	0,39636
$r_{10}$ мин, 30 мин	0,444521
ПАО «Лукойл»	
$r_1$ мин, 10 мин	0,59866
$r_1$ мин, 30 мин	0,448951
$r_{10}$ мин, 30 мин	0,48288
АО «Магнит»	
$r_1$ мин, 10 мин	0,253565
$r_1$ мин, 30 мин	0,19899
$r_{10}$ мин, 30 мин	0,286524
ОАО «НЛМК»	
$r_1$ мин, 10 мин	0,68268
$r_1$ мин, 30 мин	0,567071
$r_{10}$ мин, 30 мин	0,491556

Расчет коэффициента корреляции для пар активов

Пара активов	Значение коэффициента корреляции
$r_{\text{Газпром, Лукойл}}$	0,559721
$r_{\text{Газпром, НЛМК}}$	0,298197
$r_{\text{Газпром, Магнит}}$	0,725476
$r_{\text{Лукойл, Магнит}}$	0,614794
$r_{\text{Лукойл, НЛМК}}$	0,614794
$r_{\text{НЛМК, Магнит}}$	0,484095

Полученные значения для коэффициента корреляции показывают, что корреляция между котировками одной акции, рассматриваемыми на разных инвестиционных горизонтах, сопоставима с корреляцией двух независимых финансовых активов и поэтому каждый набор значений котировок может быть рассмотрен как независимый финансовый инструмент.

Данный подход позволяет построить и оценить инвестиционные портфели Марковица и Шарпа [9; 10]. Полученные портфели дают возможность сделать вывод о том, что фрактальная гипотеза, применяемая для рассмотрения финансовых рынков, позволяет построить инвестиционные портфели с доходностью, превышающей доходность актива, и риском, существенно меньшим инвестиций в один актив.

Проблема формирования оптимального инвестиционного портфеля является злободневной и в наши дни. Теория портфельного анализа породила огромное количество моделей. Но, несмотря на это, эффективный практический инструмент, наподобие формулы Блэка – Шоулза, так и не был получен. При этом следует выделить алгоритмический подход к формированию инвестиционного портфеля, в котором явно присутствуют элементы новизны.

Перейдем к моделированию вероятных случаев парного сочетания активов в инвестиционном портфеле. Для этого предположим, что доходность любого  $i$ -го финансового актива довольно точно будет характеризоваться следующей эконометрической моделью:

$$r_{it} = \bar{r}_i + d_i x_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (1)$$

где  $r_{it}$  – доходность  $i$ -го актива в момент времени  $t$ ;  $\bar{r}_i$  – средняя доходность  $i$ -го актива;  $d_i$  – абсолютная величина усредненного отклонения наблюдаемых значений доходности  $i$ -го актива от своего среднего значения;  $x_{it}$  – дискретная случайная величина, равная +1, если текущее значение доходности выше

среднего, и равная –1, если меньше среднего;  $\varepsilon_{it}$  – ненаблюдаемая случайная величина с математическим ожиданием равным нулю.

Каждый финансовый актив в любой период времени может быть в двух состояниях: его стоимость растет или его стоимость падает. То есть существует два возможных варианта развития событий, что позволяет применять для построения модели бинарного выбора:

$$P(x_{it} = 1 / r_{it}) = \frac{1}{1 + e^{b_0 + b_1 r_{it}}}. \quad (2)$$

Коэффициенты данной модели  $b_0$  и  $b_1$  определяются с применением метода максимального правдоподобия. Для его практической реализации используются специализированные пакеты, способные осуществлять статистическую обработку данных [11]. В итоге ожидаемая доходность  $i$ -го актива будет рассчитываться как математическое ожидание модели с применением полученных ранее коэффициентов  $\hat{b}_0$ ,  $\hat{b}_1$  (1):

$$\hat{r}_{it} = E(r_{it}) = \bar{r}_i + d_i [2P - 1] = \bar{r}_i + d_i \left[ \frac{2}{1 + e^{\hat{b}_0 + \hat{b}_1 r_{it}}} - 1 \right]. \quad (3)$$

В предложенной модели достаточно нетривиально может быть оценен риск. В данном случае под риском будет пониматься отклонение доходности актива от среднего уровня

$$rs_i = d_i [2P_i - 1], \quad (4)$$

которое может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от вероятности  $P_i$ .

Тогда доходность с учетом вероятных рисков можно рассчитывать по следующей формуле:

$$r_{pt} = w_1 \bar{r}_i + w_2 \bar{r}_k + w_1 d_i (2P_{it} - 1) + w_2 d_k (2P_{kt} - 1) + w_i w_k IA_{ik}. \quad (5)$$

В этом выражении не определена величина взаимодействия  $IA_{ik}$ . Определение данной величины было подробно описано в статье, посвященной алгоритмическому построению инвестиционного

портфеля [12]. Следовательно, формулу (5) можно применять как некий критерий формирования оптимального портфеля ценных бумаг [13]. Рассмотрим данную формулу для ситуации, когда в состав инвестиционного портфеля входят два актива. Такое выражение следует представить в развернутой матричной форме, так как это более эргономично:

$$r_p = (w_1, w_2) \begin{pmatrix} \bar{r}_i \\ \bar{r}_k \end{pmatrix} + (w_1, w_2) \begin{pmatrix} d_i(2P_i - 1) \\ d_k(2P_k - 1) \end{pmatrix} + (w_1, w_2) \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} IA_{ik} \\ \frac{1}{2} IA_{ik} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь первое слагаемое описывает, как средние доходности активов воздействуют на доходность всего инвестиционного портфеля. Второе слагаемое данного выражения характеризует риск активов, способных в разные моменты времени и при различной конъюнктуре привести к росту или снижению доходности инвестиционного портфеля [14]. А третье слагаемое – это итог рыночного взаимодействия активов, который может оказать как положительное, так и отрицательное воздействие на доходность портфеля ценных бумаг.

Структура оптимального портфеля, исходя из предложенной модели и очевидного требования к простоте расчетов, может быть представлена в виде

$$w^* = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} \frac{r_i + \hat{d}_i - r_k - \hat{d}_k}{IA_{ik}} \\ \frac{r_k + \hat{d}_k - r_i - \hat{d}_i}{IA_{ik}} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $\hat{d}_i = d_i(2P_i - 1)$  для каждого  $i$ -го актива.

Исходя из вышерассмотренного выражения для построения оптимального портфеля ценных бумаг, следует внести правки в простейший инвестиционный портфель так, чтобы увеличилась доля активов с более высокой ожидаемой доходностью и снизилась доля активов с более низкой ожидаемой доходностью.

Экономические процессы характеризуются высоким уровнем неопределенности, сложным и динамичным характером и, следовательно, порождают специфические условия, которые необходимо учитывать при построении прогнозных моделей. Эта специфика является основой для выбора моделей и алгоритмов проведения прогнозных расчетов.

Применение механизмов адаптации для описания специфики экономических процессов и систем оправдано, поскольку реальные условия, в которых происходит процесс принятия инвестиционных решений, постоянно изменяются, а адаптация выступает как процесс приспособления системы к этим изменениям.

Модель бинарного выбора, предложенная авторами для описания алгоритмического портфеля, так же эффективно может быть использована с механизмами адаптации. Первые  $n$  наблюдений используются для построения функции совместного вероятностного распределения в виде модели бинарного выбора (2) с начальными значениями коэффициентов  $b_{00}, b_{10}$ . Затем к совокупности из  $n$  наблюдений добавляется  $m$  новых наблюдений и оцениваются изменившиеся значения коэффициентов  $b_{01}, b_{11}$  для  $i = 1, n + m$ . На следующем шаге очередная порция из  $m$  вновь поступивших наблюдений удваивается и текущие значения параметров  $b_{02}, b_{12}$  оцениваются по наблюдениям  $i = 1, n + 3m$ , в которых закономерность появления альтернативных событий среди последних наблюдений повторена два раза. Этот факт безусловно оказывает влияние на модель бинарного выбора, которая, естественно, начинает более точно воспроизводить вероятностное распределение альтернативных событий последнего периода, демонстрируя тем самым адаптивное свойство, которым наделяются регрессионные модели с помощью экспоненциального сглаживания [15]. Процесс повторяемости последних наблюдений продолжается до полного использования всех имеющихся наблюдений.

Приведем расчеты по построению инвестиционного портфеля Марковица [16], портфеля, основанного на вероятностной модели бинарного выбора, и портфеля с использованием адаптационного механизма в условиях гипотезы фрактального рынка. Для того чтобы наиболее оптимально и качественно оценить результаты построения инвестиционного портфеля, будем использовать контрольные выборки – данные о стоимости финансовых инструментов, которые не были использованы для построения модели. Применение контрольной выборки позволяет оценить прогнозные свойства полученных моделей, их пригодность для работы на данных, которые являются неизвестными к моменту построения модели.

Результаты вычислительного эксперимента показывают предложенный авторами подход к оценке и анализу финансовых рынков с точки зрения фрактальной гипотезы, позволяют построить портфель Марковица, который показывает некоторую доходность. Также результаты эксперимента на контрольной выборке подтверждают высказанные ранее доводы о том, что один актив на финансовом рынке может быть рассмотрен как совокупность активов согласно их инвестиционным горизонтам. Данные предположения справедливы для

Результаты вычислительного эксперимента

Состав контрольной выборки	Доходность портфеля Марковица	Доходность алгоритмического портфеля	Доходность алгоритмического портфеля с применением адаптации
Актив 1: ПАО «Лукойл», $t = 1$ мин, актив 2: ПАО «Лукойл», $t = 30$ мин	0,04492	0,065464	0,074654
Актив 1: ПАО «Лукойл», $t = 1$ мин, актив 2: ПАО «Лукойл», $t = 10$ мин	0,04256	0,079856	0,086465
Актив 1: ПАО «Лукойл», $t = 10$ мин, актив 2: ПАО «Лукойл», $t = 30$ мин	0,036544	0,0653456	0,0695454
Актив 1: ПАО «Газпром», $t = 1$ мин, актив 2: ПАО «Газпром», $t = 30$ мин	0,034925	0,045464	0,054654
Актив 1: ПАО «Газпром», $t = 1$ мин, актив 2: ПАО «Газпром», $t = 10$ мин	0,03256	0,049856	0,050465
Актив 1: ПАО «Газпром», $t = 10$ мин, актив 2: ПАО «Газпром», $t = 30$ мин	0,03014	0,042554	0,04995
Актив 1: АО «Магнит», $t = 1$ мин, актив 2: АО «Магнит», $t = 30$ мин	0,03302	0,035424	0,05054
Актив 1: АО «Магнит», $t = 1$ мин, актив 2: АО «Магнит», $t = 10$ мин	0,02925	0,039856	0,04245
Актив 1: АО «Магнит», $t = 10$ мин, актив 2: АО «Магнит», $t = 30$ мин	0,02018	0,04864	0,04995
Актив 1: ОАО «НЛМК», $t = 1$ мин, актив 2: : ОАО «НЛМК», $t = 30$ мин	0,02522	0,049552	0,05012
Актив 1: ОАО «НЛМК», $t = 1$ мин, актив 2: : ОАО «НЛМК», $t = 10$ мин	0,02925	0,04156	0,04941
Актив 1: ОАО «НЛМК», $t = 10$ мин, актив 2: ОАО «НЛМК», $t = 30$ мин	0,02011	0,04854	0,05285

акций различных эшелонов и компаний, деятельность которых относится к различным сферам.

Результаты вычислительного эксперимента наглядно показывают, что классический портфель Марковица существенно проигрывает по суммарной доходности предложенному авторами алгоритмическому портфелю. Алгоритмическое построение инвестиционного портфеля на контрольной выборке позволяет увидеть, что доходность, показанная на контрольной выборке, в среднем на 30 % превосходит доходность, полученную при классическом подходе. Также алгоритмическое построение инвестиционного портфеля применимо для предложенного авторами подхода к рассмотрению актива как группы активов в условиях фрактальной гипотезы и не зависит от выбора финансового инструмента.

В отличие от всех предыдущих методов механизмы адаптации позволяют учесть новые данные, приходящие из контрольной выборки, что делает результат прогноза на контрольной выборке более точным. Доходность является наибольшей из полученных для всех моделируемых портфелей.

Таким образом, было показано следующее.

1. Гипотеза фрактального рынка более точно и правильно описывает процессы, проходящие на финансовых рынках, в отличие от гипотезы эффективного рынка.

2. Рассмотрение рынка с точки зрения гипотезы фрактального рынка позволяет разделить рынок на инвестиционные горизонты и тем самым объединить идеи технического и фундаментального анализа.

3. Модель бинарного выбора может быть использована для построения инвестиционного портфеля. В этом случае модель строится на вероятностном подходе: рассматривается вероятность того, что доходность актива окажется выше доходности рынка.

4. Алгоритмическое построение портфеля позволяет построить матрицу взаимодействия. В отличие от корреляционной матрицы матрица взаимодействия позволяет рассмотреть все случаи взаимного движения активов.

5. Механизмы адаптации позволяют модели изменяться в зависимости от изменения рыночной ситуации.

6. Предложенные авторами принципы построения инвестиционного портфеля применимы для акций компаний разного уровня и профиля деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грэхем Б. Анализ ценных бумаг / Б. Грэхем, Д. Додд. – М. : Вильямс, 2012. – 880 с.
2. Элдер А. Трейдинг с доктором Элдером. Энциклопедия биржевой игры / А. Элдер. – М. : Альпина Паблишер, 2015. – 496 с.
3. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала / Э. Петерс. – М. : Мир, 2000. – 333 с.
4. Гибсон Р. Формирование инвестиционного портфеля : управление финансовыми рисками / Р. Гибсон. – М. : Альпина Бизнес Букс, 2008. – 276 с.
5. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике / Э. Петерс. – М. : Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
6. Абдуллин А. Р. Гипотеза эффективности рынка в свете теории финансов / А. Р. Абдуллин, А. Р. Фаррахетдинова // Управление экономическими системами : электронный научный журнал. – 2015. – С. 1–23.
7. Lo A. W. Foundations of Technical Analysis : Computational Algorithms, Statistical Inference, and Empirical Implementation / A. W. Lo, H. Mamaysky, J. Wang // Journal of Finance. – Vol. LV, no. 4. August 2000. – P. 1705–1765.
8. Williams L. Long-Term Secrets to Short-Term Trading / L. Williams. – Wiley, 1999. – P. 272.
9. Косарева Е. А. Построение портфеля Шарпа для пары активов в условиях гипотезы фрактального рынка /

*Воронежский государственный университет  
Косарева Е. А., преподаватель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике*

*E-mail: 79507673376@yandex.ru*

*Юрова Я. А., преподаватель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике*

*E-mail: ya.yurova@mail.ru*

*Добринина М. В., преподаватель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике*

*E-mail: nice.smirnova@yandex.ru*

Е. А. Косарева // Современная экономика: проблемы и решения. – 2019. – № 6 (114). – С. 44–54.

10. Косарева Е. А. Недостаточность модели Г. Марковица в условиях краткосрочного инвестирования / Е. А. Косарева // Современная экономика: проблемы и решения. – 2017. – № 9 (93). – С. 8–13.

11. Вербик М. Путеводитель по современной эконометрике / М. Вербик. – М. : Научная книга, 2016. – 616 с.

12. Давнис В. В. Эконометрический подход к алгоритмическому формированию портфеля ценных бумаг / В. В. Давнис, М. В. Добрина // Современная экономика: проблемы и решения. – 2017. – № 12 (96). – С. 48–58.

13. Прогнозное обоснование инвестиционных решений на финансовых рынках : монография / В. В. Давнис [и др.]. – М. : РУСАЙНС, 2015. – 220 с.

14. Казаков В. А. Модели формирования портфеля акций в современной теории инвестирования / В. А. Казаков, А. В. Тарасов, А. Б. Зубицкий // Финансы и кредит. – 2006. – № 5 (209). – С. 17–20.

15. Давнис В. В. Адаптивная модель бинарного выбора и возможности ее практического использования / В. В. Давнис, Я. А. Юрова // Современная экономика: проблемы и решения. – 2017. – № 4 (88). – С. 8–19.

16. Markowitz H. M. Portfolio Selection / H. M. Markowitz // Journal of Finance. – 1952. – Vol. 7, no. 1. – P. 77–91.

*Voronezh State University*

*Kosareva E. A., Lecturer of the Information Technology and Mathematical Methods in Economics Department*

*E-mail: 79507673376@yandex.ru*

*Yurova Ya. A., Lecturer of the Information Technology and Mathematical Methods in Economics Department*

*E-mail: ya.yurova@mail.ru*

*Dobrina M. V., Lecturer of the Information Technology and Mathematical Methods in Economics Department*

*E-mail: nice.smirnova@yandex.ru*