

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПОДДЕРЖКИ ИНВЕСТИЦИЙ

С. И. Спивак*, Р. Р. Чернятьева**, К. А. Чернятьев*

* Башкирский государственный университет,

** Уфимский государственный нефтяной технический университет

Поступила в редакцию 20.03.2008

Аннотация: *Анализируется математическая модель государственной поддержки инвестиций. Целевой функционал представляет собой максимальные налоговые бюджетные отчисления, система ограничений — линейные и нелинейные функции, соответствующие нормативным данным. По принципу Парето формируется портфель по критерию максимальной налоговой эффективности.*

Ключевые слова: *Государственная поддержка инвестиций; инвестиции; инвестиционный проект; математическая модель; принцип Парето; инвестиционный портфель; коэффициент налоговой эффективности; коэффициент государственных гарантий; государственное финансирование; нелинейное программирование; оценка финансового состояния.*

Abstract: *In this article is analyzed the mathematical model of the state support of investments. Target function represents the maximal tax budgetary payments; the system of restrictions consists of linear and nonlinear functions, which corresponding with normative data. Maximal tax efficiency portfolio is generated by principle of Pareto.*

Key words: *The state support of investments; investments; the investment project; mathematical model; principle of Pareto; an investment portfolio; an index of tax efficiency; an index of the state guarantees; state financing; nonlinear programming; an estimation of a financial condition.*

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность предлагаемой модели вытекает из сложившегося курса развития России и ситуации на международных финансовых рынках.

1. Благоприятная конъюнктура на мировых рынках нефти позволила Правительству России одним из приоритетных направлений государственной политики принять развитие нанотехнологий и технопарков, а также поддержку инвестиций.

2. До последнего времени руководству большинства предприятий для финансирования своей инвестиционной политики было выгодно использовать дешевые кредиты зарубежных банков, однако случившийся летом этого года ипотечный кризис в США привел к тому, что большинство банков стали консервативнее относиться к заемщикам и ужесточили требования к ним. Не говоря о том, что большинство планируемых в 2007 г. IPO также отложены.

3. Предстоящее в ближайшем будущем вхождение России в ВТО требует от государства и большинства отраслеобразующих предприятий уже сейчас задуматься о конкуренции со стороны западных компаний и необходимости инвестиций.

В этой связи необходимы механизмы и модели, позволяющие оценивать эффективность вложенных государством средств.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Нами предлагается и анализируется математическая модель государственной поддержки инвестиций. Целевой функционал представляет собой максимальные налоговые бюджетные отчисления, система ограничений – линейные и нелинейные функции, соответствующие нормативным данным. Доказано, что сформулированная задача является задачей выпуклого программирования. По принципу Парето определяется оптимальное множество основных критериев, характеризующих финансовую устойчивость инвестиционного проекта. Формируется портфель по критерию максимальной налоговой эффективности.

Для решения задач оценки эффективности инвестиционных проектов сегодня имеется широкий набор инструментальных методов. Каждый из них позволяет сделать комплексный анализ альтернативных вариантов и отобрать наилучший по тем или иным критериям.

Основная часть существующих используемых моделей имеет по существу единую методологическую основу: вычисление внутренней нормы эффективности, учет риска, а также отдельных элементов финансового механизма. Возможность осуществления инвестиционных проектов, а также достигаемые при этом результаты в значительной мере зависят от государственной поддержки с предоставлением определенных гарантий и льгот. Таким образом, возникает задача государственной поддержки инвестиций. В качестве нормативного документа используется основной закон Республики Башкортостан «О республиканском бюджете РБ»:

Предоставление инвесторам государственных гарантий за счет средств Бюджета развития и выделение инвесторам денежных средств на финансирование основных проектов за счет средств Бюджета развития осуществляются при более высоком относительно других инвестиционных проектов уровне отдачи в республиканский бюджет на каждый рубль предоставляемых государственных гарантий за счет средств Бюджета развития или выделяемых денежных средств на финансирование инвестиционного проекта за счет средств Бюджета развития.

Задача нашей работы – создание математической модели государственной поддержки инвестиций при конкурсном отборе инвестиционных проектов, претендующих на государственное финансирование, разработка вычислительного алгоритма и компьютерной реализации, проведение вычислительного эксперимента для реальных систем.

Пусть имеется n инвестиционных проектов, претендующих на оказание государственной поддержки. Необходимо найти такой размер государственных инвестиций, который обеспечит наибольшую бюджетную эффективность. Целью данной модели является определение оптимальной доли государственного участия при использовании различных форм финансирования (налогового кредита, бюджетной ссуды, бюджетных кредитов и т. д.) и получение при этом максимальной относительно государственных гарантий налоговой отдачи.

МЕТОДИКА

Опишем математическую модель.

Введем критерий оценки государственной поддержки, который следует из этого закона. Для государства важнейшим критерием является налоговые отчисления в бюджет.

Критерий оценки эффективности инвестиций – отчисление налоговых доходов от реализации инвестиционного проекта – назовем коэффициентом налоговой эффективности государственных гарантий (КНЭ) и обозначим его K_G .

Отдельный элемент потока платежей в году t имеет вид:

$$R_t = (G - C) - (G - C - D) * T,$$

где G – брутто – доход от реализации проекта;

C – текущие расходы;

D – доходы, на которые распространяются льготы;

T – налоговая ставка.

Инвестиционные расходы и доходы приведены к одному моменту времени t . Введем коэффициент государственных гарантий (КГГ) α_G :

$$0 < \alpha_G \leq 1.$$

$\alpha_G = 1$ – инвестиционный проект весь финансируется государством;

$\alpha_G \neq 0$ – по определению, отсутствие государственного финансирования;

P – размер инвестиционного капитала;

$P * \alpha_G$ – часть инвестиционного капитала за счет государственной поддержки, т. е. α_G – вес при соответствующем аргументе. Тогда оптимизирующий функционал можно записать в виде:

$$K_G^i = \frac{(G_i - C_i - P_i(1 - \alpha_G^i) + AP_i\alpha_G^i + \Delta D) * T}{P_i\alpha_G^i} \rightarrow \max \quad (1)$$

A – 1,5 % от суммы выдаваемых гарантий, если субъект не является получателем средств республиканского бюджета;

T – налоговая ставка 19 % для предприятий и 27 % для посредников;

ΔD – другие льготные налоги;

i – номер инвестиционного проекта, участвующего в конкурсе на получение государственных гарантий.

Формула (1) есть отношение суммы налоговых отчислений к сумме государственных гарантий, т. е. отдача налоговых доходов на рубль предоставляемых государственных гарантий (согласно закону РБ «О республиканском бюджете РБ»).

Исследуем поведение целевой функции (1). Для этого представим ее в виде дробно-рациональной, зависящей от P_i и α_G^i :

$$K_G^i = \frac{B_1^i - P_i(1 - \alpha_G^i) + B_2^i\alpha_G^i}{P_i\alpha_G^i} = \frac{B_1^i}{P_i\alpha_G^i} - \frac{P_i(1 - \alpha_G^i)}{P_i\alpha_G^i} + \frac{AB_2^i\alpha_G^i}{P_i\alpha_G^i},$$

где $B_1^i = G_i - C_i + \Delta D$ – прибыль;

$P_i(1 - \alpha_G^i)$ – размер инвестиций, оплачиваемых заемщиком;

B_2^i – налоговое отчисление субъекта, не являющегося получателем средств республиканского бюджета. Тогда коэффициент налоговой эффективности (КНЭ) для i -го инвестиционного проекта будет иметь вид

$$K_G^i = \frac{B_1^i}{P_i \alpha_G^i} - \frac{1}{\alpha_G^i} + 1 + \frac{B_2^i}{P_i} \rightarrow \max. \quad (2)$$

Введем систему ограничений, описывающую лимит государственного финансирования, а также условия предоставления государственных гарантий в зависимости от собственных средств заемщика:

$$\begin{cases} P_i \alpha_G^i \leq M; M \leq 4425000 \text{ тыс. р} \\ S_1 \geq V_1 P_i; V_1 = 0,20 \\ S_2 \geq V_2 P_i; V_2 = 0,10 \\ P_i \alpha_G^i \geq K |A_i| \\ 0,4 \leq K \leq 1 \\ P_i > 0 \\ 0 < \alpha_G^i \leq 1, \end{cases}$$

где M – лимит финансирования;

S – собственные средства заемщика;

V – налоговая ставка;

A – капитал риска, абсолютная величина максимального отрицательного сальдо.

Исследуем данную оптимизационную задачу. Очевидно, что это задача нелинейного программирования.

1. Если $B_1^i > P_i$, т. е. размер инвестиций меньше прибыли без отчислений, то коэффициент налоговой эффективности государственных гарантий – целевая функция (2) – возрастает, если α_G^i уменьшается, т. е. КНЭ тем больше, чем меньше доля КГГ.

2. Если $B_1^i < P_i$, т. е. размер инвестиций больше прибыли без отчислений, то коэффициент налоговой эффективности государственных гарантий уменьшается, если α_G^i уменьшается, т. е. КНЭ тем меньше, чем больше доля КГГ.

Предлагаемую модель легко формализовать для различных форм государственного финансирования: налогового кредита, бюджетного кредита и т. д., их сочетаний с учетом ограничений средств финансирования. В этих случаях изменятся числитель и знаменатель целевой функции на соответствующие показатели, а в системе ограничений появятся неравенства соответствующих лимитов финансирования.

Постановка и анализ данной математической модели при определенной системе исходных пред-

посылок позволяют оценить, обосновать и реализовать оптимальные проекты инвестирования в конкретных условиях.

Преобразуем целевую функцию (1) следующим образом.

Пусть

$$A_i = G_i - C_i + \Delta D,$$

тогда имеем выпуклую функцию

$$K_G^i = \left(\frac{A_i}{P_i \alpha_G^i} - \frac{1}{\alpha_G^i} + C_i \right) \rightarrow \max. \quad (3)$$

Исследуем Гессиан целевой функции

$$H(P, \alpha) = \left\| \frac{\partial^2 K_G^i(P, \alpha)}{\partial P_i^* \partial \alpha_G^i} \right\|_{m^*m} = \frac{A_i}{P_i^3 * \alpha_G^{i^4}} \left(\frac{3A_i}{P_i} - 4 \right). \quad (4)$$

Из выражения (4) для Гессиана целевой функции следует, что при $A_i > \frac{4}{3}$ от размера инвестиций за рассматриваемый период матрица Гессе имеет положительную определенность во всех точках допустимых решений. Это значит, что данная задача относится к классу задач выпуклого программирования. Значит, целевая функция (3) строго выпуклая, имеет не более одной стационарной точки, которая является точкой локального и глобального экстремума. С экономической точки зрения это означает, что при выполнении этого условия доходная часть инвестируемого капитала больше размера инвестиций – это значит, что проект рентабелен и вложения в него выгодны. Проанализируем возможные ситуации.

1. Если $A > 0$, то есть прибыль положительна, а инвестиционный проект рентабелен, то при выполнении условия $A_i \geq \frac{4}{3} P_i$ $H(P, \alpha) \geq 0$, следовательно, целевая функция выпуклая и имеет экстремум в области ограничений переменных.

2. Если $A > 0$ и $A_i < \frac{4}{3} P_i$, то $H(P, \alpha) < 0$, следовательно, целевая функция экстремумов не имеет.

3. Если $A < 0$, т. е. проект нерентабелен, то $|A_i| \geq \frac{4P_i}{3}$, следовательно, целевая функция имеет экстремум в области ограничений переменных.

Нами был выбран алгоритм метода наискорейшего спуска. По данному алгоритму написан программный комплекс на языке Delhi, удовлетворяющий высокому уровню сервиса и позволяющий решать различные задачи такого типа.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Модель была апробирована на адекватность на реальных инвестиционных проектах, приведенных в таблице 1.

Результаты решения оптимизационной задачи по максимизации коэффициента налоговой эффективности (КНЭ) и коэффициента государственных гарантий (КГГ) на реальных инвестиционных проектах.

Таблица 1

Критерии эффективности инвестиционных проектов

№	Наименование инвестиционного проекта.	Реальный КНЭ	Расчетный КГГ	Расчетный КНЭ
1	Строительство производства «Италбашкерамика» г. Октябрьский	0,23	0,2	1,2
2	Завершение строительства Кумертауской шерстопрядильной фабрики РБ.	0,26	0,7	0,5
3	АО «Каустик» (цех по производству этилена).	0,004	0,4	Близко к 0

В таблице 2 рассмотрены конкретные данные ОАО «Каустик».

Таблица 2

Показатели деятельности ОАО «Каустик»

№	К1 – прибыль	К2 – инвестиционный капитал	К3 – налоговые инвестиционные отчисления
1	-10479,47	501,50	15383,42
2	2924,10	438,81	16897,67

На рис. 1 рассмотрены члены потока денежных платежей как автономные инвестиционные проекты в промежутке времени – квартал.

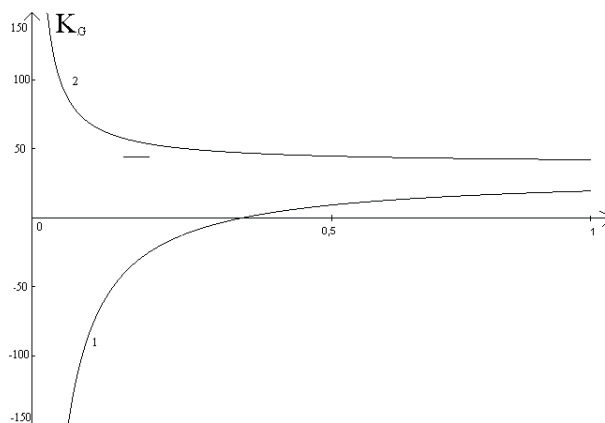


Рис. 1. Зависимость коэффициента налоговой эффективности (КНЭ) K_G от коэффициентов государственных гарантий (КГГ) α_G :
1 – кривая зависимости за 1 квартал;
2 – кривая зависимости за 2 квартал

Сравнение кривых налоговой эффективности государственного финансирования в зависимости от доли его участия и сопоставление показателей K_G и α_G определяют предпочтительность инвестиционного проекта 2, т. к. при доле участия государства $\alpha_G = 0,04$, или 4 %, коэффициент налоговой эффективности будет максимальным по сравнению с другой кривой. Неудовлетворительным, с точки зрения налоговой эффективности государственных гарантий, является проект 1. В нем инвестиционный капитал превышает прибыль, и вложение в такой проект денежных средств невыгодно.

Разработанная модель апробирована на двух инвестиционных проектах:

- производство винилхлорида на АО «Каустик» г. Стерлитамак;
- реконструкция и реставрация Торговых рядов в г. Уфе.

Если рассмотреть усредненные оценки двух предлагаемых инвестиционных проектов, то при собственных средствах 313,44 \$ и 1003,00 \$ прибыль составила 21559,09 \$ и 62386,24 \$; $\alpha_1 = 0,19$ и $\alpha_2 = 0,26$; $P_1 = 1819$ \$ и $P_2 = 1894$ \$; $КНЭ_1 = 66,84$ и $КНЭ_2 = 169,38$. Лучшим является тот проект, который имеет наибольшую налоговую эффективность. Значимость критериев отбора зависит от лица принявшего решение (ЛПР), анализирующего срок окупаемости, размер запрашиваемых инвестиций, уровень риска и т. д.

Существуют и другие критерии оценки эффективности инвестиций, все они противоречивы, поэтому мы используем метод Парето. Наша задача определение множества Парето по основным экономическим показателям, характеризующим

финансовую устойчивость проекта, претендующего на государственную поддержку.

Пусть имеется N инвестиционных проектов. Каждому из них ставится в соответствие K числовых характеристик, т. е. K показателей, отображающих каждый инвестиционный проект. Пусть x^* – некоторый выбор и существует выбор \hat{x} такой, что для всех критериев имеют место неравенства

$$f_i(\hat{x}) \geq f_i(x^*), i = 1, \dots, N,$$

причем хотя бы одно из неравенств – строгое.

Из множества всех допустимых альтернатив необходимо отыскать такие, при реализации которых можно улучшить количественные характеристики показателей по сравнению с существующими. Количество конкурсантов неограничено.

Рассмотрим поставленную оптимизационную задачу. Зафиксируем желательные значения критериев. Проведем ранжирование проектов по значениям основных показателей и запишем в таблицу в порядке их убывания. Согласно принципу Парето наилучшим считается тот инвестиционный проект, для которого нет ни одного проекта по критериальным показателям не хуже указанного, а хотя бы по одному показателю лучше.

Предлагаемая исходная матрица сформирована согласно существующей международной методике оценки инвестиций ЮНИДО и Основному Закону о Бюджете Развития. Все количественные показатели ранжированы ЛПР.

Таким образом, мы имеем многокритериальную задачу принятия решений.

Данная многокритериальная задача – в условиях определенности по 8 показателям, а цель – в оптимизации (максимизации или минимизации) всех этих показателей. Парето – оптимальный инвестиционный проект является наиболее выгодным для ЛПР в соответствии с упорядоченными по важности показателями финансовой оценки конкурсного инвестиционного проекта, претендующего на государственную поддержку.

Для отношения Парето все критерии равноправны и перестановки оценок не меняют основных неравенств бинарных отношений, что делает применение данного метода более предпочтительным и универсальным по сравнению с другими.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Нами написана программа по выбору оптимального решения по принципу Парето при конкурсном отборе инвестиционных проектов, пре-

тендующих на государственную поддержку. Программа апробирована на адекватность на нескольких реальных инвестиционных проектах: АО «Каустик» г. Стерлитамак, строительство торгового комплекса «Торговые ряды» г. Уфа, строительство производства «Италбашкерамика» г. Октябрьский. Полученные решения формулируются в виде приоритетной таблицы 3, где по степени важности критериев определены позиции конкурсных проектов с указанием критериев оптимизирующих альтернатив.

Таблица 3

Ранжированные показатели финансового состояния предприятия

Показатели № проекта	КНЭ	NV	NPV	ВНД	ПФ	PI	Ткр	Хр
1	2000	920	24	4000	230	35 000	2	8
2	10 000	500	12	3500	200	34 000	3	7
3	500	300	15	2800	150	33 000	4	6
4	100	100	6	2000	250	32 000	5	4
5	800	400	8	5000	300	30 000	4	2
6	900	500	9	1500	290	20 000	3	5
7	1000	600	10	2100	180	25 000	1	6

Множество решений по Парето

- 1 конкурсант лидирует по показ.: 2; 1 место занимает конкурсант: 5;
- 2 конкурсант лидирует по показ.: 1; 2-3 места занимает конкурсант: 2; 4;
- конкурсант лидирует по показ.: 4 место занимает конкурсант: 1;
- 4 конкурсант лидирует по показ.: 3; 7; 5 место занимает конкурсант: 6;
- 5 конкурсант лидирует по показ.: 4; 5; 8; 6-7 места занимает конкурсант: 3; 7;
- 6 конкурсант лидирует по показ.: 6;
- 7 конкурсант лидирует по показ.:

Преимущества и недостатки используемой модели

Государство	Инвестор
<p>1. Использование данной модели позволяет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – «точно» инвестировать в отдельные наиболее привлекательные проекты или предприятия; – повысить эффективность деятельности государства с целью эффективного расходования средств и их возврата, что приведет к росту количества поддерживаемых государством проектов; – разработать единую систему оценки инвестиционных проектов, что снизит влияние субъективного фактора при распределении государственных средств; – использовать модель для ранжирования инвестиционных проектов инвестиций. <p>2. Предлагаемая математическая модель позволяет влиять на денежную базу региона и является одним из косвенных механизмов фискальной политики</p>	<p>1. Использование данной модели позволяет:</p> <ul style="list-style-type: none"> – привлекать дешевые ресурсы под проекты

Анализируя полученную большую информацию, ЛПР видит, сколько «стоит» увеличение одного из показателей для остальных, значения которых непременно ухудшаются.

Предлагаемая нами методика отбора инвестиционных проектов, претендующих на государственную поддержку, позволяет на основе системного анализа найти решение многокритериальной задачи, оптимизирующее вложения государственных средств, с целью получения максимальных налоговых отчислений в республиканский бюджет.

Введем характеристику налоговой эффективности инвестиционного проекта

$$NЭ_p = \frac{k_{G(k)}^{(i)} - k_{G(N)}^{(i)}}{k_{G(N)}^{(i)}}$$

где в числителе – разность коэффициента налоговой эффективности в начале и конце базового периода времени, а в знаменателе – коэффициент налоговой эффективности в начале периода. Тогда налоговую эффективность портфеля обозначим

$$NЭ_\pi = \sum_{i=1}^n NЭ_p^{(i)}(p_i, \alpha_G^i) \rightarrow \max,$$

где целевая функция есть отношение налоговых отчислений к государственным гарантиям.

Описание математической модели с полученной целевой функцией и соответствующей системой ограничений приведено авторами в работах [1] и [2].

Для поиска портфеля наивысшей налоговой эффективности необходимо получить множество эффективных точек, решая полученную оптимизационную задачу.

Предлагаемый метод оценки инвестиционных решений, построенный на анализе налоговой эффективности инвестиционного проекта относительно государственных гарантий, может быть применен не только для определения целесообразности использования таких проектов, но и для определения допустимого уровня цен на проекты. Основное отличие полученного портфеля заключается в том, что он формируется только из инвестиционных проектов, имеющих максимальную налоговую эффективность и наилучшие финансовые показатели, характеризующие финансовую устойчивость инвестиционного проекта.

Преимущества используемой модели представлены в таблице.

Таким образом, используя математическую модель государственной поддержки инвестиций, государство получает механизм, позволяющий повысить эффективность своей деятельности, наиболее безболезненными способами поддержать модернизацию и техническое перевооружение предприятий, не теряя своей самостоятельности, а также спрогнозировать последствия своих действий на реализуемой монетарной политике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чернятьева Р. Р. Математическое моделирование процесса государственной поддержки инвестиций. Обзорное прикладное и промышленное математическое / Р. Р. Чернятьева, С. И. Спивак. – 2001. – Т. 8. – С. 722.
 2. Чернятьева Р. Р. Множество Парето при оценке инвестиционных проектов. Обзорное прикладное и промышленное математическое / Р. Р. Чернятьева, С. И. Спивак. – 2003. – Т. 10. – Вып. 2. – С. 433.

LITERATURE LIST

1. *Chernyatyeva R.R.* Mathematical modelling of process of the state support of investments. A review of applied and industrial mathematics / R. R. Chernyatyeva; S. I. Spivak. – 2001. – V. 8. – P. 722.

Башкирский государственный университет (БашГУ)

С. И. Спивак, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математическое моделирование»

Уфимский государственный нефтяной технический университет (УГНТУ)

Р. Р. Чернытьева, кандидат физико-математических наук, доцент

Башкирский государственный университет (БашГУ)

*К. А. Чернытьев, аспирант кафедры «Математическое моделирование» БашГУ
man-from-ufa@mail.ru*

2. *Chernyatyeva R.R.* Set of Pareto at an estimation of investment projects. A review of applied and industrial mathematics / R. R. Chernyatyeva; S. I. Spivak. – 2003. – V. 10, release 2. – P. 433.

Bashkir State University

S. I. Spivak, the candidate of physics and mathematics

Ufimsky State Technical University

R. R. Chernyatieva, the candidate of physics and mathematics

Bashkir State University

K. A. Chernyatiev, post-graduate student