УДК 911.2:556.16 *ISSN 1609-0683*
DOI: https://doi.org/10.17308/geo/1609-0683/2022/3/137-142

Вариация стока и его факторов[1]

Н. П. Чеботарев

профессор, доктор технических наук
Воронежский государственный университет
Воронеж, 1949

Аннотация: Редакция журнала «Вестник ВГУ. Серия: География. Геоэкология» публикует монографию Н. П. Чеботарева «Вариация стока и его факторов». Проблема, поднятая автором в середине XX века, актуальна и сегодня. Однако монография Н. П. Чеботарева стала библиографической редкостью уже сразу после выхода в свет.

Текст книги воспроизводится в авторском варианте. Для понимания важности проблемы в современных исследованиях в области гидрологии публикацию книги предваряет комментарий кандидата географических наук С. Д. Дегтярева (Вестник ВГУ. Серия: География. Геоэкология, 2018, № 3).

Ключевые слова: речной сток, вариация стока, факторы стока.

Для цитирования: Чеботарев Н. П. Вариация стока и его факторов // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: География. Геоэкология*, 2022, № 3, с. 137-142. DOI: https://doi.org/10.17308/geo/1609-0683/2022/3/137-142

IX. АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ ГОДОВОГО СТОКА В СВЯЗИ С ВАРИАЦИЕЙ ЕГО

Годовой сток до настоящего времени является проблемой, требующей разрешения. Поэтому попытка к разрешению всей проблемы или только части ее заслуживает интереса и внимания. Работая над вопросами вариации стока, мы столкнулись с общностью параметра р, играющего роль как в определении вариации стока, так и в уравнении годового стока.

Напишем уравнение регрессии:

$$(y - y_0) = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r(x - x_0), \qquad (149)$$

где $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} r = p\frac{C_{vy}}{\alpha C_{vx}}$ r – коэффициент регрессии. При $r=1$ параметр, найденный по формуле (93), равен параметру p, взятому из уравнения (149), а тогда уравнение регрессии перепишется так:

$$(y - y_0) = p(x - x_0), \qquad (150)$$

откуда

$$y = px + (y_0 - px_0), \qquad (151)$$

или

$$y = px + g, \qquad (152)$$

Известно: параметр g может иметь положительный или отрицательный знак. Очевидно, отрицательный знак параметр g будет иметь при условии, если $y_0 < px_0$, положительный, если $y_0 > px_0$. При $y_0 = px_0$ параметр $g = 0$, что может использоваться, при $\frac{y_0}{x_0} = \eta = p$. Для северных рек, где p – велико, параметр $g = y_0 - px_0$, будет отрицательным, для южных рек наоборот p – мало, и тогда g – положительно. Например, река Кола (бассейн Баренцева моря) при $x_0 = 425$ мм, $y_0 = 355$ мм и соответственно уравнению

$$y = 0{,}98\ x - 58$$

параметр $g = 355 - 0{,}98.\ 425 = -61{,}5$ мм, т.е. значению, близкому к 58 мм.

Еще пример. Р. Днепр у г. Киева при $x_0 = 551$ мм $y_0 = 123$ мм и уравнении $y = 0{,}005x + 95{,}4$ мм, т.е. значению еще более близкому к 95 мм.

Так как $x_0 = \frac{y_0}{\eta}$, где η – коэффициент стока, то

© Чеботарев Н. П., 2022

[1] Продолжение. Начало в журналах «Вестник ВГУ. Серия: География. Геоэкология» № 3/2018 г., № 4/2018 г., № 1/2019 г., № 2/2019 г., № 3/2019 г., № 4/2019 г., № 1/2020 г., № 2/2020 г., № 3/2020 г., № 4/2020 г., № 1/2021 г., № 2/2021, № 3/2021, № 4/2021 г., № 1/2022 г. и № 2/2022 г.

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

подставляя его значение в формулу (151) и сделав небольшие преобразования, получим, что

$$y = px - y_0\,(\frac{p}{\eta} - 1)\,, \qquad (153)$$

Принимая во внимание, что

$p = \dfrac{C_{vy}}{\alpha C_{vx}}$, а $\eta = \dfrac{1}{\alpha}$, найдем после подстановки их в (153) уравнение регрессии в следующем виде:

$$y = \frac{C_{vy}}{\alpha C_{vx}}\,x - y_0\,(\frac{C_{vy}}{C_{vx}} - 1) \qquad (154)$$

Если теперь обозначить через γ отношение $\dfrac{C_{vy}}{C_{vx}}$, то уравнение (154) перепишется так:

$$y = \gamma\,\eta x - y_0(\gamma - 1). \qquad (155)$$

Подставив в уравнение (155) $\gamma = 2$, получим

$$y\ =\ 2\eta x\ -\ y_0. \qquad (156)$$

Мы, таким образом, пришли к виду уравнения, полученному Кузиным П.С. (13) для р. Волги у г. Ярославля. Обобщение формулы (156) Кузина была дано также Калининым Г.П. и помещено в дипломной работе студента Самохвалова. В обобщенной форме уравнение (156) имеет вид уравнения (155). Полученное нами уравнение (156) совсем иным путем подтверждает правильность типа, найденного Кузиным П.С.

Из приведенного мною анализа следует, что параметр, равный в формуле Кузина двум, имеет свои физическим смыслом отношение $\dfrac{C_{vy}}{C_{vx}}$, следовательно, параметр γ можно вычислить в каждом отдельном случае, если известны ряды y и x. вычисляя отношение γ для различных пунктов опорной сети какой-либо территории, можно произвести географическое интерполирование (например, путем построения изолиний) и таким образом определить параметры функции $y = f(x)$ в любом пункте данной территории.

Доказательство того, что $\gamma = \dfrac{C_{vy}}{C_{vx}}$ можно привести, исходя непосредственно из формулы (155), а именно, представим эту формулы через модульные коэффициенты. Для этой цели необходимо перенести в левую часть равенства y_0 и разделить обе части его на y_0, тогда $k_y = \gamma\ k_x - (\gamma - 1)$, или

$$k_y = a^m k_x - (a^m - 1), \qquad (157)$$

где $\gamma = a^m$.

Применяя к уравнению (157) закон распространения средней ошибки, будем иметь, что

$$\sigma^2\ = (\frac{d\,k_y}{d\,k_x})^2\ \sigma_x^2\ , \qquad (158)$$

в числит. $d\,k_y$

$\dfrac{d\,k_y}{d\,k_x} = \gamma$, то

$$\sigma_y = \gamma\,\sigma_x \qquad (159)$$

$$\gamma = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{C_{vy}}{C_{vx}}, \qquad (160)$$

что и требовалось доказать.

Пример.

Река волга у г. Ярославля, по данным исследования Кузина П.С. (13), имеет:

x_0 = 560 мм, y_0 = 240 мм, η = 0,43, C_{vy} = 0,24, C_{vx} = 0,12, тогда

$$\gamma = \frac{0{,}24}{0{,}12} = 2{,}0.$$

Подставляя эти данные в формулу (155), получим:

$$y = 2\cdot 0{,}43\,x - 240(2 - 1),\ y = 0{,}86\,x - 240. \qquad (161)$$

Уравнение (161) было получено Кузиным П.С. эмпирическим путем, в точности совпадает с нашим, полученным теоретическим путем. Это предположение подтверждается и на других примерах. Так, в дипломной работе Самохвалова, выполненной под моим руководством, находим, что для р. Оки у г. Калуги уравнение связи $y = f(x)$ имеет вид:

$$y = 0{,}62x - 156 \qquad (162)$$

Для р. Оки у г. Калуги имеются следующие данные:

x_0 = 535 мм, y_0 = 176 мм, x_0 = 359 мм, η = 0,33, C_{vy} = 0,26, C_{vx} = 0,14, откуда

$$\gamma = \frac{0{,}26}{0{,}14} = 1{,}88.$$

Параметр $p = 1{,}88\cdot 0{,}33 = 0{,}62$, а параметр
$g = y_0 - Px_0 = 176 - 0{,}62 \cdot 535 = - 156$, или
$g = y_0 - (\gamma - 1) - 176(1{,}88 - 1) -\ 156$.

Таким образом и в этом случае мы получили значения параметров p и g, совпадающими с соответствующими параметрами уравнения (162).

Выше, при выводе уравнения (155), мы сделали допущение, что коэффициент корреляции между рядами y и x равен единице, т.е. этим самым мы допустили существование функциональной связи между этими величинами. Такое допущение, в большинстве случаев, является грубым. Только для северных районов можно еще сделать такое допущение, так как в этих районах испарение не велико, и коэффициент корреляции между y и x близок к единице. Отсюда можно сделать вывод, что уравнение типа Кузина П.С. может иметь место при условии, что между рядами y и x существует функциональная связь. Почему же, в таком случае для р.

волки у г. Ярославля коэффициент корреляции $r = 0{,}86$, а не единице.

Такое явление для р. Волки у г. Ярославля можно объяснить только случайным совпадением цифр. Так, например, рассматривая уравнение регрессии для р. Оки у г. Калуги, мы не имеем такого совпадения. И оно имеет вид:

$$y = 0{,}26x + 27, \qquad (163)$$

у которого числовые значения параметров р и g совершенно не совпадают с найденными выше, при условии, что $r = 1$. Коэффициент корреляции в действительности оказался равным 0,418 ±0,089. Если же при вычислении параметров принять последнее значение коэффициента корреляции, то получим уравнение (163).

Еще пример.

Уравнение годового стока для р. Камы у с. Березняки, построенное по типу с параметром по формуле: $p = \dfrac{C_{vy}}{\alpha C_{vx}}$ и параметром $g = y_0 + px_0$ представляется в следующем виде:

$$y = 0{,}883x - 159. \qquad (164),$$

Уравнение регрессии для данного пункта р. Камы будет

$$y = 0{,}470x + 73, \qquad (165)$$

коэффициент корреляции $r = 0{,}515 \pm 0{,}065$.

Теперь интересно установить, какое из двух уравнений (164) и (165) выше по точности? Очевидно, последнее уравнение (165) надо считать по точности выше, так как оно найдено с помощью теории корреляции. Но произведенный подсчет годового стока за 56 лет (1883-1938) по уравнениям (164) и (165) показал, что среднее отклонение для последнего уравнения немного ниже первого и что в обоих случаях погрешность надо считать почти одинаковой, выраженной средним отклонением порядка ± 15 %. Для сравнения с точностями этих уравнений (164) и (165) приведем среднее отклонение годового стока той же реки у того же пункта, вычисленного по уравнению, построенному Зайковым В. Д. (16).

$$y = 0{,}66x + 54, \qquad (166)$$

где y – слой стока, за гидрологический год X-IX в мм, x – высота атмосферных осадков за месяцы IX-IV+1/2 высота осадков за месяцы V-VIII в мм.

Среднее отклонение подсчетов по этому уравнению несколько ниже и равно ± 11,4 %.

Однако такая разница, по существу, не дает большого эффекта. Это довольно наглядно можно видеть из кривых обеспеченностей ошибок.

Для этой цели составлена табл. 12, данные которой и послужили основой к построению графика обеспеченности (рис. 15). Рисунок показывает, что все три кривые между собой переплетаются и лежат довольно близко друг около друга. А это обстоятельство указывает на возможные погрешности одинакового порядка всех трех формул.

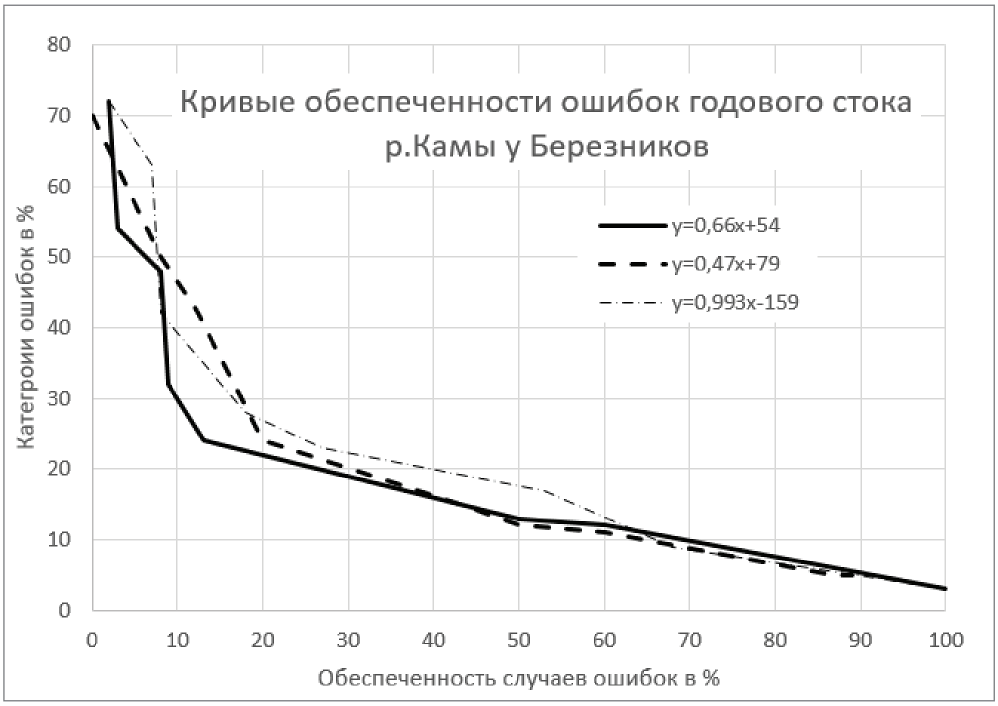

Рисунок 15

Уравнение годового стока в зависимости от осадков можно получить в несколько проще, а именно, исходя из уравнения (157). В этом уравнении единственным параметром является $\gamma = \frac{C_{vy}}{C_{vx}} = a^m$. Следовательно, надо знать только параметр γ, чтобы получить уравнение годового стока.

Уравнение (157) представляет собой прямую линию, проходящую через точку с координатами (1:1), так как модульные коэффициенты являются безразмерными величинами, у которых среднее арифметическое значение всегда = 1,0.

Подставляя в уравнение (157) $k_x = 1$, получим $k_y = 1$, независимо от значения γ. Следовательно, через эту точку можно провести пучок прямых, в уравнении которых свободный член и угловой коэффициент зависят от значения параметра γ. Пучок прямых ограничен прямыми, имеющими предельные значения для параметра γ. Минимальным значением для γ является единица, когда $C_{vy} = C_{vx}$. С увеличением значения γ прямая, вращаясь около точки (1:1) и придя в вертикальное положение, достигает своего другого предела. В этом последнем случае $\gamma = \infty$ и $k_y = +1$. Данные таблицы 13 подтверждают рассмотренное.

Таблица 12

№ п/п	Категория ошибок	Частота и обеспеченность случая ошибок								
		y= 0,66x + 54			y= 0,47x + 43			y= 0,883x - 159		
		Частота		∑%	Частота		∑%	Частота		∑%
		Абс.	%		Абс.	%		Абс.	%	
1	75-71	1	1,8	1,8	0	0	0	1	1,8	1,8
2	70-56	-	-	-	2	3,6	3,6	2	3,6	5,4
3	55-51	1	1,8	3,6	2	3,6	7,2	-	-	-
4	50-45	2	3,6	7,2	1	1,8	9,0	1	1,8	7,2
5	44-36	-	-	-	2	3,6	12,6	1	1,8	9,0
6	35-31	1	1,8	9,0	-	-	-	3	5,4	14,4
7	30-21	1	1,8	10,8	-	-	-	2	3,6	18,0
8	25-21	1	1,8	12,6	4	7,2	19,8	5	8,9	26,9
9	20-15	11	19,6	32,2	10	18,0	37,8	11	19,6	46,5
10	15-11	11	19,7	51,9	7	12,5	50,3	7	12,5	59,0
11	10-6	16	28,5	80,4	11	19,6	69,9	7	12,5	71,5
12	5-0	11	19,6	100	17	20,1	100	16	28,5	100
Итого		56	100		56	100		56	100	

Таблица 13

№ п/п	Река	Пункт	γ
1	..	-	1,00
2	Печора	Якша	1,12
3	Кама	Чистополь	1,50
4	Волга	Куйбышев	1,62
5	Ока	Калуга	1,88
6	Днепр	Лоц К	2,25
7	Самара		5,53

Высказанные соображения позволяют сделать вывод, что в тех случаях, когда предполагается построение уравнения связи $y = f(x)$, нет надобности обращаться к громоздкому методу построения уравнения регрессии (с помощью теории корреляции), а достаточно найти m для данного пункта и вычислить параметры p и g. Этот метод позволяет также найти параметры уравнения связи $y = f(x)$ для любого пункта ЕТС, при отсутствии или недостаточности наблюдений над осадками и стоком. Все, что относилось к зависимости $y = f(x)$ может быть отнесено и к зависимости $z = f(x)$.

ВЫВОДЫ

Произведенные и рассмотренные анализы, а также решения вопросов вариации некоторых гидрологических и метеорологических элементов с теоретической и практической сторон позволяют прийти к следующим основным выводам:

1. Методы математической статистики и, в частности, применение кривых распределения все более и более внедряются в область гидрологии и захватывают все новые и новые вопросы для их разрешения. Основным параметром кривых распределения в гидрологии является изменчивость, выраженная стандартом или коэффициентом вариации. Приближенная оценка этих параметров до настоящего времени не имела достаточно обоснованных методов.

2. Исходя из уравнения водного баланса речных бассейнов, в многолетнем разрезе получено выражение для коэффициента вариации годового стока, указывающего, что коэффициент вариации годового стока зависит, главным образом, от коэффициента изменчивости годовых высот осадков и испарения, от коэффициента корреляции между этими величинами и от соотношения норм осадков к стоку.

3. Если потери на испарение настолько малы, что ими можно пренебрегать, т. е. если можно допустить приближенное равенства между высотами осадков и стока, то коэффициент вариации годового стока равен коэффициенту вариации осадков. Такое значение коэффициента вариация годового стока, можно предположить, является минимальным.

4. Коэффициент корреляции между значениями стока частей бассейна не является непосредственной причиной изменения C_{vy} с изменением r_y, а что такой причиной служит коэффициент корреляции между высотами осадков частей бассейна r_x.

5. Коэффициент вариации годовых высот осадков отдельных пунктов (станций) колеблется от 0,063 (Кёмь) до 0,306 (Таганрог) и в среднем $C_{vx(\mathrm{i})}$ = 0,200. В широтном отношении этот коэффициент в среднем мало изменяется; если на юге он = 0,224, то на севере = 0,188.

6. Как показали теоретические и практические исследования, коэффициент вариации годовых высот осадков зависит от площади бассейна. Вид зависимости между этими величинами обратный, а теснота связи характеризуется коэффициентом корреляции, равным 0,848 ± 0,0048.

7. Исследования также показали, что коэффициент вариации годовых высот осадков зависит от нормы осадков, выраженной в виде расхода атмосферы. Теснота связи для этой зависимости характеризуется коэффициентом корреляции r = +0,83.

8. Найденные аналитические выражения для связей между коэффициентами вариации годовых высот осадков и площадями бассейнов и между коэффициентами вариации годовых высот осадков и нормой осадков, могут, при отсутствии достаточного количества наблюденных данных или в других случаях, иметь практическое применение, со средними отклонениями в первом выражении – ±4,48% и во втором – ±4,0%.

9. Коэффициент вариации годовой высоты испарения с поверхности бассейна, как один из факторов, определяющий коэффициент вариации годового стока, зависит от изменчивости годовых высот осадков и стока, а также от коэффициента корреляции между этими величинами.

10. Подсчет значений C_{vz} по данным годовых высот испарения, полученным по существующим методам (Мейера, Кузина и т. д.) на дает желательных результатов и для этой цели лучше обращаться к формулам (57—59) или даже вычислять по среднегодовым значениям дефицитов влажности.

11. Убывание коэффициента вариации годового стока от юга к северу вызывается главным образом потерями на испарение, величина которых убывает в том же направлении. Убывание величин испарения влечет за собой убывание отношения $\alpha = \frac{1}{\eta}$, от которого зависит величина коэффициента вариации годового стока.

12. Полученное выражение для коэффициента вариации годового стока

$$C_{vy} = \eta^{-\mathrm{m}} C_{vx},$$

доказывает, что существенное влияние на значение этого коэффициента оказывает коэффициент вариации осадков, коэффициент стока (η) и параметр m, характеризующий, главным образом, испарение.

13. Произведенный анализ существующих формул для определения вариации годового стока в свете нашего исследования показал, что эти формулы имеют в своем основании выведенную нами формулу, что зависимость C_{vy} от площади бассейна объясняется зависимостью C_{vx} от этой площади.

14. Нарушение закономерности убыли коэффициента вариации годового стока с ростом площадей некоторых речных бассейнов теперь легко объясняется ростом величины $\eta^{-\mathrm{m}}$ с одновременной убылью коэффициента вариации C_{vx}.

15. Влияние свойств, регулирующих годовой сток речного бассейна на коэффициент вариации годового стока, проявляется в слабой степени, и только в отдельных случаях, когда в бассейне имеется высокая озерность (>10%) или высокая заболоченность (> 25%), может сказаться это влияние на коэффициент вариации годового стока. Предлагаемый метод определения стандарта и коэффициента вариации годового стока по своей точности превосходит существующие методы.

16. Несмотря на особенности горных рек, влияющих на значение C_{vy}, полученная нами формула (18) может быть распространена и на горные реки.

17. Для определения C_{vy} предлагается также и другое выражение, которое отличается от ранее предложенного (18) тем, что вместо показательного параметра m дается параметр в виде множителя. Этот путь определения C_{vy} хотя и имеет несколько более высокое среднее отклонение = ± 5,25%, но оно все же значительно ниже отклонения существующих методов.

18. Тип формулы (18) коэффициента вариации годового стока остается справедливым и для выражения коэффициента вариации экстремального стока (максимального и минимального), а также и для сезонного (например, весеннего) стока.

19. Коэффициент вариации модулей максимального стока есть функция коэффициента вариации элементарного максимального стока или интенсивности снеготаяния, а коэффициент вариации интенсивности снеготаяния является функцией коэффициента вариации запаса воды в снежном покрове в начальный момент снеготаяния и коэффициент вариации сумм положительных температур воздуха, взятых за каждый год период снеготаяния.

20. Коэффициент вариации модуля максимального стока зависит от площади бассейна и находится с ней в обратной зависимости. Отклонение от этой зависимости в некоторых случаях может быть устранено путем введения коэффициентов.

21. Коэффициент вариации интенсивности ливней должен находиться в обратной зависимости от продолжительности ливней и может быть в прямой зависимости от максимальной интенсивности с продолжительностью (примерно) одной минуты.

22. Параметры уравнения годового стока, в зависимости от осадков для любого пункта северных районов ЕТС, можно вычислить, пользуясь методами для определения параметра p или m, а, следовательно, процесс построения уравнения связи $y = f(x)$, а также $z = f(x)$ сводится к очень простым операциям. Точность полученного уравнения почти не отличается от точности уравнения, полученного с помощью теории корреляции.

SCIENTIFIC ARCHIVES

UDC 911.2:556.16 ***ISSN 1609-0683***
DOI: https://doi.org/10.17308/geo/1609-0683/2022/3/137-142

Variation of Runoff and its Factors

N. P. Chebotarev

Doctor of Sciences in Technology
Voronezh State University
Voronezh, 1949

Abstract: The editorial board of the journal «Bulletin of VSU. Series: Geography. Geoecology» publishes the monograph of N. P. Chebotarev «Variation of runoff and its factors». The issue raised by the author in the middle of the 20th century is still relevant today. However, the monograph of N. P. Chebotarev became a bibliographic rarity immediately after the publication.

The text of the book is reproduced in the author's version. To understand the importance of the problem in modern research in the field of hydrology, the publication of the book is preceded by a comment by S. D. Degtyarev – candidate of geographical sciences (Vestnik Voronezskogo gosudarstvennogo universiteta. Seria: Geografia. Geoekologia, 2018, no. 3).

Key words: river runoff, runoff variation, runoff factors.

For citation: Chebotarev N.P. Variation of Runoff and its Factors. *Vestnik Voronezskogo gosudarstvennogo universiteta. Seria: Geografia. Geoekologia*, 2022, no. 2, pp. 137-142. (In Russ.) DOI: https://doi.org/10.17308/geo/1609-0683/2022/3/137-142

© Chebotarev N.P., 2022

The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.