

ВАРИАЦИЯ СТОКА И ЕГО ФАКТОРОВ¹

Н. П. Чеботарев

*профессор, доктор технических наук
Воронежский государственный университет
Воронеж, 1949*

Аннотация: Редакция журнала «Вестник ВГУ. Серия: География. Геоэкология» публикует монографию Н. П. Чеботарева «Вариация стока и его факторов». Проблема поднятая автором в середине XX века актуальна и сегодня. Однако монография Н. П. Чеботарева стала библиографической редкостью уже сразу после выхода в свет.

Текст книги воспроизводится в авторском варианте. Для понимания важности проблемы в современных исследованиях в области гидрологии публикацию книги предваряет комментарий кандидата географических наук С. Д. Дегтярева.

Ключевые слова: речной сток, вариация стока, факторы стока.

Abstract: The editorial board of the journal «Bulletin of VSU. Series: Geography. Geoecology» publishes the monograph of N. P. Chebotarev «Variation of runoff and its factors». The issue raised by the author in the middle of the 20th century is still relevant today. However, the monograph of N. P. Chebotarev became a bibliographic rarity immediately after the publication.

The text of the book is reproduced in the author's version. To understand the importance of the problem in modern research in the field of hydrology, the publication of the book is preceded by a comment by S. D. Degtyarev – candidate of geographical sciences.

Key words: river runoff, runoff variation, runoff factors.

III. КОЭФФИЦИЕНТ ВАРИАЦИИ ОСАДКОВ, ЕГО ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ОСНОВНЫХ ФАКТОРОВ И РОЛЬ В ОПРЕДЕЛЕНИИ C_{vy}

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Годовая высота осадков не остается постоянной; из года в год она колеблется по неизвестному пока закону. Сложный комплекс причин вызывает колебания годовых высот осадков, но основной причиной является солнечная энергия, которая в сочетании с причинами, возникающими на земном шаре и вне его, дает неравномерное по величине выпадение осадков из года в год. Во всех подобных случаях, для исследования явления обращаются к методам теории вероятности и математической статистики. Эти методы указывают, что рассеивание, или дисперсия, данной величины может быть охарактеризована средним квадрати-

ческим отклонением (стандартом). Для сравнения же дисперсии двух статистических аргументов стандарт выражают безразмерной величиной – коэффициентом вариации. С помощью коэффициента вариации годовых высот осадков представляется возможным не только сравнение двух аргументов, но так же, как и в отношении годового стока, устанавливать значения годовых осадков с определенной обеспеченностью. Такое определение годовой высоты осадков является необходимым в некоторых гидрологических расчетах. Кроме того, вариация годовых осадков является непосредственной причиной колебания годового стока и годовых высот испарения. Следует также упомянуть, что сеть метеорологических станций значительно плотнее (гуще), а длительность наблюдений больше, нежели сеть гидрометрических станций. Поэтому вычисление коэффициента вариации годовых высот осадков часто бывает возможным в местах, где вычисление коэффициента вариации годового стока затруднительно или даже невозможно.

© Чеботарев Н. П., 2019

¹ Продолжение. Начало в журналах «Вестник ВГУ. Серия: География. Геоэкология» № 3/2018 г. и № 4/2018 г.

2. ФАКТОРЫ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВАРИАЦИИ ГОДОВЫХ ВЫСОТ ОСАДКОВ

а) Зависимость C_{vx} от площади бассейна

Рассматривая значения C_{vx} для бассейнов рек с различными площадями бассейнов, мы замечаем, что C_{vx} не остается постоянным; при этом большому значению C_{vx} чаще всего соответствует меньшая площадь бассейна и наоборот. О существовании такой зависимости можно было встретить в литературе и раньше, например, по этому вопросу мы встречаем довольно подробные сведения у М. Э. Шевелева (15). Однако достаточного анализа и объяснения этого явления мы нигде не находим. Как же объяснить такое явление? Почему площадь бассейна оказывает влияние на величину C_{vx} ? Кратко на этот вопрос можно ответить так: причиной уменьшения C_{vx} с увеличением площади бассейна является неравномерность распределения осадков по площади бассейна для каждого отрезка времени, т.е., иначе говоря, причиной является асинхронность в явлении выпадения осадков на площади бассейна. Чем больше площадь бассейна, тем для большего числа точек площади и резче выступает асинхронность и наоборот, чем меньше площадь, тем слабее проявляется асинхронность в явлении выпадения осадков. Для очень малых площадей бассейнов асинхронность практически отсутствует, тогда достаточно бывает иметь одну станцию для определения осадков с характером изменчивости, свойственных данной площади бассейна. Всякая другая станция, расположенная на этой площади, будет, приблизительно, давать те же значения осадков или во всяком случае, быть с той же изменчивостью, что и первая станция.

Представим себе элемент площади бассейна – бесконечно малой величины. Годовые высоты осадков распределяются на площади бассейна неравномерно, а средняя высота годовых осадков для всей площади может быть выражена так:

$$\bar{x} = \frac{1}{F_0} \int_0^F x_i dF, \quad (21)$$

где x_i – представляет собой годовую высоту осадков для элемента dF , F_0 – площадь бассейна.

Если известно \bar{x} для каждого года некоторого периода лет, то для этого периода может быть найдена норма \bar{x} . Допустим, что данная площадь бассейна F_0 разделена на две части с площадями F_1 и

F_2 для каждой из них найдено значение годовых норм осадков \bar{x}_1 и \bar{x}_2 . Тогда средне-взвешенное значение годовой высоты осадков для всего бассейна будет равно

$$\bar{x}_{II} = \frac{F_1 \bar{x}_1 + F_2 \bar{x}_2}{F_0}, \quad (22)$$

или

$$\bar{x}_{II} = j_1 \bar{x}_1 + j_2 \bar{x}_2, \quad (23)$$

где

$$j_1 = \frac{F_1}{F_0} \text{ и } j_2 = \frac{F_2}{F_0}.$$

Выражая равенство (23) через стандарты s для зависимых друг от друга средних величин \bar{x}_1 получим, что

$$s_{II}^2 = j_1^2 s_1^2 + j_2^2 s_2^2 + 2j_1 j_2 s_1 s_2 r_{1/2}, \quad (24)$$

а переходя к C_{vx} , будем иметь

$$\begin{aligned} x_{II}^2 C_{vx}^2 &= j_1^2 x_1^2 C_{vx(1)}^2 + j_2^2 x_2^2 C_{vx(2)}^2 + \\ &+ 2j_1 j_2 x_1 x_2 C_{vx(1)} C_{vx(2)} r_{1/2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Обозначив $\frac{x_{II}}{x_{II}}$ через k_1 , а $\frac{x_2}{x_{II}}$ через k_2 , получим:

$$\begin{aligned} C_{vx}^2 &= j_1^2 k_1^2 C_{vx(1)}^2 + j_2^2 k_2^2 C_{vx(2)}^2 + \\ &+ 2j_1 j_2 k_1 k_2 C_{vx(1)} C_{vx(2)} r_{1/2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Если вообще данная площадь состоит из n частей и для каждой части известна норма x_i , то формула (26) в таком общем виде будет представляться так:

$$\begin{aligned} C_{vx}^2 &= j_1^2 k_1^2 C_{vx(1)}^2 + j_2^2 k_2^2 C_{vx(2)}^2 + \dots + \\ &+ j_n^2 k_n^2 C_{vx(n)}^2 + 2r_{1/2} j_1 j_2 k_1 k_2 C_{vx(1)} C_{vx(2)} + \\ &+ 2r_{1/3} j_1 j_3 k_1 k_3 C_{vx(1)} C_{vx(3)} + \dots \\ &\dots + 2r_{1/n} j_1 j_n k_1 k_n C_{vx(1)} C_{vx(n)} + \\ &+ 2r_{2/3} j_2 j_3 k_2 k_3 C_{vx(2)} C_{vx(3)} + \dots \\ &\dots + 2r_{2/n} j_2 j_n k_2 k_n C_{vx(2)} C_{vx(n)} + 2r_{i/i+1} j_i j_{i+1} k_i k_{i+1} \\ &C_{vx(i)} C_{vx(i+1)} + \dots + 2r_{i/n} j_i j_n k_i k_n C_{vx(i)} C_{vx(n)} + \dots \\ &\dots + 2r_{n-1/n} j_{n-1} j_n k_{n-1} k_n C_{vx(n-1)} C_{vx(n)}. \end{aligned} \quad (27)$$

Для упрощения полученного равенства (27) сделаем ряд допущений. Прежде всего примем, что

данная площадь состоит из n равных частей с площадью $=F$, затем допустим, что нормы осадков и коэффициента вариации их для всех частей равны между собой, т.е. что

$$\bar{x}_0 = x_1 = x_2 = x_3 \dots x_n \text{ и}$$

$$C_{vx(1)} = C_{vx(2)} = C_{vx(3)} \dots = C_{vx(n)}.$$

Последнее допущение базируется на предположении, что данный бассейн находится в одинаковых метеорологических условиях. После принятия этих допущений равенство (27) примет более простой вид:

$$C_{vx} = \frac{F}{F_0} C_{vx(i)} \sqrt{n + 2 \frac{n(n-1)}{2} r_x}, \quad (28)$$

или

$$C_{vx} = \frac{F}{F_0} C_{vx(i)} \sqrt{n + n(n-1) r_x}, \quad (29)$$

где r_x – средний коэффициент корреляции между рядами годовых высот осадков для всего бассейна. При $n = 1$ и $F = F_0$

$$C_{vx} = C_{vx(i)}. \quad (30)$$

К тому же результату (30) придем, если допустить r_x равным единице. Последнее допущение может иметь место для такой площади, для которой высоты осадков всех частей этой площади синхронны, а это относится к только что рассмотренному случаю, т.е. когда $n = 1$. Следовательно, если мы имеем такую площадь, в пределах которой метеорологические условия однородны и наблюдается полная синхронность в отношении выпадении осадков, то в этом случае коэффициент корреляции близок к единице, а значение C_{vx} приближается к значению $C_{vx(i)}$, т.е. к своему максимуму.

При полном отсутствии зависимости между рядами высот осадков отдельных станций, т.е. когда и в пункте каждой станции количество осадков и время их выпадения являются неодинаковыми, коэффициент корреляции тогда равен нулю и

$$C_{vx} = \frac{FC_{vx(i)}}{F_0} \sqrt{n} = \frac{C_{vx(i)}}{\sqrt{n}}, \quad (31)$$

где

$$n = \frac{F_0}{F}.$$

Полученное выражение для C_{vx} даст ее нижнюю экстрему, которая может иметь место при r_x , стремящемся к нулю. Для зависимых рядов x , что мы и имеем, чаще всего в действительности, значение среднего коэффициента корреляции убыва-

ет с увеличением площади бассейна, а при бесконечно большом значении площади коэффициент корреляции стремится к нулю. Если принять, что

$n = \frac{F_0}{F}$, то уравнение (29) можно представить, так:

$$C_{vx} = \frac{C_{vx(i)}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + r_x(n-1)}. \quad (32)$$

При некотором среднем значении $r_x = 0,5$,

$$C_{vx} = \frac{C_{vx(i)}}{\sqrt{n}} \sqrt{0,5(n+1)}. \quad (33)$$

Подкоренное выражение правой части равенства (33) без большой погрешности можно принять равным m , а тогда

$$C_{vx} = C_{vx(i)} \sqrt{r_x}. \quad (34)$$

Обратимся теперь к вышеприведенной нами формуле (18) и подставим в нее полученное значение C_{vx} из (34), тогда

$$C_{vx} = C_{vx(i)} \sqrt{r_x} a^m. \quad (35)$$

Следовательно, можно предположить, что коэффициент корреляции между значением стока частей бассейна не является непосредственной причиной изменения C_{vy} с изменением r_y , а что такой причиной служит коэффициент корреляции между высотами осадков и частей бассейна r_x как было указано выше. Коэффициент корреляции зависит от величины площади бассейна: для малых площадей он стремится к единице, а для больших, все время уменьшаясь, стремится к нулю. Следовательно, коэффициент корреляции r_x так же, как и r_y (как и следовало быть), находится в обратной зависимости от F . Одной из подобных зависимостей может служить тип:

$$C_{vx} = \frac{B}{F^n}. \quad (36)$$

При $F=1$ $C_{vx}=B$, т.е. параметр « B » представляет собой коэффициент вариации, когда площадь бассейна становится равной единице. Но при малом значении F коэффициент вариации C_{vx} равен $C_{vx(i)}$, поэтому параметр B по своему физическому смыслу соответствует значению $C_{vx(i)}$. Если это так, то, исходя из формулы (34) и (35), можно предположить, что

$$r_x = (F^{-n})^2 = \frac{1}{F^{2n}}, \quad (37)$$

т.е. коэффициент корреляции в формулах 35 и 36 (50) играет роль редуцированного коэффициен-

№№ п/п	Части бассейна		φ_i	\bar{x}_i мм	k_i	$C_{v(x)}$ (1) (?)	$r_{1/2}$	Коэффициент регрессии
	F_i	км ²						
1	F_1	59350	0,732	506	0,986	0,125	0,81	0,975
2	F_2	21780	0,268	556	1,082	0,130		
3	F_3	81130	1,000	513	–	0,120		

та, уменьшающего значения C_{vx} , а, следовательно, и C_{vy} с увеличением площади бассейна. Из формулы (37) следует, что коэффициент корреляции r_x находится в большей зависимости от F , чем C_{vx} от F .

б) Проверка формулы (26) в применении к бассейну р. Свири

Исходными цифровыми данными нам служили данные А. Ю. Эльстера (4). На основе этих данных и были подсчитаны числовые значения элементов, входящие в формулу (26). Результаты подсчета сведены в табл. 1.

После подстановки найденных значений (табл. 4) в формулу (26) был вычислен C_{vx} ; при этом было получено полное совпадение с C_{vx} , вычисленными по наблюдаемым данным. Но если верна формула (26), то, следовательно, верна эта же формула в общем виде (27).

в) Попытка эмпирической проверки формулы (34) в применении к бассейну р. Воронеж

Площадь бассейна р. Воронеж у г. Воронежа равна 20600 км². Бассейн р. Воронеж лежит в пределах лесостепи в южной ее подзоне. Рельеф достаточно выраженный и овражный. В климатическом отношении бассейн р. Воронеж лежит в пределах зоны лесного климата. Норма осадков = 509 мм. Недостаток влажности = 2,0 мм (11). В пределах бассейна р. Воронеж имеется достаточно густая сеть метеорологических станций, однако, вследствие краткости одновременных наблюдений, от некоторых пришлось отказаться. Отобранные станции расположены в пределах бассейна более или менее равномерно, некоторые из них лежат за пределами водораздельной линии, но вблизи ее. Число всех станций – 9. Шесть станций расположены в верхней половине бассейна, остальные в нижней. Данные об осадках для этих станций были взяты у проф. А. В. Шипчинского (12). Для получения среднего значения коэффициента корреляции в пределах данной площади бассейна необходимо найти коэффициент корреляции осадков каждой станции со всеми другими. При этом окажется, что число таких связей составит:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{9(9-1)}{2} = 36, \quad (38)$$

где N – число станций.

Однако отсутствие достаточной длины рядов одновременных наблюдений сократит полное число связей до 22. Результаты произведенного подсчета коэффициента корреляции приведены в табл. 2. По таблице мы видим, что время наблюдений над осадками относится к периоду с 1881 по 1929 гг., с числом лет наблюдений от 11 до 26 (в среднем 18 лет). Коэффициент корреляции колеблется от 0,088 до +0,920 со средним значением для всего бассейна = +0,454. Расстояние между станциями колеблется от 36 до 260 и в среднем составляют 101,3 км. Коэффициент корреляции годовых высот осадков двух любых станций зависит от макро и микроклиматических условий. Микроклиматические условия могли бы с достаточной точностью быть охарактеризованы расстояниями между станциями и величина коэффициента корреляции в этом отношении должна находиться в обратной зависимости от расстояния. Сравнивая расстояния между станциями с коэффициентами корреляции (табл. 2), видим, что зависимость между этими величинами почти отсутствует. Это особенно наглядно иллюстрирует рис. 2, где точки на

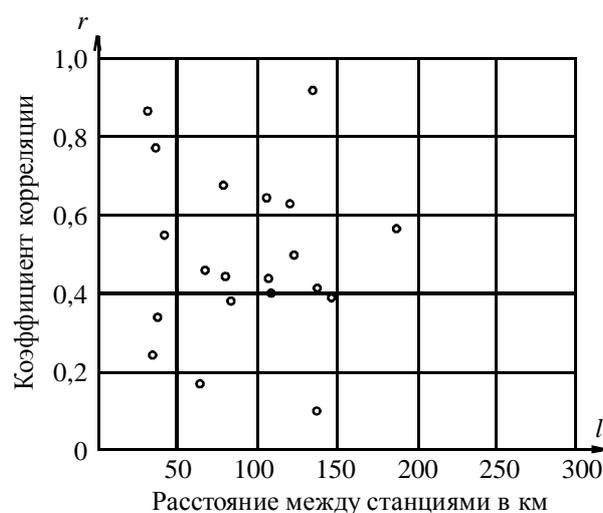


Рис. 2. График зависимости между коэффициентом корреляции годовых высот осадков и расстояниями между станциями

Коэффициенты корреляции между годовыми высотами осадков метеорологических станций, расположенных в бассейне р. Воронежа.

Таблица 2

№№ п/п	№№ станции	Период	Число лет	Коэффициент корреляции r_x	Расстояние между станциями в км
1	74–119	1901–1923	19	+ 0,92	143
2	73–74	1899–1923	21	+ 0,845	38
3	29–31	1892–1910	19	+ 0,780	40
4	15–80	1894–1916	16	+ 0,683	79
5	74–75	1899–1917	14	+ 0,654	48
6	29–74	1899–1923	19	+ 0,618	127
7	74–80	1899–1916	14	+ 0,636	108
8	80–119	1891–1916	16	+ 0,560	190
9	75–119	1894–1924	27	+ 0,489	127
10	74–31	1899–1910	11	+ 0,445	70
11	31–80	1892–1910	12	+ 0,440	80
12	28–74	1903–1906	13	+ 0,401	143
13	29–80	1892–1916	20	+ 0,429	108
14	29–75	1894–1929	21	+ 0,399	111
15	28–80	1881–1916	27	+ 0,398	149
16	3–36	1898–1910	12	+ 0,396	80
17	28–21	1882–1916	18	+ 0,331	37
18	29–36	1892–1916	24	+ 0,262	36
19	26–80	1892–1916	18	+ 0,182	67
20	36–75	1894–1916	17	+ 0,101	137
21	28–36	1892–1916	17	+ 0,033	49
22	36–119	1894–1916	17	+ 0,088	266
Среднее	–		18	+ 0,454	100,3

корреляционном поле легли весьма разбросанно. Для некоторых точек напрашивается даже прямая зависимость. Для средней группы расположения точек можно видеть достаточно выраженный характер обратной зависимости.

Причиной такого разброса точек являются микроклиматические условия, которые в сильной степени связаны с условиями рельефа, лесистости, болотистости, озерности и т.д. Распространение этих факторов по площади бассейна является неравномерным, а следовательно, к неоднородности в распределении микроклиматических условий по поверхности бассейна, присоединяется еще и их неравномерность.

Все взятое вместе вызывает явление асинхронности в колебаниях годовых высот осадков. Так, например, характер колебания годовых высот осадков в условиях леса может отличаться от такого характера в условиях поля. Сочетание микро- с макроклиматическими условиями нарушает синхронность в выпадении осадков, а следовательно,

и зависимость между коэффициентами корреляции и расстоянием (1).

Предположим теперь, что в области данного бассейна существуют макроклиматические условия¹, которые, как известно, изменяются плавно и для заметного изменения требуют относительно больших площадей. Тогда, очевидно, зависимость $r = f(1)$ будет иметь достаточную тесноту связи обратной зависимости. В этом случае при бесконечно большой площади и бесконечно малом расстоянии между точками (или при бесконечно большом числе точек) коэффициент корреляции примет все возможные значения r от +1 до –1. С уменьшением площади бассейна число положительных значений r , а так же средняя величина r_{cp} будет возрастать. Для получения среднего значения r_{cp} пользовались существующей сетью метеорологических станций. По 9 станциям и 22 связям было получено для бассейна р. Воронеж среднее значе-

¹ Микроклиматические условия допускаются однородными для данной площади бассейна.

ние коэффициента корреляции $r_{cp.} = 0,454$. Соответствует ли значение этого коэффициента $r_{cp.}$ истинному значению среднего коэффициента корреляции для данного бассейна? На этот вопрос ответ должен быть отрицательным, так как существующая сеть метеорологических станций не охватывает собой всех характерных точек в отношении микро- и макроклиматических условий. Поэтому средний коэффициент корреляции, полученный на основе наблюдаемых данных существующей сети метеорологических станций, будет выше истинного и тем выше, чем выше взято число станций для подсчета среднего значения $r_{cp.}$. Приведенная выше формула (37) позволяет найти $r_{cp.}$, если известны значения параметра n и площади F . Так можно вычислить значение $r_{cp.}$ для бассейна р. Воронеж, для которого у г. Воронежа $= 20600 \text{ км}^2$. Принимая значение параметра $= 0,077$, полученного на массовых данных найдем, что

$$r_{cp.} = F - 2n = 20600 - 0,154 = 0,217.$$

Сравнивая полученное значение $r_{cp.}$ по формуле 37 со значением, вычисленным по 9 станциям бассейна р. Воронеж, видим, что последнее значение более, чем в два раза выше. Чем объяснить такое расхождение в полученных цифрах? Можно предполагать, что формула 37 дает значение более близкие к истинному значению, так как значение параметра $n = 0,077$ базируется на массовых

данных, а вычисленное по непосредственным данным охватывает собой только 9 точек площади бассейна. Если бы точек было больше, то вычисленное значение оказалось бы ниже, а при очень большом числе точек значение коэффициента $r_{cp.}$ приблизилось бы к истинному. Очевидно, что для более точного вычисления $r_{cp.}$ необходимо иметь и число метеорологических пунктов, равномерно расположенных по площади бассейна, значительно больше. Пользуясь формулой 34, можно было бы решить и обратную задачу: при какой площади будет иметь место достаточно высокий средний коэффициент корреляции (например, $r_{cp.} = 0,75$)? При указанном значении $r_{cp.}$ площадь бассейна $= 6,45 \text{ км}^2$, а при $r_{cp.} = 1,0$ площадь бассейна $= 1 \text{ км}^2$. Следовательно, только при таких сравнительно малых площадях бассейнов можно ожидать высокие коэффициенты корреляции. Эта же формула 37 может служить для решения вопроса о расстоянии между дождемерами и о площадях, которые должны обслуживаться отдельными дождемерами.

Таким образом, приходим к выводу, что проверить эмпирически формулу 34 непосредственно с помощью только данных метеорологической сети не представляется возможным. Для получения близких значений $r_{cp.}$ к истинному необходимо иметь большее число метеорологических пунктов с длинными наблюдениями.