

Моделирование геоэлектрического разреза на основе множества допустимых решений обратной задачи вертикального электрического зондирования

©2025 А. С. Долгаль^{1, 2}✉, Р. Н. Петросян^{2, 3}

¹*Горный институт Уральского отделения Российской академии наук,
ул. Сибирская 78а, Пермь, 614007, Российская Федерация*

²*Пермский государственный национальный исследовательский
университет, ул. Букирева 15, Пермь, 614990, Российская Федерация*

³*ООО «Противокаровая и береговая защита»,
ул. Даницина 4, Пермь, 614068, Российская Федерация*

Аннотация

Введение: в статье представлены теоретические основы построения геоэлектрических моделей субгоризонтально слоистых сред по материалам вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) с использованием серийных решений обратной задачи. Для этой цели применяются аддитивные технологии инверсии, базирующиеся на гарантированном подходе Л. В. Канторовича, которые ранее были предложены для решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки. Их отличительной особенностью являются принципиально новые математические формы представления результатов количественной интерпретации в виде некоторой совокупности геологически содержательных инвариантов на множестве допустимых решений обратной задачи.

Методика: для множества решений обратной задачи с мощностью не менее 100 выполняется расчет дискретных значений некоторой функции, зависящей от пространственных координат, характеризующей вероятность принадлежности отдельных фрагментов геологического пространства одной из изучаемых геоэлектрических границ. Разработан и реализован на языке программирования «Python» алгоритм, последовательно выполняющий следующие операции: формирование множества допустимых решений обратной задачи ВЭЗ использованием генетического алгоритма (библиотека «DEAP»); разбиение геологического пространства на ряд подо областей, состоящих из элементарных прямоугольных ячеек, с оценкой вероятности пересечения каждой из них искомой границей слоя с заданным значением удельного электрического сопротивления; построение наиболее статистически наиболее достоверных границ моделируемых геоэлектрических горизонтов; визуализация полученных результатов интерпретации (библиотека «Matplotlib»). Установлено, что сглаживание предполагаемых границ приводит к улучшению интерпретационных построений и может иметь под собой определенное физико-геологическое обоснование.

Результаты и обсуждение: оценка возможностей алгоритма осуществлялась на синтетическом примере и практических материалах по профилю ВЭЗ, расположенному вблизи пос. Октябрьский в Пермском крае, включающему в себя 28 точек зондирования с разносом питающей линии АВ до 320 м. В целом геоэлектрические границы, полученные с помощью созданного алгоритма, согласуются с заданной моделью и результатами инверсии с программой «ЗОНД». Однако вероятностное представление местоположения геоэлектрических границ позволяет провести сравнительную



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

✉ Долгаль Александр Сергеевич, e-mail: asdolgal@inbox.ru

оценку разрешающей способности метода ВЭЗ по вертикали и по латерали.

Заключение: представление результатов инверсии ВЭЗ в виде множества допустимых решений обратной задачи и его пространственно-статистический анализ и визуализация результатов повышает достоверность геологических результатов электроразведки.

Ключевые слова: электроразведка, вертикальное электрическое зондирование, геоэлектрический разрез, обратная задача, генетический алгоритм, аддитивные технологии.

Источник финансирования: исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (рег. номер НИОКТР: 124020500054-3)

Для цитирования: Долгаль А. С., Петросян Р. Н. Моделирование геоэлектрического разреза на основе множества допустимых решений обратной задачи вертикального электрического зондирования // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология*. 2025. № 3. С. 31–40. DOI: <https://doi.org/10.17308/geology/1609-0691/2025/3/31-40>

Введение

Вертикальное электрическое зондирование (ВЭЗ) является одним из наиболее часто применяющихся геофизических методов при решении геологических, инженерно-геологических, гидрогеологических, археологических, карстологических и других задач [1, 2]. Измерения выполняются с установкой Шлюмберже, для которой при увеличении разноса токовых электродов АВ увеличивается глубина регистрации электрического сопротивления в грунте. Результатом исследований методом ВЭЗ является «геоэлектрических разрез – характеристика электрических свойств в вертикальной плоскости, проходящей через последовательность геоэлектрических единиц» [3]. В свою очередь «геоэлектрическая единица – интервал в слоистой последовательности пород, который может быть охарактеризован значимыми средними значениями электрических свойств, существенно отличными от аналогичных средних значений в соседних единицах, и являющийся достаточно мощным для выделения» [3].

В настоящее время успешно реализованы численные методы решения прямых и обратных задач электрических зондирований для весьма сложных моделей геоэлектрических сред [4]. Традиционные методы инверсии базируются на теории регуляризации А. Н. Тихонова, обеспечивающей получение геологически содержательных решений при применении стабилизирующих функционалов [5]. Однако, несмотря на достигнутые успехи в создании новых компьютерных технологий, на этапе количественной интерпретации ВЭЗ отсутствуют достаточно строгие количественные оценки информативности исходных данных, обеспечивающей требуемую детальность расчленения разреза при заданном уровне помех. Необходимы новые эффективные алгоритмы доопределения задачи в условиях ее некорректности и неоднозначности модельного представления объекта исследований [1].

Согласно теореме, представленной в работе [6] множество Q моделей реального физического объекта, каждая из которых после решения прямой задачи позволяет точно восстановить любое конечное число данных наблюдений, является пустым либо бесконечным. Это связано с невозможностью описания реальных, неисчерпаемых по сложности, физико-геологических

неоднородностей конечномерным вектором параметров, а также бесконечным числом способов параметризации при формировании любой интерпретационной модели [7]. Помимо этого, существуют неизбежные проявления неоднозначности при решении обратной задачи геофизики для конкретной физико-математической модели изучаемого объекта, связанные, в частности с дискретностью полевых измерений и наличием в них помех (ϵ -эквивалентность) [8].

Традиционный подход к решению обратной задачи сопряжен с противоречием, возникающим при попытке представить множество ее допустимых решений Q одним из его элементов, отвечающим выбранному критерию оптимальности [9]. Избежать этого противоречия позволяет построение конечного репрезентативного подмножества решений обратной задачи $Q_0 \subset Q$ и его анализ. В частности, в работе [10] представлен метод множества эквивалентности, являющийся обобщением метода регуляризации для некорректных задач в многомерном псевдометрическом пространстве критериев в дискретном случае. Несомненный интерес представляет изучение эквивалентности 3D-интерпретации данных аэроэлектроразведки при поисках локальных проводящих тел под перекрывающим слоем путем серии расчетов, выполненных с различными стартовыми моделями искомых объектов [11]. В. П. Колесниковым был предложен способ повышения однозначности автоматической интерпретации площадных электроразведочных наблюдений методом ВЭЗ, основанный на использовании совокупности регуляризирующих элементов и проведении многократной инверсии анализируемого массива кривых при внесении случайной помехи [12].

В настоящей статье изложены методика и результаты использования концепции гарантированного подхода, предложенного Л.В. Канторовичем и развитого П. И. Балком для методов гравиразведки и магниторазведки, при интерпретации данных электроразведки. Его применение позволяет систематизировать многообразие геоэлектрических элементов, входящих в подмножество Q_0 решений обратной задачи ВЭЗ. Методы интерпретации данных гравиразведки, реализующие идеи гарантированного подхода, базируются на принципиально новых математических формах

представления ее результатов в виде некоторой совокупности геологически содержательных инвариантов на множестве Q_0 [13].

В рудной обратной задаче инвариантами являются максимальный общий фрагмент D_2 всех допустимых носителей S^* возмущающих масс, и минимальную область D_1 пространства, содержащую эти массы. В линейной обратной задаче гравirazведки для модели источников аномалии в виде совокупности локальных изолированных тел определяются общие двухсторонние оценки $\delta_k^{(\min)}$ и $\delta_k^{(\max)}$ для допустимых эффективных плотностей δ_k^* каждого из $k = \overline{1, m}$ тел. В структурной обратной задаче для границы раздела плотностей $\varphi(x)$, $x \in [a, b]$ предлагается строить внутреннюю φ_2^* и внешнюю φ_1^* огибающей семейства всех допустимых границ $\varphi^*(x)$, характеризующих предельные (минимальную и максимальную) глубины их залегания в каждой точке интервала $[a, b]$.

Как очевидно, в рудной обратной задаче все приближенные решения S^* обладают общим свойством, которое находит свое выражение в двухстороннем включении $D_2 \subset S^* \subset D_1$ (рис. 1); в линейной обратной задаче все допустимые решения, объединяет неравенство $\delta_k^{(\min)} \leq \delta_k^* \leq \delta_k^{(\max)}$, $k = \overline{1, m}$; в структурной обратной задаче все границы раздела $\varphi^*(x)$ двух плотностных сред, отвечающие априорной информации, удовлетворяют одному и тому же неравенству $\varphi_2^*(x) \leq \varphi^*(x) \leq \varphi_1^*(x)$, $x \in [a, b]$.

Как правило, наше интуитивное представление об информативности результатов интерпретации каким-то образом связано с «остаточной» неопределенностью, которая остается после получения ее результатов. Можно процитировать Клода Шеннона [14], которому принадлежит следующее, не претендующее на полноту понятие: «информация – это снятая неопределенность наших знаний о предмете исследования». В таком случае под информацией, которую несет в себе построенная модель источника поля S^* , логично считать его фрагмент S_0^* , одновременно являющийся и фрагментом истинного носителя S , который несет достоверную информацию об изучаемом объекте. Мету Лебега $\mu(S_0^*)$ можно принять за меру достоверной информации, которую несет приближенное решение в конкретных условиях. Область полученных решений обратной задачи, которая представляет собой предполагаемый фрагмент аномалиеобразующего объекта, но в действительности им не является, является ложной информацией. Фрагмент области, заполненной возмущающими массами, но не нашедшей отражения в решениях обратной задачи можно считать потерянной

информацией (рис. 1). Отчетливо просматриваются аналогии между потерянной информацией и ошибкой I рода, ложной информацией и ошибкой II рода. Однако предлагаемые информационные параметры здесь являются чисто детерминистскими характеристиками, в отличие от вероятностных оценок соответствующих ошибок.

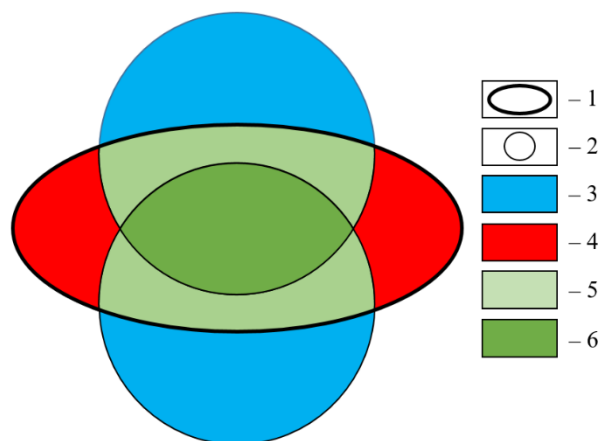


Рис. 1. Информационная модель, отражающая взаимосвязь аномалиеобразующего объекта и двух полученных решений обратной задачи: 1 – геологический объект S ; 2 – модели объекта S^* ; 3 – ложная информация (фрагмент области D_2); 4 – потерянная информация; 5 и 6 – достоверная информация S_0 (фрагменты области D_2), полученная как пересечение одной модели с объектом и как пересечение двух моделей с геологическим объектом, соответственно. Примечание: 6 – также является областью D_1 .

[Fig. 1. Information model reflecting the relationship between the anomaly-forming object and the two obtained solutions of the inverse problem: (1) – geological object S ; (2) – object models S^* ; (3) – false information (fragment of area D_2); (4) – lost information; (5) and (6) – reliable information S_0 (fragments of area D_2), obtained as the intersection of one model with the object and as the intersection of two models with the geological object, respectively. Note: (6) is also area D_1 .]

Продуктом развития гарантированного подхода являются аддитивные методы интерпретации, суть которых, в общем случае, заключается в построении функции $p = f(d)$, $d \in D$, где D – изучаемое геологическое пространство, фрагмент которого d претендует на роль искомого объекта или его части [15]. Функция $f(d)$ представляет собой оценку вероятности p обнаружения искомого объекта в пределах подобласти d . Пространственное распределение функции $p = f(d)$ является обобщенным решением обратной задачи, которое позволяет статистически охарактеризовать геометрические параметры искомого объекта или изучаемой структуры. Это решение можно также рассматривать как нечеткое множество Q_0 , принадлежность каждого элемента d которому может уточняться [16], а фиксированные значения $f(d) = \text{const}$ – как его α -сечения при разных значениях функции принадлежности μ , $0 \leq \mu \leq 1$ (рис. 2).

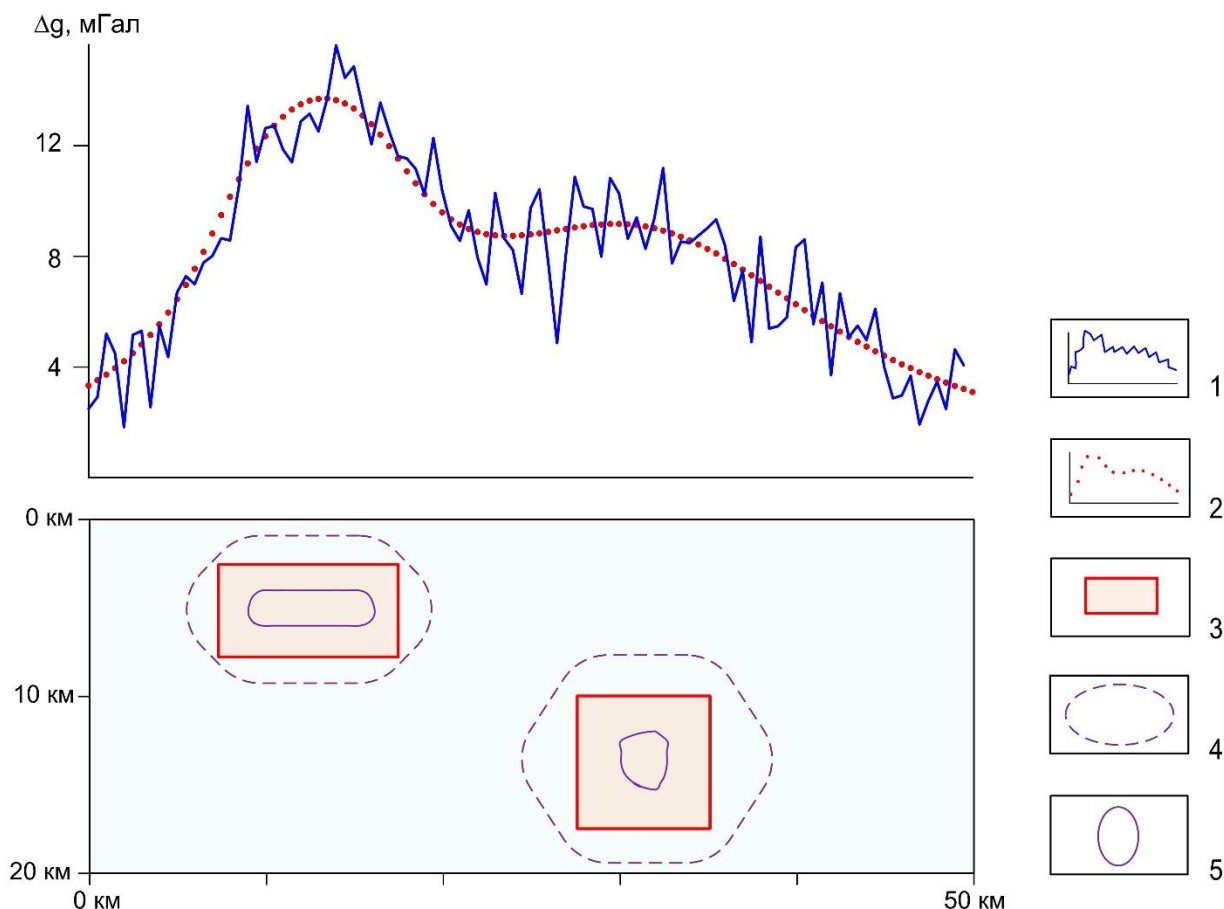


Рис. 2. Визуализация нечеткого множества Q_0 допустимых решений обратной задачи для двух прямоугольных призм по гравитационному полю с помехой: 1 – поле Δg , осложненное помехой с нормой 1.2 мГал; 2 – поле Δg без помех; 3 – аномалиеобразующие тела; α -сечения множества Q_0 : 4 – для $\mu = 0.1$, 5 – для $\mu = 0.9$. Примечание: число элементов $Q_0 = 7229$.

[**Fig. 2.** Visualization of the fuzzy set Q_0 of admissible solutions of the inverse problem for two rectangular prisms in a gravitational field with noise: (1) – field Δg complicated by noise with a norm of 1.2 mGal; (2) – field Δg without noise; (3) – anomaly-forming bodies; α -sections of the set Q_0 : (4) – for $\mu = 0.1$, (5) – for $\mu = 0.9$. Note: the number of elements of $Q_0 = 7229$.]

Методика инверсии данных ВЭЗ и анализ множества полученных результатов

В настоящей статье охарактеризованный выше подход применялся к множеству допустимых решений Q_0 обратной задачи ВЭЗ, с целью определения конфигурации геоэлектрического разреза. Под конфигурацией следует понимать совокупность глубин залегания геоэлектрических горизонтов, причем для каждого из них будет существовать свое подпространство D^* , содержащее истинное положение соответствующих границ.

Для решения этой задачи разработан алгоритм, реализованный Р.Н. Петросяном на языке программирования «Python», выполняющий следующие операции:

- 1) формирование множества Q_0 с использованием генетического алгоритма (ГА) библиотеки «DEAP» [17];
- 2) разделение геологического пространства D на n подобластей d , расчет вероятности p в пределах каждой из них;
- 3) построение функции $z = \varphi(p, x)$, аппроксимирующий распределение вероятностей $\{p_1, p_2, p_3, \dots,$

$p_n\}$ ломанной линией – предполагаемой границей слоя и сглаживание этой функции;

- 4) визуализация пространственного распределения вероятностей p и функции $z = \varphi(p, x)$ с помощью библиотеки «Matplotlib» [18].

ГА является методом эволюционной оптимизации, имитирующий процесс естественного отбора (рис. 3). В отличие от обыкновенного перебора переменных (покоординатного спуска), выполнение которого может занять длительное время, генетический алгоритм перебирает только часть параметров, отвечающую наилучшим решениям, что значительно повышает скорость оптимизации. ГА находит лучшие решения из всего массива допустимых решений и незначительно изменяет их. Среди полученных новых решений вновь отбираются лучшие, а худшие отбрасываются, затем процесс повторяется [19]. Имеется успешный опыт применения других алгоритмов оптимизации для формирования множества допустимых решений обратных задач геофизики [20–22].

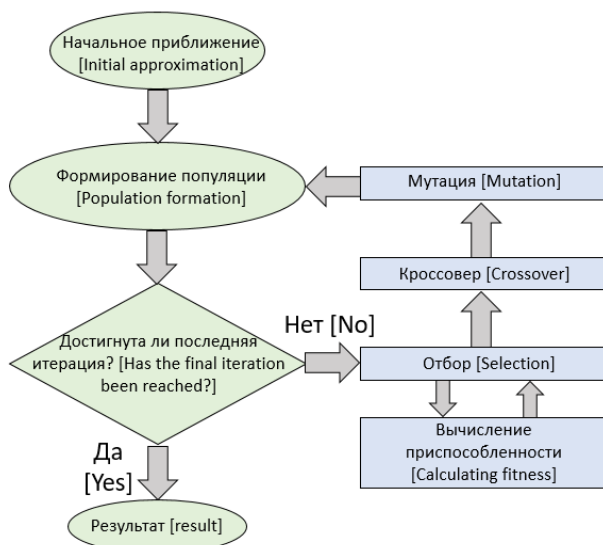


Рис. 3. Схема работы генетического алгоритма
[Fig. 3. Scheme of the genetic algorithm operation.]

В результате работы ГА получено несколько векторов параметров \mathbf{q} , размерность L которого вычисляется по формуле:

$$L = (l * 2) - 1,$$

где l – количество слоев геоэлектрического разреза, которое определяется исходя из априорных сведений о геологическом строении исследуемой территории. В вектор \mathbf{q} входят как значения мощностей, так и удельных электрических сопротивлений слоев геоэлектрического разреза. Для всех векторов решается прямая задача ВЭЗ и определяется невязка σ между теоретическими и наблюдаемыми кривыми зондирования. Если вектор \mathbf{q} удовлетворяет заданному условию, то есть полученное значение невязки ниже порогового значения σ_0 , то такой вектор будет включен множества Q_0 . Невязка σ определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^r |(\rho_{ti} - \rho_{oi}) / (\rho_{ti} + \rho_{oi})|}{r} * 100$$

где ρ_{ti} и ρ_{oi} – значения кажущихся сопротивлений теоретических и наблюдаемых данных соответственно для i -го разности питающей линии, r – количество разностей АВ.

Полученные в рамках одного решения ОЗ ВЭЗ вектора \mathbf{q} близки между собой, поэтому для увеличения разброса векторов \mathbf{q} , для одной и той же точки зондирования ГА применяется несколько раз. При удовлетворении невязки условию $\sigma \leq \sigma_0$, каждый новый набор параметров входит в множество Q_0 , мощность которого должна составлять 50–100. Для дальнейшего построения геоэлектрических разрезов мощность каждого слоя преобразуются в глубину залегания его подошвы.

Для каждого слоя геоэлектрического разреза определяется область D^* , аппликаты которой соответствуют максимальной и минимальной глубине залегания кровли слоя. Таким образом, для каждой точки ВЭЗ

определяется диапазон глубин, в пределах которого могут варьировать значения глубин для конкретного слоя.

Далее пространство D^* разбивается на n подобластей одинакового размера, для каждой подобласти d_i вычисляется параметр p_i по методу MinMax нормализации:

$$p_i = \frac{m_i - m_{\min}}{m_{\max} - m_{\min}},$$

где m_i – количество решений, входящий в текущую подобласть d_i , m_{\min} и m_{\max} – минимальное и максимальное количество решений среди всех подобластей d . MinMax нормализацию также возможно провести с учетом значений всех пикетов, в таком случае m_{\min} и m_{\max} – минимальное и максимальное значение m среди всех пикетов.

Полученное пространственное распределение p не следует интерпретировать как абсолютное значение вероятности обнаружения кровли изучаемого горизонта в подобласти d . Параметр p_i является оценкой того, насколько высока вероятность, что подобласть d_i будет содержать данную границу по сравнению с другими подобластями d .

На рис. 4 представлен схематичный пример результата, полученного при применении аддитивных технологий. Рассмотрим количественную интерпретацию на примере точки ВЭЗ № 1: все множество решений обратной задачи попадает в диапазон глубин от -2.4 м до -8.0 м пространства D^* . Это пространство разделено на 5 подобластей d одинаковой мощности, для которых подсчитано число решений обратной задачи m . Наибольшим числом решений m характеризуется центральная (3-я при пересчете сверху-вниз) подобласть – 55 решений. Из этого следует, что параметр p для центральной подобласти d будет равен 1, т.е. истинное положение границы находится в пределах данной подобласти, в интервале глубин от -4.8 до -5.7 м.

Представление результатов в виде конечных подобластей d , ранжированных в зависимости от числа решений обратной задачи m , позволяет провести анализ результатов количественной интерпретации ВЭЗ по двум критериям: по невязке кривых σ и параметру p . Также существенным преимуществом является возможность количественно оценить разрешающую способность метода в конкретных геолого-геофизических условиях.

Однако такое представление результатов инверсии сопряжено с трудностями при визуальном выделении геоэлектрических границ. Для устранения этого недостатка распределение параметра p аппроксимировано с помощью функции $z = \varphi(p, x)$. Функция z рассчитывается как средневзвешенное значение центров подобластей d для каждой точки ВЭЗ, в качестве весов выступает совокупность параметров p . График функции z представляет собой ломанную линию, которая отражает наиболее вероятное положение границы раздела электрических свойств. Наиболее информативным способом представления множества Q_0 является совместная визуализация подобластей d вместе с сглаженной функцией $z = \varphi(p, x)$.

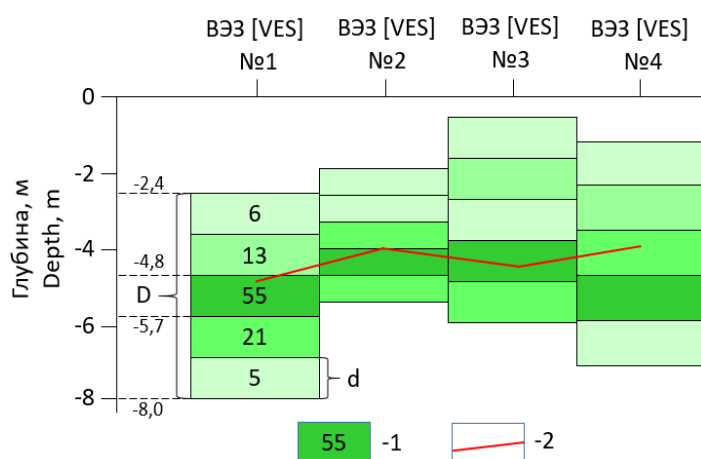


Рис. 4. Визуальное представление результатов применения аддитивных технологий в методе ВЭЗ: 1 – подобласть d , значение в центре отражает количество решений m , входящих в данную подобласть; 2 – положение границы по априорным данным. Оттенки зеленого характеризуют количество решений обратной задачи, входящих в подобласть d : чем ярче оттенок, тем больше число решений, которое приходится на данную подобласть.

[Fig. 4. Visual representation of the results of applying additive technologies in the VES method: (1) – subdomain d , the value in the center reflects the number of solutions m included in this subdomain; (2) – the position of the boundary according to a priori data. Shades of green characterize the number of solutions of the inverse problem included in subdomain d : the brighter the shade, the greater the number of solutions that fall on this subdomain.]

Целесообразность сглаживания функции z обусловлена, с одной стороны – типичными особенностями геоэлектрического разреза в равнинных условиях при отсутствии вертикальных разрывных нарушений: геологический разрез не должен иметь резкие перепады мощностей, которые могут возникнуть за счет неустойчивости решения обратной задачи автоматизированными методами. С другой стороны – особенностями методики полевых наблюдений метода ВЭЗ: область проникновения электрического тока охватывает всю длину разноса питающей линии АВ, затрагивая соседние точки ВЭЗ (для сравнительно малых расстояний между точками измерений). Сглаживание функции z осуществлено с помощью метода скользящего среднего.

Результаты тестирования алгоритма

Аддитивные технологии количественной интерпретации ВЭЗ апробировались на синтетической модели и

на практических материалах. Синтетическая модель представляет собой четырехслойный геоэлектрический разрез (рис. 5), горизонты которого обладают следующими удельными сопротивлениями (сверху вниз): 300 Ом·м; 1000 Ом·м; 100 Ом·м; 2500 Ом·м. Мощность 1-го слоя изменялась от 2 м до 4 м, 2-го слоя – от 9 м до 14 м, 3-го слоя – от 7 м до 16 м. Относительное расхождение «наблюдаемых» и модельных кривых ВЭЗ при инверсии не превышало 2 %.

Проанализировав рис. 5, можно сделать вывод, что геоэлектрические границы, полученные с помощью функции $z = \varphi(p, x)$ согласуются с заданной моделью. Наибольшее расхождение границ наблюдается на интервале 400–600 м от начала профиля, где параметры геоэлектрического разреза наиболее сильно отличаются от параметров, используемых в качестве априорных данных для ГА.

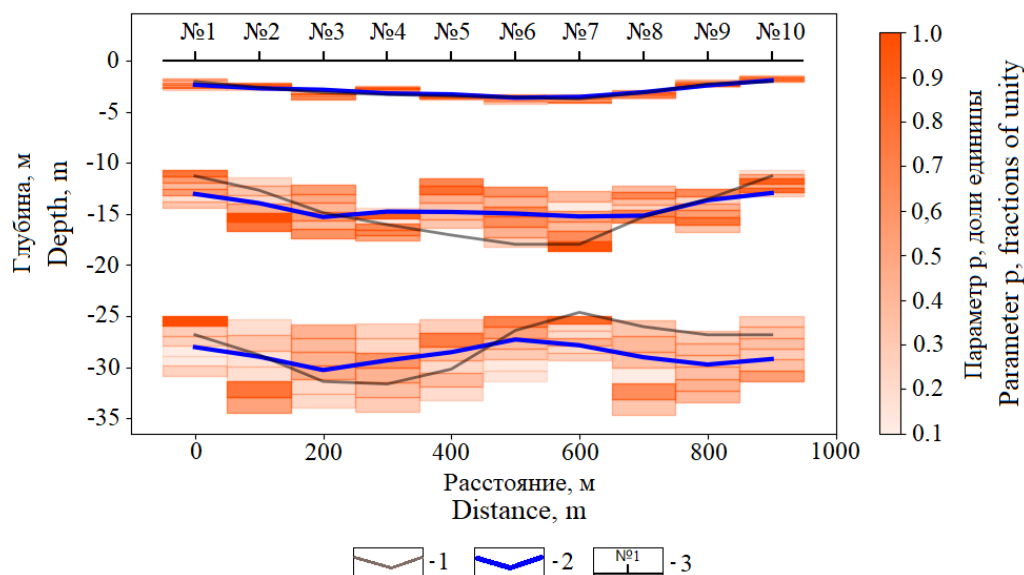


Рис. 5. Результат применения аддитивных технологий на примере синтетической модели: 1 – границы заданной модели; 2 – граница, полученная с помощью функции $z = \varphi(p, x)$; 3 – местоположение точек ВЭЗ, их номера.

[Fig. 5. The result of applying additive technologies on the example of a synthetic model: (1) – boundaries of a given model; (2) – boundary obtained using the function $z = \varphi(p, x)$; (3) – location of the VES points, their numbers.]

Другая оценка возможностей алгоритма интерпретации выполнена на материалах, полученных в ходе полевых наблюдений вблизи пос. Октябрьский в Пермском крае (рис. 6). Целью профильных инженерно-геофизических изысканий являлось определение глубины залегания кровли коренных пород, имеющих преимущественно карбонатный состав. В установке ВЭЗ использовались следующие разности АВ/2: 1.6; 2.0; 2.5; 3.2; 4.0; 5.0; 6.3; 8.0; 10.0; 12.5; 16.0; 20.0; 25.0; 32.0; 40.0; 50.0; 63.0; 80.0; 100.0; 125.0; 160.0, в м. Размеры приемной линии MN составляли 1 и 10 м. Точки измерений находились на расстоянии 100 м друг от друга, профиль исследований включал в себя 28 кривых зондирования.

На рис. 7 представлены результаты решения обратной задачи ВЭЗ по методике, описанной в статье, с точностью 5%. Наблюдается высокая степень совпадения границ, построенных с помощью интерактивного способа инверсии с применением программы «ЗОНД» и с помощью функции $z = \varphi(p, x)$. Наибольшее расхождение по глубинам имеет нижний геоэлектрический горизонт, что связано с понижением разрешающей способности метода с глубиной. Можно заметить, что чем больше мощность пространства D^* , тем меньше разрешающая способность метода в конкретных геолого-геофизических условиях. Отметим, что изменение разрешающей способности ВЭЗ происходит не только по глубине, но и по латерали (вдоль оси абсцисс).

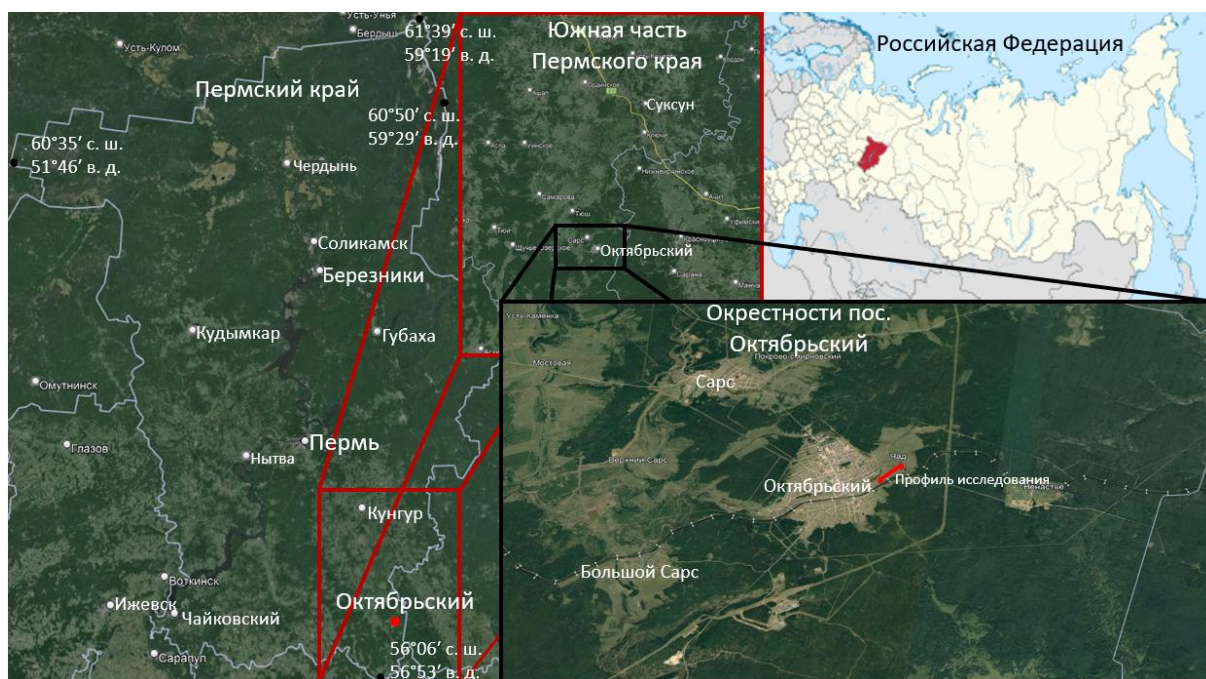


Рис. 6. Карты Российской Федерации, Пермского края, южной части Пермского края и окрестностей пос. Октябрьский с выделенным профилем ВЭЗ.

[Fig. 6. Maps of the Russian Federation, Perm Krai, the southern part of Perm Krai and the environs of the settlement of Oktyabrskiy with a highlighted VES profile.]

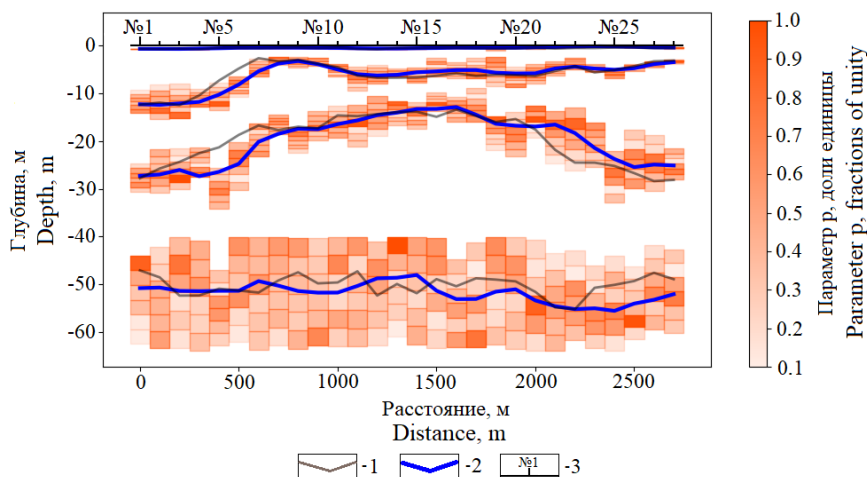


Рис. 7. Результат интерпретации данных ВЭЗ по профилю у пос. Октябрьский: 1 – геоэлектрические границы, полученные с помощью решения обратной задачи ВЭЗ в программном комплексе «ЗОНД»; 2 – геоэлектрические границы, полученные с помощью функции $z = \varphi(p, x)$; 3 – местоположение точек ВЭЗ, их номера.

[Fig. 7. Result of interpretation of VES data along the profile near the settlement of Oktyabrskiy: (1) – geoelectric boundaries obtained by solving the inverse VES problem in the «ZOND» software package; (2) – geoelectric boundaries obtained using the function $z = \varphi(p, x)$; (3) – location of the VES points, their numbers.]

Заключение

Представление результатов инверсии ВЭЗ в виде множества допустимых решений обратной задачи Q_0 с дальнейшим его анализом статистическими методами и визуализацией результатов повышает достоверность геологических результатов электроразведки. Предлагаемый подход обеспечивает возможность количественной оценки разрешающей способности метода и позволяет отказаться от величины невязки как единственного критерия оценки качества решения обратной задачи при практически полной автоматизации интерпретационного процесса. Однако этот подход требует сравнительно больших временных затрат на формирование множества Q_0 . Возникают сложности выполнения интерпретационных построений при совместном учете изменений удельных электрических сопротивлений и мощностей слоев, а также при визуализации пространств D^* в случае их частичного пересечения. По мнению авторов статьи, аддитивные технологии являются перспективным направлением в области количественной интерпретации данных ВЭЗ, т.к. направлены на снижение неоднозначности решения обратной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- Колесников В. П. Основы интерпретации электрических зондирований. М.: Научный мир, 2007. 248 с.
- Катаев В. Н., Щербаков С. В., Золотарев Д. Р., Дробинина Е. В. Оценка карстовой опасности в отложениях мела на примере территории п. Вышкова Брянской области // *Инженерная геология*. 2022. № 3 (27). С. 44–63. DOI: 10.25296/1993-5056-2022-17-3-44-63
- Жданов М. С. Геофизическая электромагнитная теория и методы. Под ред. Е. П. Велихова. М.: Научный мир, 2012. 680 с.
- Кауфман А. А., Андерсон Б. И. Принципы методов наземной и скважинной электроразведки. Тверь: Международная "АИС", 2013. 488 с.
- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 223 с.
- Backus G. E., Gilbert J. F. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problem // *Geophysical Journal*. 1967. Vol. 13. P. 247–276. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1967.tb02159.x
- Рокитянский И. И. Заметки о геоэлектрике // *Геофизический журнал*. 2012. № 4 (34). С. 235–244.
- Страхов В. Н. Разрушение господствующего стереотипа мышления-главная задача в развитии теории и практики интерпретации потенциальных полей (гравитационных и магнитных аномалий) в начале XXI века. М: ОИФЗ РАН, 2000. 44 с.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Обратные задачи гравиразведки как проблема принятия решения в условиях неопределенности и риска // *Физика Земли*. 2017. № 2. С. 45–61. DOI: 10.7868/S0002333717020016
- Хачатуров Р. В. Применение метода множества эквивалентности для решения задач многокритериальной оптимизации и обратных задач математической физики // *Проблемы информатики*. 2019. № 4 (45). С. 7–32. DOI: 10.24411/2073-0667-2019-00014
- Сивенкова А. П. Анализ эквивалентности трехмерных моделей при 3D-интерпретации данных аэроэлектроразведки // *Системы анализа и обработки данных*. 2024. № 2 (94). С. 69–84. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-2-69-84
- Колесников В. П. О повышении однозначности интерпретации электрических зондирований // *Вестник Пермского университета. Геология*. 2011. № 2. С. 45–51.
- Балк П. И., Долгаль А. С. Аддитивные методы решения обратных задач гравиразведки и магниторазведки. М.: Научный мир, 2020. 456 с.
- Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд. иностр. лит., 1963. 830 с.
- Долгаль А. С. Гравиметрия и магнитометрия: решение обратных задач. Монтажный метод и аддитивные технологии: учеб. пособие. Пермь: ПГНИУ, 2024. 120 с.
- Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982. 432 с.
- Felix-Antoine Fortin, Francois-Michel De Rainville, Marc-Andre Gardner et al. DEAP: Evolutionary Algorithms Made Easy // *GECCO '12: Proceedings of the 14th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation*. 2012. Vol. 12. P. 85–92. DOI: 10.1145/2330784.2330799
- Hunter J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment // *Computing in Science & Engineering*. 2007. Vol. 9. P. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55
- Петросян Р. Н., Рыжов Н. В. Генетический алгоритм решения обратной задачи электроразведки методом вертикального электрического зондирования // *Геофизика*. 2024. № 5. С. 48–54.
- Долгаль А.С., Петросян Р. Н., Рыжов Н. В. Оценка параметров источника гравитационной аномалии методом роя частиц // *Вестник Пермского университета. Геология*. 2024. № 1 (23). С. 85–92. DOI: 10.17072/psu.geol.23.1.85
- Тайницкий А. А. Решение обратной задачи ВЭЗ методом дифференциальной эволюции // *Горное эхо*. 2021. № 3. С. 55–59. DOI: <https://doi.org/10.7242/echo.2021.3.11>
- Jinlian Wang, Yongji Tan. 2-D MT Inversion Using Genetic Algorithm // *Journal of Physics. Conference Series*. 2005. Vol. 12. P. 165–170. DOI: 10.1088/1742-6596/12/1/016

Долгаль Александр Сергеевич, д. ф.-м. н., гл. н. с., Горный институт УрО РАН, Пермь, Российская Федерация; e-mail: asdolgal@inbox.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0099-3471>

Петросян Рубен Нверович, ассистент ПГНИУ, Пермь, Российская Федерация; e-mail: petrosyan@antikarst.ru; ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-7240-1878>

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Alexander S. Dolgal, Dr. habil. in Physics and Mathematics, Leading Researcher, Mining Institute Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation; e-mail: asdolgal@inbox.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0099-3471>

Ruben N. Petrosyan, Assistant of the PSU, Perm, Russian Federation; e-mail: petrosyan@antikarst.ru; ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-7240-1878>

All authors have read and approved the final manuscript.

Modeling of a geoelectric section based on a set of feasible solutions of the inverse problem of vertical electrical sounding

©2025 A. S. Dolgal^{1, 2}✉, R. N. Petrosyan^{2, 3}

¹*Mining institute Ural branch of the Russian Academy of Sciences,
78a Sibirskaya str, Perm, 614007, Russian Federation*

²*Perm State University, 15 Bukireva str, Perm, 614990, Russian Federation*

³*LLC «Antikarst and coastal protection», 4 Danshchina str, Perm,
614068, Russian Federation*

Abstract

Introduction: the article presents the theoretical foundations for constructing geoelectric models of subhorizontally layered media based on vertical electrical sounding (VES) data using serial solutions of the inverse problem. For this purpose, additive inversion technologies are used, based on the guaranteed approach of L.V. Kantorovich, which were previously proposed for solving inverse problems of gravity and magnetic exploration. Their distinctive feature is fundamentally new mathematical forms of presenting the results of quantitative interpretation in the form of a certain set of geologically meaningful invariants on a set of admissible solutions of the inverse problem.

Methodology: for a set of solutions of the inverse problem with a power of at least 100, the discrete values of a function dependent on spatial coordinates are calculated, characterizing the probability of belonging of individual fragments of the geological space to one of the studied geoelectric boundaries. An algorithm has been developed and implemented in the Python programming language, which sequentially performs the following operations: formation of a set of admissible solutions of the inverse VES problem using a genetic algorithm («DEAP» library); division of the geological space into a number of sub-regions consisting of elementary rectangular cells, with an assessment of the probability of intersection of each of them by the sought boundary of the layer with a given value of specific electrical resistance; construction of the most statistically reliable boundaries of the modeled geoelectric horizons; visualization of the obtained interpretation results (Matplotlib library). It has been established that smoothing of the assumed boundaries leads to improvement of interpretation constructions and can have a certain physical and geological justification.

Results and discussion: the algorithm capabilities were assessed using a synthetic example and practical materials on the VES profile located near the village of Oktyabrsky in the Perm region, which includes 28 sounding points with a power line AB spacing of up to 320 m. In general, the geoelectric boundaries obtained using the developed algorithm are consistent with the specified model and the inversion results with the ZOND program. However, the probabilistic representation of the location of the geoelectric boundaries allows for a comparative assessment of the resolution of the VES method vertically and laterally.

Conclusion: the presentation of the VES inversion results as a set of admissible solutions to the inverse problem and its spatial-statistical analysis and visualization of the results increases the reliability of the geological results of electrical exploration.

Keywords: electrical prospecting, vertical electrical sounding, geoelectric section, inverse problem, genetic algorithm, additive technologies.



The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

✉ Alexander S. Dolgal, e-mail: asdolgal@inbox.ru

Funding: the study was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Science Foundation within the framework of a state assignment (reg. number R&D: 124020500054-3)

For citation: Dolgal A. S., Petrosyan R. N. Modeling of a geoelectric section based on a set of feasible solutions of the inverse problem of vertical electrical sounding

// *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Geologiya – Proceedings of Voronezh State University. Series: Geology*, 2025, no. 3, pp. 31–40. DOI: <https://doi.org/10.17308/geology/1609-0691/2025/3/31-40>

Conflict of interest: The authors declare the absence of obvious and potential conflicts of interest related to the publication of this article.

REFERENCES

1. Kolesnikov V. P. *Osnovy interpretatsii elektricheskikh zondirovaniy* [Fundamentals of interpretation of electrical soundings]. Moscow, Nauchnyy mir publ., 2007, 248 p. (In Russ.)
2. Kataev V. N., Shcherbakov S. V., Zolotarev D. R., Drobina E. V. Otsenka karstovoy opasnosti v otlozheniyakh mela na primere territorii p. Vyshkova Bryanskoy oblasti [Karst hazard assessment in chalk deposits on the example of Vyshkov village, Bryansk Region]. *Engineering Geology World*, 2022, vol. 27, no. 3, pp. 44–63. DOI: 10.25296/1993-5056-2022-17-3-44-63 (In Russ.)
3. Zhdanov M. S. *Geofizicheskaya elektromagnitnaya teoriya i metody*. Ed. Ye. P. Velikhov [Geophysical electromagnetic theory and methods. Ed. E. P. Velikhov]. Moscow, Nauchnyy mir publ., 2012, 680 p. (In Russ.)
4. Kaufman A. A., Anderson B. I. *Printsipy metodov nazemnoy i skvazhinnoy elektrorazvedki*. Ed. D. A. Alekseyeva [Principles of electric methods in surface and borehole geophysics. Ed. D. A. Alekseev]. Tver, Mezhdunarodnaya "AIS" publ., 2013, 488 p. (In Russ.)
5. Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving incorrectly posed problems]. Moscow, Nauka publ., 1974, 223 p. (In Russ.)
6. Backus G. E., Gilbert J. F. Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problem. *Geophysical Journal*, 1967, vol. 13, pp. 247–276. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1967.tb02159.x
7. Rokityanskiy I. I. Zametki o geoelektrike [Notes on geoelectrics]. *Geofizicheskij zhurnal – Geophysical journal*, 2012, Vol. 34, no. 4, pp. 235–244 (In Russ.)
8. Strakhov V. N. *Razrusheniye gospodstvuyushchego stereotipa myshleniya-glavneyshaya zadacha v razvitiy teorii i praktiki interpretatsii potentsial'nykh poley (gravitatsionnykh i magnitnykh anomalii) v nachale XXI veka* [The destruction of the dominant stereotype of thinking is the most important task in the development of the theory and practice of interpreting potential fields (gravitational and magnetic anomalies) at the beginning of the 21st century]. Moscow, OIFZ RAN publ., 2000, 44 p. (In Russ.)
9. Balk P. I., Dolgal A. S. Obratnyye zadachi gravirazvedki kak problema prinyatiya resheniya v usloviyakh neopredelennosti i riska [Inverse problems of gravity prospecting as a decision-making problem under uncertainty and risk]. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2017, no. 2, pp. 45–61. DOI: 10.7868/S0002333717020016
10. Khachaturov R. V. Primeneniye metoda mnozhestva ekvivalentnosti dlya resheniya zadach mnogokriterial'noy optimizatsii i obratnykh zadach matematicheskoy fiziki [Application of the equivalence set method for solving problems of multicriterial optimization and inverse problems of mathematical physics]. *Problemy informatiki*, 2019, vol. 45, no. 4, pp. 7–32. DOI: 10.24411/2073-0667-2019-00014
11. Sivenkova A. P. Analiz ekvivalentnosti trekhmernykh modeley pri 3D-interpretatsii dannykh aereoelktorazvedki [Analysis of the equivalence of three-dimensional models in 3D-interpretation of aerial electrical survey data]. *Analysis and data processing systems*, 2024, vol. 94, no. 2, pp. 69–84. DOI: 10.17212/2782-2001-2024-2-69-84 (In Russ.)
12. Kolesnikov V. P. O povyshenii odnoznachnosti interpretatsii elektricheskikh zondirovaniy [About increase of unambiguity of electric sounding interpretation]. *Vestnik Permskogo universiteta. Geologiya – Proceedings of Perm University. Geology*, 2011, no. 2, pp. 45–51. (In Russ.)
13. Balk P. I., Dolgal A. S. *Additivnyye metody resheniya obratnykh zadach gravirazvedki i magnitorazvedki* [Additive methods for solving inverse problems of gravity and magnetic prospecting]. Moscow, Nauchnyy mir publ., 2020, 456 p. (In Russ.)
14. Shannon C. *Raboty po teorii informatsii i kibernetike* [Works on information and cybernetics]. Moscow, Izd. inostr. lit. publ., 1963, 830 p. (In Russ.)
15. Dolgal A. S. *Gravimetriya i magnetometriya: resheniye obratnykh zadach. Montazhnyy metod i additivnyye tekhnologii: uchebnoye posobiye* [Gravimetry and magnetometry: solving inverse problems. Assembly method and additive technologies: a tutorial]. Perm, PSNRU publ., 2024, 120 p. (In Russ.)
16. Kaufmann A. *Vvedeniye v teoriyu nechetkikh mnozhestv: Per. s frants.* [Introduction to the theory of fuzzy subsets: Translated from French]. Moscow, Radio i svyaz' publ., 1982, 432 p. (In Russ.)
17. Felix-Antoine Fortin, Francois-Michel De Rainville, Marc-Andre Gardner et al. DEAP: Evolutionary Algorithms Made Easy. *GECCO '12: Proceedings of the 14th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation*, 2012, vol. 12, pp. 85–92. DOI: 10.1145/2330784.2330799
18. Hunter J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 2007, vol. 9, pp. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55
19. Petrosyan R. N., Ryzhov N. V. Geneticheskii algoritm resheniya obratnoy zadachi elektrorazvedki metodom vertikal'nogo elektricheskogo zondirovaniya [Possibilities of a genetic algorithm in solving inverse problems of electrical prospecting by vertical electrical sounding method]. *Geofizika – Journal of geophysics*, 2024, no. 5, pp. 48–54 (In Russ.)
20. Dolgal A. S., Petrosyan R. N., Ryzhov N. V. Otsenka parametrov istochnika gravitatsionnoy anomalii metodom roya chashtits [Estimation of source parameters of gravitational anomaly by particle swarm optimization]. *Vestnik Permskogo universiteta. Geologiya – Proceedings of Perm University. Geology*, 2024, vol. 23, no. 1, pp. 85–92. DOI: 10.17072/psu.geol.23.1.85 (In Russ.)
21. Tainitsky A. A. Resheniye obratnoy zadachi VEZ metodom differentsial'noy evolyutsii [Solution of the inverse problem of VES by the method of differential evolution]. *Gornoye ekho*, 2021, no. 3, pp. 55–59. DOI: 10.7242/echo.2021.3.11
22. Jinlian Wang, Yongji Tan. 2-D MT Inversion Using Genetic Algorithm. *Journal of Physics. Conference Series*, 2005, vol. 12, pp. 165–170. DOI: 10.1088/1742-6596/12/1/016