УДК 537.6

ОПИСАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ И СЕГНЕТОМАГНЕТИКАХ НА ОСНОВЕ МАКРОСКОПИЧЕСКОГО ПОДХОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ВЫБРОСОВ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

© 2011 А. А. Родионов, Н. Б. Федорова, Д. С. Некрасов

Юго-Западный государственный университет, ул. 50 лет Октября 94, 305040 Курск, Россия

Поступила в редакцию 18.02.2011 г.

Аннотация. Показаны возможности макроскопического подхода с использованием стохастической теории выбросов случайных процессов для изучения гистерезисных явлений в сегнетоэлектриках и сегнетомагнетиках. Установлены границы применимости данного подхода и намечены возможные направления дальнейших исследований в данной области.

Ключевые слова: сегнетоэлектрики, сегнетомагнетики, титанат бария, сегнетова соль, доменные границы, внутреннее трение, макроскопический подход, теория выбросов случайных процессов.

ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению сегнетоэлектриков в настоящее время значительно возрос в связи с быстрорастущим практическим использованием этих веществ в различных областях техники: радио-, опто- и акустоэлектронике, нелинейной оптике, квантовой электронике, в системах обработки и хранения информации и т. д. В сегнетоэлектриках, также как и в ферромагнетиках, существуют доменные границы (ДГ). В поле внешних воздействий (упругие — механические, магнитные, электрические, или их суперпозиция) во всех этих магнитоэлектроупорядоченных системах (МЭУС) происходят смещения ДГ. Условно их можно назвать одни — обратимыми (линейный отклик), другие — необратимыми, или гистерезисными. Одним из эффективных методов изучения релаксационных процессов, связанных с магнитоупругими явлениями в (МЭУС), оказался макроскопический подход, который впервые был предложен А. А. Родионовым для магнетиков, а в дальнейшем распространен им и сотрудниками на широкий класс (МЭУС), в том числе и на сегнетоэлектрики. Основная идея этого подхода заключается в том, что процессы, развивающиеся в магнитоэлектроупорядоченных системах, идут в направлении убыли термодинамического потенциала. Термодинамический потенциал сегнетоэлектрика содержит большое число слагаемых, каждое из которых отвечает за изменение симметрийных свойств кристалла при различных способах физического воздействия на него. Например, для $BaTiO_3$ электрическая энергия анизотропии имеет вид:

$$\begin{gathered}\Phi_A = \Phi_0 + \alpha\sum_1^3\left(P_{S_i}+p_i\right)^2 + \frac{\beta_1}{2}\sum_1^3\left(P_{S_i}+p_i\right)^2 + \\ +\beta_2\Big[\left(P_{S_1}+p_1\right)^2\left(P_{S_2}+p_2\right)^2+\left(P_{S_2}+p_2\right)^2\times \\ \times\left(P_{s_3}+p_3\right)^2+\left(P_{s_3}+p_3\right)^2\left(P_{s_1}+p_1\right)^2\Big]+ \\ +\frac{\gamma_1}{3}\sum_1^3\left(P_{S_i}+p_i\right)^6+\gamma_2\Big[\left(P_{S_1}+p_1\right)^4\left(P_{S_2}+p_2\right)^2+ \\ +\left(P_{S_2}+p_2\right)^4\left(P_{S_3}+p_1\right)^2+\left(P_{S_3}+p_1\right)^4\left(P_{S_1}+p_1\right)^2\Big]+ \\ +\gamma_3\prod_1^3\left(P_{S_i}+p_i\right)^6\end{gathered},$$

где p_i — наведенная полем поляризация, $\vec{P}_{s_i} = P_s\cos\alpha_i$ — спонтанная поляризация, α, β_1, β_2, γ_1, γ_2, γ_3 — константы в разложении Φ_A. Упругоэлектрическая энергия:

$$\begin{gathered}\Phi_\sigma = -\left(P_{S_1}+p_1\right)^2\left[\chi_1\sigma_{11}+\chi_2\left(\sigma_{22}+\sigma_{33}\right)\right]- \\ -\left(P_{S_2}+p_2\right)^2\left[\chi_1\sigma_{22}+\chi_2\left(\sigma_{33}+\sigma_{11}\right)\right]-\left(P_{S_3}+p_3\right)^2\times \\ \times\left[\chi_1\sigma_{33}+\chi_2\left(\sigma_{11}+\sigma_{22}\right)\right]-2\chi_3\big[\sigma_{12}\left(P_{S_1}+p_1\right)\left(P_{S_2}+p_2\right)+ \\ +\sigma_{23}\left(P_{S_2}+p_2\right)\left(P_{S_3}+p_3\right)+\sigma_{31}\left(P_{S_3}+p_3\right)\left(P_{S_1}+p_1\right)\big]\end{gathered}.$$

Здесь χ_1, χ_2, χ_3 — упругоэлектрические постоянные. Наведенная электрическая энергия $\Phi_{\text{нав}} = a_o + a_1 P_s^2 + a_2 P_s^2 + \dots$. Энергия поверхностной анизотропии сегнетоэлектрика $\Phi_{\text{пов}} = a_{\text{пов}} \cos^2\theta$. Энергия деполяризующего поля $\Phi_{\text{деполяр}} = 4\pi N_{\text{эл}} P^2/2$.

Смещения ДГ в случае линейного отклика, сопровождающиеся потерями энергии, в различных МЭУС, в одних в большей, в других в меньшей степени, с позиций макроскопического подхода рассматривались в теоретическом аспекте в [1—7]. Гистерезисному внутреннему трению в сегнетоэлектриках посвящены экспериментальные исследования Гриднева С. А. с сотрудниками и несколько теоретических работ Даринского Б. М., Сидоркина А. С., в первую очередь касающихся взаимодействия ДГ с дефектами в сегнетокристаллах. В ферромагнетиках достаточно последовательным является стохастический подход [8—10], базирующийся на использовании теории выбросов случайных процессов.

ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ ТИПА СМЕЩЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ТИТАНАТА БАРИЯ

В монокристаллическом титанате бария в тетрагональной фазе возможно существование двух типов 90° ДГ, у которых отсутствуют и свободный и связанный заряды. Тогда реализуются доменные стенки с нормалями $\vec{n}$, для которых $\vec{n}$ и векторы спонтанной поляризации $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ для этих сегнетофаз компланарны [11]. Встречаются полидоменные монокристаллы $BaTiO_3$, которые содержат только 90° ДГ. Смещение $ДГ_{12}$ под воздействием постоянного электрического поля $\vec{e}_z$, как показано в [2, 12],

$$q_{12} = \frac{D_{12}}{c_{12}}\left(1 - \frac{e^{T} + e^{-T}}{e^{T(\ell_z/2)} + e^{-T(\ell_z/2)}}\right),$$

где $T(z) = \sqrt{\frac{c_{12}}{\gamma_3}} \cdot z$, а среднее по z значение

$$< q_{12} >= \frac{D_{12}}{c_{12}}\left(1 - \frac{2}{\ell_z} \cdot \sqrt{\frac{\gamma_3}{c_{12}}} \cdot th\left[\frac{\ell_z}{2} \cdot \sqrt{\frac{c_{12}}{\gamma_3}}\right]\right).$$

Здесь $k + N_e P_0^2/q_{012} = c_{12}$, $P_0 e_c(\cos\gamma_2 - \cos\gamma_1) = -D_{12}$, $T(z) = \sqrt{(c_{12}/\gamma_3)} \cdot z$, q_{012} — первоначальный (при $e_c = 0$) размер доменов вдоль q_{12}, k — жесткость ДГ, которая равна второй производной от плотности энергии $\gamma_г$ для доменной границы по ее смещению. Считаем при этом, что $ДГ_{12}$ вдоль оси z закреплена по линии $z = \pm \ell_z/2$. Наложение малых знакопеременных напряжений вдоль направления $\vec{r}(\beta_i)$ приводит к смещению $ДГ_{12}$ относительно $<q_{12}>$ на расстояние x_{12}. Вводя эффективную массу ДГ, приходящуюся на единицу ее площади и, соответственно, диссипативный коэффициент β_c, получим уравнение движения этой ДГ:

$$m\ddot{x}_{12} + \beta_c \dot{x}_{12} + c_{12} x_{12} - \gamma_3 \frac{\partial^2 x_{12}}{\partial z^2} = -\frac{\partial \Phi_{\sigma_{12}}}{\partial x_{12}}. \quad (1)$$

Здесь электроупругая энергия по [11] для нашего случая 1 и 2 сегнетофаз равна:

$$\Phi_{\sigma_{12}} = -\left[\chi_1\sigma_{11} + \chi_2(\sigma_{22} + \sigma_{33})\right]\left(P_0^2 + 2P_0 p\right) \times \\ \times (q_{012} + q_{12} + x_{12}) - \left[\chi_1\sigma_{22} + \chi_2(\sigma_{11} + \sigma_{33})\right] \times \\ \times \left(P_0^2 + 2P_0 p\right)(q_{012} - q_{12} - x_{12}).$$

Из уравнения (1)

$$x_{12} = \frac{2}{\pi m} E_{12}\sigma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \times \\ \times \sin\left[(2n+1)\pi\left(z + \frac{\ell_z}{2}\right)\Big/\ell_{z12}\right] \times, \\ \times e^{-i\sigma_n}\left[\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + (\omega\beta c/m)^2\right]^{-0.5}$$

где $E_{12} = P_0^2(\chi_1 - \chi_2)\left(\cos^2\beta_1 - \cos^2\beta_2\right)$,

$\omega_n^2 = (2n+1)^2 \cdot \frac{\pi^2\gamma_3}{m\ell_{z12}^2} + \frac{c_{12}}{m}$, $tg\sigma_n = \frac{\omega\beta_c}{\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)}$,

$\chi_1 = v_{11}$, $\chi_2 = v_{12}$ — компоненты в обозначениях Фогта [13] тензора электрострикции; m — эффективная масса ДГ, приходящаяся на единицу ее площади, β_c — диссипативный коэффициент. Отсюда среднее значение:

$$< x_{12} >= \frac{4}{\pi^2 m} E_{12}\sigma \sum \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{[\left(\omega_n^2 - \omega^2\right) - i(\omega\beta_c/m)]}{\left[\left(\omega_n^2 - \omega^2\right)^2 + (\omega\beta_c/m)^2\right]}.$$

С учетом же дефектов, распределенных случайным образом по ансамблю доменов, на $ДГ_{12}$ действует случайная сила $K_{12}(q)$ со стороны дефектов. При достаточно большой их плотности, что практически всегда имеет место, когда длина волны $<\lambda(q)>$ случайного процесса, определяющаяся через нее, достаточно мала, этот случайный процесс, которым аппроксимируется $K(q)$, как показано в [14, 15], стационарен, имеет нормальное распределение ординат и производных, а также нулевое среднее. В этом случае $ДГ_{12}$ останавливается, когда $X_{12}(q) = K_{12}(q)$. Это равенство выполняется на интервале $(-q_{012};q_{012})$ в большом числе точек q_{12i}.

Однако, если известно начальное положение ДГ$_{12}$, то это вырождение снимается. Если начальное положение ДГ$_{12}$ в поле σ_0 будет q_1 (без индексов 12), а в поле σ — q_2, то, как и в [8], q_2 — координата первого после начального пересечения детерминированной прямой $X(q) = K(q)$.

Смещение ДГ$_{12}$ при этом $\ell = q_2 - q_1$, а математическое ожидание этой величины даст среднее по ансамблю смещение ДГ. Его поиск сводится к нахождению величины q_2 на основе приближенного решения подобной задачи в теории случайных процессов [16]. При этом состояниям устойчивого положения ДГ отвечают точки q_i, где $\frac{\partial K}{\partial q} > 0$, в которых имеют место положительные выбросы $K(q)$ за $X(q)$. Идея теории выбросов случайных процессов для описания смещения 180° ДГ в магнетиках впервые изложена в [17]. В результате вычислений [18] нами были получены соотношения для смещения доменной границы, механострикции, внутреннего трения, дифференциального ΔE — эффекта. Теоретические кривые, построенные по полученным результатам, коррелируют с экспериментальными данными [19].

Как оказалось, для конкретных расчетов упругоэлектрической составляющей гистерезисного внутреннего трения, необходимо знать два параметра случайного процесса: дисперсию силы взаимодействия ДГ с дефектами кристалла $\alpha_{кв}$ и параметр γ, определяющий число положительных выбросов случайного процесса за детерминированную прямую.

Для конкретного сегнетокристалла $BaTiO_3$ их можно найти из опыта, зная, например, зависимость от внешнего поля его электрической поляризации. Для ферромагнетиков такие оценочные соотношения для $\alpha_{кв}$ и γ получены в [8], где, однако, пренебрегалось вкладом процессов вращений в магнитную восприимчивость. Поскольку в сегнетоэлектриках в слабых электрических полях диэлектрическая восприимчивость также контролируется в основном процессами смещения ДГ, то этим тоже можно воспользоваться для установления связи величин $\alpha_{кв}$ и γ с параметрами зависимости вектора поляризации от электрического поля e.

Связь этих двух параметров теории случайных процессов с величинами, которые можно непосредственно измерять, установлена нами в [20].

Кроме того, стохастический подход, распространенный на сегнетоэлектрики, позволяет на основе, полученной из опыта, например, амплитудной и полевой зависимости Q^{-1} оценивать важные параметры системы, либо решать обратные задачи. Полученные в [21], эти амплитудная и полевая зависимости дают при сопоставлении их с соответствующими экспериментальными кривыми дополнительную информацию о некоторых величинах исследуемой системы, среди которых есть структурно-чувствительные, такие как $\alpha_{кв}$ и γ, и сравнительно мало-чувствительные, например, модуль Юнга, ν_{11}, ν_{12}, P_s, зависящие практически от состава материала и температуры системы.

ГИСТЕРЕЗИСНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ТРЕНИЕ В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ ТИПА ПОРЯДОК-БЕСПОРЯДОК НА ПРИМЕРЕ СЕГНЕТОВОЙ СОЛИ

Свойства сегнетоэлектриков типа порядок-беспорядок на примере сегнетовой соли, содержащей 180° доменные границы (ДГ) с вектором спонтанной поляризации $\vec{P}_s$, изначально ориентированным вдоль направления $[100] \parallel \vec{a}$ и $[\bar{1}00]$ описаны нами в [22—24]. Параметры ее элементарной ячейки: $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, угол между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ близок к 90°, отличаясь от него на величину $\approx 0.75°$, что соответствует (квази) моноклинной симметрии кристалла. В ней в сегнетофазе, существующей в интервале от –15° до 22,5 °С, существуют b-домены с плоскостями ДГ (001) и c-домены с плоскостями $(010) \parallel \vec{c}$. Специфика симметрии таких сегнетокристаллов такова, что 180° ДГ могут смещаться под действием внешних механических напряжений σ, но лишь при структуре термодинамического потенциала, удовлетворяющей некоторым условиям. Факт их влияния на процессы поляризации сегнетовой соли, сопровождающейся смещениями доменных границ, описан И.С. Желудевым, где экспериментально установлено, что при малых напряжениях до $5{\times}10^5$ дин/см^2 поляризация стабилизируется за 4—5 минут, а при бóльших давлениях ее запаздывание не наблюдается при $+8$ °С. На основе оптических наблюдений за эволюцией движения ДГ было показано, что начиная с некоторых «срывных» напряжений σ_{yz} доменная структура кристалла сегнетовой соли изменяется, медленно, но существенно. При этом можно было монодоменизировать образец. Затем эта нагрузка снималась, и образец сжимался уже в перпендикулярном к прежнему напряжению направлении, а через равные промежутки времени фотографировалась доменная структура. Было установлено, что логарифмический прирост площади растущей сегнетофазы двойника-кристалла линейно нарастает во времени. Аналогичные эффекты переполяризации двойника-кристалла сегнетовой соли наблюдаются в постоянных электрических полях $\vec{e}$. При значениях σ_{yz} и $\vec{e}$ меньших «срывных», то есть ~ 2 Н/см^2, доменная структура за время 2—5 часов не изменяется, и очень слабо этот процесс идет при больших σ_{yz}, близких к «срывным». Нами проведены расчеты, результаты которых согласуются с результатами эксперимента. Используя термодинамический потенциал, при отсутствии смещающих полей, получено уравнение движения ДГ для c-доменов:

$$m\ddot{u}+\beta_c\dot{u}+Cu-\gamma\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=2g_{14}P_s\sigma_{23},$$

где u — смещение ДГ, закрепленной линейными дефектами вдоль X в плоскости ДГ с периодичностью ℓ_z, m — масса ДГ, $\beta_A = LP_s^2/r_c$ — диссипативный коэффициент, где L — кинетический коэффициент, $r_c=\sqrt{-\delta'/2(A-\frac{r}{2}\sigma_{ii})}=\frac{\delta}{4}$, где δ — толщина ДГ, δ' — коэффициент в разложении термодинамического потенциала по степеням P_s при $(\nabla P_s)^2/2$, r — коэффициент при $\sigma_{ii}P_s^2/2$, а А — при $P_s^2/2$, $\sigma_{ii}=\sum_1^3\sigma_{ii}$. Его решение записывается в виде:

$$u=\frac{2}{\pi m}D\sigma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\sin\left[\frac{(2n+1)\pi\left(z+\ell_z/2\right)}{\ell_z}\right]\times$$
$$\times e^{-i\delta_n}\left[\left(\omega_n^2-\omega^2\right)^2+\left(\omega\beta_c/m\right)^2\right]^{-0.5},$$

где v — скорость волны напряжений σ_{23}, $D = 2g_{14}P_s\cos\beta_2\cos\beta_3$, $\sigma=\sigma_0 e^{i(\omega t-\omega r/v)}$, $\omega_n^2=(2n+1)^2\times\times\left(\pi^2\gamma/m\ell_z^2\right)+C/m$, $tg\delta_n=\omega\beta_c/\left(\omega_n^2-\omega^2\right)$. Среднее вдоль оси z смещение ДГ:

$$\langle u\rangle=\frac{4}{\pi^2 m}D\sigma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}\frac{\left[\left(\omega_n^2-\omega^2\right)-i\left(\omega\beta_c/m\right)\right]}{\left[\left(\omega_n^2-\omega^2\right)^2+\left(\omega\beta_c/m\right)^2\right]}.$$

Тогда механострикция, наведенная c-доменами $\varepsilon_{\text{мех}A}=2q_{14}P_s\left(\langle u\rangle/q_o\right)c_c$, а с учетом b-доменов $\varepsilon_{\text{мех}}=\left(2q_{14}P_s/q_o\right)\left(\langle u\rangle_c c_c+\langle u\rangle_b c_b\right)$, где c_c и c_b — концентрации ДГ, образованных c и b доменами. Подставляя $\varepsilon_{\text{мех}}$ в волновое уравнение, в правую часть которого входит вторая производная по времени от $\varepsilon_{\text{мех}}$(t), умноженная на плотность сегнетокристалла, и, предполагая, что упругая волна в нем поглощается по экспоненциальному закону с коэффициентом α, находим из него α, скорость упругой волны v и внутреннее трение: $Q^{-1}=2\alpha v/\omega$. Составляющая ΔG-эффекта, связанного со смещением ДГ: $\Delta\left(\frac{1}{G_{23}}\right)=f(\omega)=\frac{\varepsilon_{<5E}}{\sigma}=\frac{1}{\rho}\left(\frac{1}{v^2}-\frac{1}{v_0^2}\right)$. Зависимость $Q^{-1}(\omega)$ резонансного типа, как и для дисперсии ΔG-эффекта.

Для описания гистерезисной составляющей диссипации упругих волн в сегнетовой соли решено уравнение движения для 180° ДГ, разделяющей c-домены, для которых ДГ || (001), а граница смещается под действием сдвиговой компоненты тензора напряжений σ_{yz}, которая остается по величине меньше ее «срывного» значения, когда дислокации с линиями вдоль [100], закрепляющие эту ДГ, остаются неподвижными, и когда σ_{yz} лишь вызывает прогиб ДГ. При этом с ростом $\sigma_{yz}(t)=\sigma_o\cos(\omega t-ky)e^{-\alpha y}$ прогибающиеся сегменты ДГ наталкиваются на точечные дефекты, а при бóльших σ_{yz} отрываются от них, приводя к увеличению длины закрепленного сегмента ДГ и к скачкообразной убыли ее жесткости. Внутреннее трение, связанное с необратимыми смещениями 180° ДГ, определяется соотношением:

$$Q^{-1}=\Delta W/2\pi W=\left(4DG_{yz}/\pi\sigma_m\right)\ell_m\left(\sigma_m\right), \qquad (2)$$

где G_{yz} — модуль сдвига, а величина:

$$\ell_m=\frac{2q_o g_{14}P_s\sigma_m}{NP_s^2}-\frac{q_o\alpha_{\text{кв}}}{NP_s^2 S}\times$$
$$\times\left\{\arg\left[(1-\gamma)\Phi\left(\frac{2g_{14}P_s S\sigma_m}{\alpha_{\text{кв}}}\right)\right]-\arg\left[\frac{1-\gamma}{2}\right]\right\}.$$

Для нахождения гистерезисной составляющей внутреннего трения необходимо просуммировать по всем типам 180° ДГ соотношения (2) с учетом возможных изменений рассматриваемых здесь нами параметров стохастического подхода к описанию Q^{-1}, через которые определяются его гистерезисные составляющие: ℓ_m, $\ell_\uparrow$, $\ell_\downarrow$, $\alpha_{\text{кв}}$ и пр. величины, а $\alpha_{\text{кв}}$ и γ можно найти через χ_o и константу Релея R.

При наложении на образец внешнего напряжения (упругого или электрического) возможны два случая: 1) если внешнее напряжение меньше «срывного», то ДГ остаются закрепленными дефектами кристалла и прогибаются под действием этих сил; 2) если внешнее напряжение превышает «срывное», то происходит отрыв ДГ от дефектов и ДГ вместе с закрепленной на ней дислокацией движется как целое, оставаясь при этом линейной. Уравнения движения ДГ в этих случаях различны. При σ_{yz} больше «срывного» уравнение движения ДГ с дислокацией имеет вид:

$$\left(m+m_D\Lambda\right)\ddot{y}+\left(\beta_c+B\Lambda\right)\dot{y}+\left(NP_s^2/q_0\right)y=$$
$$=2g_{14}P_s\sigma_{yz}+b\sigma_{yz}\Lambda-F_{\text{тр}},$$

где m — масса единицы площади ДГ, m_D — масса единицы длины линии дислокации, по А. Гранато $m_D=\pi\rho b^2$, ρ — плотность материала, $1/\Lambda$ — расстояние между соседними на ДГ линиями дислокации, g_{14} — компонента тензора пьезомодуля в термодинамическом потенциале, $F_{\text{тр}}$ — сила «сухого» трения, не зависящая от скорости, но всегда противоположная ей по знаку (В. Н. Нестеров): $F_{\text{тр}} = F_{\text{т}}\,\mathrm{sgn}(\dot{y})$, где $F_{\text{т}}$ — коэффициент трения. Решение этого уравнения с учетом экспериментальных данных:

$$y(t) = \frac{2F}{M\lambda'\left[\left(a'/2\right)^2 + \left(\lambda'/2\right)^2\right]} \times$$
$$\times\left\{\frac{\lambda'}{2} - e^{-a't}\sqrt{\left(a'\right)^2 + \left(\lambda'\right)^2}\cos\left(\frac{\lambda' t}{2} - \gamma'\right)\right\},$$

где $(\lambda')^2 = 4b' - (a')^2$, $b' = k'/M$, $a' = \beta_c'/M$,
$\gamma' = \arccos\lambda'\Big/\sqrt{\left(a'\right)^2 + \left(\lambda'\right)^2}$ при $(\lambda')^2 > 0$.

На основании этого решения произведена оценка эффективного времени релаксации: $\tau \approx 10^4$ сек, что соответствует экспериментальному значению.

ПЕРОВСКИТОВЫЕ СЕГНЕТОМАГНЕТИКИ

Рассмотрены также перовскитовые сегнетомагнетики [25], для которых характерно то, что их упругая, магнитоупругая и упругоэлектрическая подсистемы весьма интенсивно взаимодействуют между собой, а симметрии электрической и магнитной подсистем эквивалентны. Для них произведен расчет внутреннего трения в области необратимых смещений доменных границ: его амплитудной и полевой зависимостей. Здесь под случайной силой $K_c(x)$, действующей со стороны дефектов, нужно понимать суммарную случайную силу $K_c(x)+K_c'(x)$, как наложение двух случайных процессов, упругоэлектрической и, соответственно, магнитоупругой подсистем сегнетомагнетика. Поскольку силы «электрическая» и «магнитная» прикладываются к ДГ от одних и тех же центров (если это точечные дефекты), то два этих процесса сводятся к одному с силой $K_c(x)$, хотя толщины «электрических» и «магнитных» ДГ могут заметно различаться. В соотношениях для амплитудного смещения ДГ$_{12}$ появляются компоненты, характеризующие действие $K_c(x)$ и $K_c'(x)$; при получении этих соотношений число положительных выбросов процесса $K_c(x)$ ($K_c'(x) > 0$), за детерминированную кривую $X(k)$ для стационарного случайного процесса определялось по В.И. Тихонову. Однако далее при малом наклоне детерминированной кривой $X'(x)$ это число из общего соотношения заменялось величиной $\Phi\left(X\left(\bar{x}\right)\big/\alpha_{\text{кв}}\right)$, где $\bar{x}$ — начальное положение.

Полевая зависимость внутреннего трения $Q^{-1}(e)$ определяется тем, что здесь происходят кардинальные изменения самой доменной структуры. Однако, поскольку, как правило, спонтанная поляризация P_s по крайней мере, обычно на два порядка больше I_s (в гауссовой системе), как и вращательная жесткость («константы анизотропии»), а перестройка «магнитной» и «электрической» подсистем сегнетомагнетика взаимосвязаны, и если ДГ для P_s и I_s совмещенные, то «электрическая» подсистема будет сдерживать перестройку доменной структуры сегнетокристалла. Считая, что время изменения ее намного меньше времени медленной релаксации сегнетомагнетика, получаем внутреннее трение $Q_{12}^{-1}\left(e_i\right) = 4T_{12}\ell_{m_i}\left(\sigma_m, \bar{x}_i\right)E\left(\beta_i\right)\big/\pi\sigma_m$. Смещение ДГ насыщается в поле e_s, так как для него $\ell\left(e_s\right) = q_{012}$, а $\ell_{m_i}\left(\sigma_m, \bar{x}_i = q_{012}\right) = 0$. Для нахождения измеряемого внутреннего трения необходимо просуммировать $Q_{ij}^{-1}\left(e_k\right)$ по всем типам ДГ сегнетомагнетика. Аналогично можно проводить расчеты полевой зависимости $Q^{-1}(H)$.

НЕДОСТАТКИ МОДЕЛЬНОГО ОПИСАНИЯ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ЯВЛЕНИЙ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ПУТИ ИХ УСТРАНЕНИЯ

Однако модельное описание петель гистерезиса и модуля Юнга на основе стохастической теории [21] неточно передает форму петли. Вероятно, это связано с тем, что эксперимент дает для всех рассматривавшихся здесь величин усредненные значения по всем доменным границам. При этом в теоретических расчетах нужно было бы учесть фактически имеющуюся дисперсию 90° ДГ по размерам. В этом случае при одном и том же приложенном значении внешнего напряжения для одних (меньших по размеру) доменных границ петли гистерезиса являются уже предельными, а для других они еще далеки по форме от таковых. Вторая причина того, что в крайних точках эти предельные значения для нисходящей ветви и восходящей различаются, заключается в том, что использовавшееся приближенное соотношение для нахождения среднего числа выбросов случайного процесса за детерминированную прямую будет тем точнее, чем меньшим является наклон этой детерминированной прямой и чем меньшее при этом приложено напряжение σ'. Именно поэтому в крайних точках

$\pm\sigma'_m$ всех петель несовпадение производных $\dfrac{d\varepsilon}{d\sigma}$ получается наибольшим. Кроме этого, все расчеты петель УЭГ проводились в статическом, а не динамическом режиме. Поэтому, особенно при больших частотах, на форму этих петель будет также влиять инерционность ДГ, позволяющая им отрываться от дефектов при чуть меньших значениях σ', чем это получается в статическом режиме. Определенный вклад в искажение формы петли вносит еще и то, что при расчетах в [21] ДГ предполагались плоскими, но тогда при опять-таки бóльших значениях σ' это приближение становится в большей мере неадекватно опытному факту: в этом случае необходимо считать ДГ изгибающейся, что несколько уточняет модель, а значит и результаты расчетов, основанные на ней.

В случаях, когда доменная структура сквозная и содержит только 90° ДГ для монокристаллического $BaTiO_3$ величина амплитудной зависимости Q^{-1} получается на 2÷3 порядка больше единицы. Однако реально такая доменная структура встречается в ферромагнетиках, где в этом случае доля перемагничиваемого объема приближается к единице, а $S_{\text{об}ij}$, если и зависит от напряжений σ_m, то гораздо слабее, чем в сегнетоэлектриках. Так, по [11, 26] в последних, в пластинчатых, например, кристаллах энергетически выгодна доменная структура вблизи их поверхности с доменами в форме треугольных призм, разделенными 180° ДГ. Под влиянием напряжений σ как правило, доменная структура меняется. При этом 180° ДГ превращается в 90° за счет частичного дробления доменов с уменьшением упругой энергии, но общая площадь ДГ при этом может заметно возрасти, да и то вблизи поверхности кристалла. В них, по-видимому, при приближении σ_m к предельному ее значению величина общей площади ДГ лишь в идеале может достигнуть своего предельного значения $\dfrac{1}{q_{012}}$.

Таким образом, расчет амплитудной зависимости внутреннего трения в сегнетоэлектриках на основе предложенного метода возможен, если известна зависимость $S_{\text{об}12}(\sigma_m)$. То есть в них реально $\dfrac{S_{>l12}}{\ell_0^3} << q_{012}^{-1}$ при малых σ_m.

Таким образом, для устранения недостатков теоретического подхода, основанного на теории выбросов случайных процессов, необходимо, кроме уточнения самой теории и модели, на основе которой описывается движение ДГ, использовать, по-видимому, более общие методы описания стохастических процессов, основанные на нахождении решений стохастических дифференциальных уравнений для заданного случайного поля взаимодействия ДГ с дефектами кристалла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Родионов А. А.* Магнитные свойства вещества. Ч. 3. Кн. 2. 2001. Курск, 222 с.

2. *Родионов, А. А., Игнатенко Н. М.* Упругие и неупругие явления в сегнетоэлектриках в области линейного отклика // 2006. Курск, 172 с.

3. *Родионов, А. А., Игнатенко Н. М.* Упругие и неупругие явления в магнетиках в области линейного отклика. 2006. Курск, 154 с.

4. *Игнатенко, Н. М. Родионова, А. А., Родионов, А.* А. // Известия РАН. Сер. физ. 2007. Т. 71. № 11. С. 1567—1569.

5. *Родионова А. А., Петрова Л. П., Родионов, А. А.* // Изв. Вузов. Физика. 2007. № 6. С. 88—92.

6. *Родионов А. А., Игнатенко Н. М.* Генерация акустических волн и аномалии упругих модулей в сегнетоэлектриках и сегнетомагнетиках. 2006. Курск, 153 с.

7. *Родионов А. А. Игнатенко Н. М., Шпилева А. В.* // Изв. РАН. Сер. Физ. 2006. Т. 70. № 8. С. 1105—1108.

8. *Сидоров М. Н. Родионов А.А, Черкашин В. С.* // ФММ. 1981. Т. 52. В. 5. С. 951—959.

9. *Родионов А. А., Сидоров М. Н., Родионова Т. Г.* // ФММ. 1982. Т. 54. В.5. С. 837—846.

10. *Родионов А. А.* Принципы теории магнито- и электроупругого затухания // 1985. Политех. Ин-т. Курск, 10 с. Деп. в ВИНИТИ 05.07.85. № 5226—85.

11. *Холоденко Л. П.* Термодинамическая теория сегнетоэлектриков. Рига. «Зинатне», 1971. 228 с.

12. *Родионов А. А., Желанов А. Л.* // Известия КурскГТУ. 2004. № 1 (12). С. 66—69.

13. *Плавский В. В.* Численный расчет доменных границ в реальных кристаллах. 1999. Уфимский научный центр РАН. Уфа, Деп. в ВИНИТИ. 2001 — 01 F/16.

14. *Тройбле Г., Зегер А.* Влияние дефектов кристаллической решетки на процессы намагничивания в ферромагнитных монокристаллах // В кн. Р. Бернер, Г. Кронмюллер. «Пластическая деформация монокристаллов» М.: Мир, 1969. 272 с.

15. *Иванов А. А., Дьячук П. П.* Статистическая теория смещения доменных границ // Физика магнитных пленок. Красноярск. КПИ. 1975. С. 128—139.

16. *Тихонов В. И.* Выбросы случайных процессов. 1970. М.: Наука, 392 с.

17. *Иванов А. А., Черкашин В. С.* // Физика магнитных пленок. 1972. Вып. 5. Чита. С. 111.

18. *Родионов А. А., Попонникова В. А., Федорова Н. Б.* // М-лы XI Межд. конф. «Взаимодействие дефектов и неупругие явления в твердых телах». Тула. 2007. Тула. 2008. С. 22—30.

19. *Гриднев С. А., Даринский Б.М, Кудряш В. И. и др.*// ФТТ. 1982. Т. 24. В. 1. С. 217—221.

20. *Родионов А. А., Федорова Н. Б., Сидоров М. Н.* // Материалы IV Межд. семинара «Физ.-математ. моделирование систем». Ч. 1. Воронеж. 2007. С. 86—90.

21. *Родионов А. А., Федорова Н. Б., Шпилева А. В.* // Материалы IV Межд. семинара «Физ.-математ. моделирование систем». Ч. 1. Воронеж. 2007. С. 91—98.

22. *Родионов А. А., Федорова Н. Б.* // Изв. КурскГТУ. 2009. № 3(28). С. 36—40.

23. *Федорова Н. Б., Родионов А. А.* // Материалы VI Межд. семинара «Физ.-математ. моделирование систем». Ч. 1. Воронеж. 2009. С. 10—15.

24. *Федорова Н. Б., Родионов А. А., Попонникова В.А* // Материалы VI Межд. семинара «Физ.-математ. моделирование систем». Ч. 1. Воронеж. 2009. С. 16—21.

25. *Федорова Н. Б., Попонникова В. А., Родионов А. А.* // Изв. КурскГТУ. 2008. № 4(25). С. 24—27.

26. *Иона Ф., Ширане Д.* Сегнетоэлектрические кристаллы. М.: «Мир», 1965.

Родионов Александр Андреевич — д.ф.-мат.н., профессор, зав. каф. теоретической и экспериментальной физики, Юго-Западный государственный университет; тел.: (4712) 504795, e-mail: raa41@inbox.ru

Федорова Наталия Борисовна — старший преподаватель кафедры высшей математики, Юго-Западный государственный университет; тел.: (4712) 523428, e-mail: nfyodorova@mail.ru

Некрасов Дмитрий Сергеевич — аспирант каф. теоретической и экспериментальной физики; Юго-Западный государственный университет; тел.: (4712) 504795, e-mail: dimkanic@yandexl.ru

Rodionov Alexandr A. — grand PhD (physical and mathematical sciences), professor, head of theoretical and experimental physicists chair, South-West State University; tel.: (4712) 504795, e-mail: raa41@inbox.ru

Fyodorova Nataliya B. — senior lecturer of mathematic chair, South-West State University; tel.: (4712) 523428, e-mail: nfyodorova@mail.ru

Nekrasov Dmitriy S. — post-graduate student of theoretical and experimental physicists chair, South-West State University; tel.: (4712) 504795, e-mail: dimkanic@yandexl.ru