УДК 621.322

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ ЗОНДОВЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ В АНИЗОТРОПНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

В. В. Филиппов[1], А. Н. Власов[1], Е. Н. Бормонтов[2]

[1]*Липецкий государственный педагогический университет, ул. Ленина 42, 398020 Липецк, Россия*
[2]*Воронежский государственный университет, Университетская пл. 1, 394006 Воронеж, Россия*

Поступила в редакцию 20.09.2011 г.

Аннотация. Выполнено исследование распределения потенциала электрического тока в случае зондовых измерений на анизотропных полупроводниковых пластинах и пленках. Получены выражения для распределений потенциала, позволяющие определять область локализации поля зонда сканирующего микроскопа в случае исследования анизотропной пленки. Показано влияние размеров и электропроводности на изменение сопротивления растекания зонда в ограниченных пленках.

Ключевые слова: анизотропный полупроводник, пленка, распределение потенциала, электропроводность, сопротивления растекания, зонд.

ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые пленки различной структуры в настоящее время все более широко применяют в производстве структур микро- и наноэлектроники. Уменьшение толщин полупроводников до субмикронных вызывает различного рода неоднородности распределения свободных носителей заряда и анизотропии [1, 2]. Круг наблюдаемых явлений, связанных с переносом заряда в анизотропных полупроводниках, намного шире, чем в изотропных. В известной литературе описано изменение распределения электронов по долинам в кремнии и германии, изменение эффективных масс и других факторов приводящих к искусственной анизотропии пленок нанометровых толщин [1, 3]. Известно, что при исследовании электрических полей в области пленки, в том числе с помощью сканирующей зондовой микроскопии, необходимо учитывать изменение проводимости по различным направлениям [4, 5]. Для практических исследований экспериментатору и инженеру необходимо учитывать ряд факторов: конечные размеры и форму образцов, угол ориентации кристаллографических направлений относительно границ образцов, расположение и размеры токовых контактов и др. Проблема здесь, в первую очередь, заключается в сложном характере распределений электрического потенциала и плотности тока в образцах, обладающих анизотропией электрических параметров, что на данный момент в литературе освещено недостаточно.

В соответствии вышеуказанным, целью данной работы является анализ влияния анизотропии на распределение потенциала токового зонда в случае сканирования полупроводниковой пленки с тензорным характером проводимости. Основные задачи состоят в получении теоретических выражений для расчета распределений электрического поля с их последующим анализом, а также в исследовании влияния границ и электропроводности образца на величину сопротивления растекания зонда.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Рассмотрим распределение потенциала токового зонда к анизотропной полупроводниковой пленке (рис. 1*а*). Тензор удельной электропроводности в декартовой системе координат удобно представить в виде [6]:

$$\hat{\sigma}=\begin{pmatrix} \sigma_{\text{II}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{II}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\perp} \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где $\sigma_{\perp}$ — значение удельной электропроводности вдоль оси z; $\sigma_{\parallel}$ — удельная проводимость по осям x и y. Подобного рода анизотропия может быть

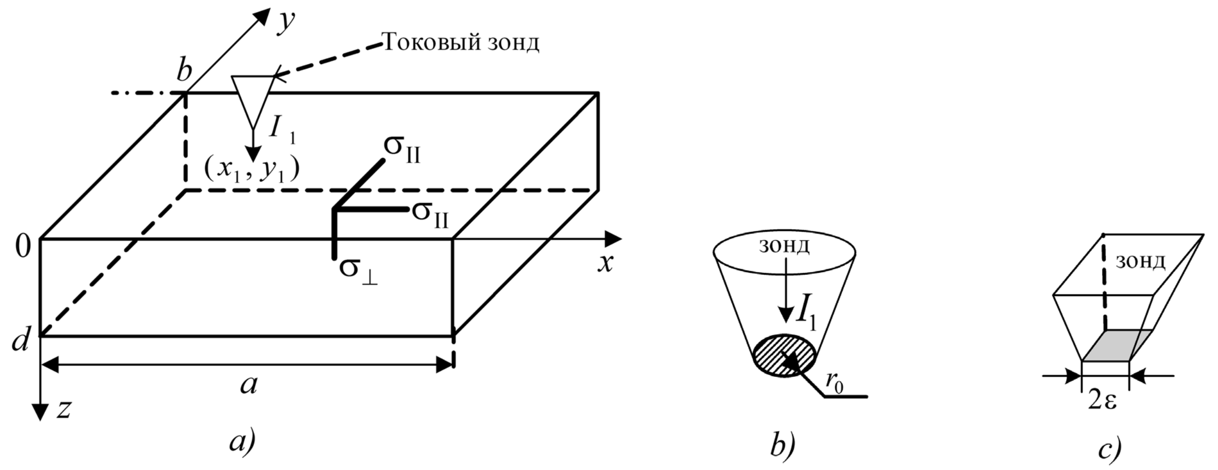

Рис. 1. Схема положения токового зонда к исследуемой пленке (*a*). I_1 — ток зонда; (x_1,y_1) — координаты центра токового зонда; *a, b, d* — геометрические размеры пленки; форма контакта в случае, когда влияние границ не учитывается (*b*); форма контакта в случае учета влияния границ (*c*)

вызвана структурой кристалла или влиянием деформаций [3, 6], а также возникать в квантово-размерных пленках [1, 2].

Уравнение для электрического потенциала запишется следующим образом [6, 7]:

$$\sigma_{II}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\sigma_{II}\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\sigma_\perp\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0\,. \qquad (2)$$

Выполнив в (2) замену переменной имеем уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial \xi^2}=0\,, \qquad (3)$$

$$\xi=\gamma z,\quad \gamma=\sqrt{\sigma_{II}/\sigma_\perp}\,. \qquad (4)$$

В случае неограниченной пленки удобно воспользоваться цилиндрической системой координат, в которой уравнение (3), согласно [6, 7] примет вид:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial r}+\frac{\partial^2\phi}{\partial \xi^2}=0\,. \qquad (5)$$

Полагаем начало цилиндрической системы координат в центре токового зонда. Граничные условия для потенциала следуют из условия равенства нулю нормальной составляющей плотности тока на всей поверхности образца кроме точек под токовым электродом острия радиусом r_0 (рис. 1*b*), потенциал нижней грани принимаем равным нулю:

$$\phi\big|_{r\to\infty}=0;\ \phi\big|_{\xi=\gamma d}=0;$$

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right|_{\xi=0}=\begin{cases}0, & r_0>r\,;\\ -\dfrac{I_1}{\gamma\sigma_\perp\pi r_0^2}, & r\le r_0\,.\end{cases}, \qquad (6)$$

Уравнение Лапласа с граничными условиями (6) представимо в виде интеграла Фурье — Бесселя [7, 8] и имеет следующее решение:

$$\phi(r,\xi)=\int_0^\infty \Phi(t,\xi)\,\mathrm{J}_0(t\cdot r)\,t\,dt\,, \qquad (7)$$

где коэффициенты $\Phi(t,\xi)$ определяются равенством:

$$\Phi(t,\xi)=\int_0^\infty \phi(r,\xi)\,\mathrm{J}_0(t\cdot r)\,r\,dr\,, \qquad (8)$$

Если подставить выражение для потенциала (7) в уравнение (5), умножить его на $\mathrm{J}_0(t\cdot r)r\,dr$, проинтегрировать по r от 0 до ∞ и учесть свойство ортогональности функций Бесселя [7, 8], то для $\Phi(t,\xi)$ будем иметь уравнение:

$$\frac{d^2\Phi}{d\xi^2}-t^2\cdot\Phi=0\,. \qquad (9)$$

Следовательно,

$$\Phi(t,\xi)=(A\cdot\mathrm{sh}(t\cdot\xi)+B\cdot\mathrm{ch}(t\cdot\xi))\,, \qquad (10)$$

где постоянные A и B определяются из граничных условий (6).

В итоге, выражение для потенциала представимо в виде:

$$\phi(r,\xi)=-\frac{I_1}{\pi\gamma\sigma_\perp r_0}\int_0^\infty\frac{\mathrm{sh}(t(\xi-\gamma d))}{t\cdot\mathrm{ch}(t\cdot\gamma d)}\times J_0(t\cdot r)J_1(t\cdot r_0)\,dt\,. \qquad (11)$$

Возвращаясь к стандартным цилиндрическим координатам, получаем:

$$\phi(r,z)=-\frac{I_1}{\pi\gamma\sigma_\perp r_0}\int_0^\infty\frac{\mathrm{sh}(t\cdot\gamma(z-d))}{t\cdot\mathrm{ch}(t\cdot\gamma\cdot d)}\times J_0(t\cdot r)J_1(t\cdot r_0)\,dt\,. \qquad (12)$$

Определив среднее значение потенциала по площади круга контакта, находим сопротивление растекания:

$$R_0 = \frac{2}{\pi\sigma_\perp \gamma r_0^2}\int_0^\infty \frac{\mathrm{sh}(t\cdot\gamma\cdot d)}{t^2\cdot\mathrm{ch}(t\cdot\gamma\cdot d)}\left(J_1(t\cdot r_0)\right)^2 dt\,. \quad (13)$$

В соответствии с полученным выражением (13), величинами, характеризующими растекание тока в пленке, являются площадь контактной поверхности [8—10], толщина пленки и параметры анизотропии.

Для учета влияния границ пленки рассмотрим распределение потенциала токового зонда к прямоугольной анизотропной пленке (рис. 1*a*), острие токового зонда представим квадратом, со стороной 2ε (рис. 1*c*). Указанная форма контактной площадки позволяет получить аналитическое решение для потенциала в прямоугольном образце.

Граничные условия для потенциала в данном случае принимают вид:

$$\sigma_{\mathrm{II}}\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{x=0,a} = \sigma_{\mathrm{II}}\left.\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|_{y=0,b} = 0;\ \phi\big|_{z=d} = 0;$$

$$\sigma_\perp\left.\frac{\partial\phi}{\partial z}\right|_{z=0} = \begin{cases} -\dfrac{I_1}{4\varepsilon^2}, x_1-\varepsilon\le x\le x_1+\varepsilon\,, \\ \qquad y_1-\varepsilon\le y\le y_1+\varepsilon; \\ 0,\ \text{в остальной области}. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь x_1 и y_1 — координаты центра подвижного зонда, грани контактирующей поверхности параллельны граням образца (рис. 1).

Решение краевой задачи (2), (14) для распределения потенциала удобно представить в виде двойного ряда Фурье:

$$\phi(x,y,z) = \frac{I_1}{ab\sigma_\perp}\left[d-z\right] - $$
$$-\frac{4I_1}{ab\sigma_\perp}\sum_{n,k=0}^{\infty}\Theta_{nk}\frac{\mathrm{sh}(\eta_{nk}(z-d))}{\eta_{nk}\,\mathrm{ch}(\eta_{nk}d)}\frac{\sin(\alpha_n\varepsilon)}{\alpha_n\varepsilon}\frac{\sin(\beta_k\varepsilon)}{\beta_k\varepsilon}\times, \quad (15)$$
$$\times\cos(\alpha_n x_1)\cos(\beta_k y_1)\cos(\alpha_n x)\cos(\beta_k y)$$

$$\alpha_n = \frac{\pi n}{a};\ \beta_k = \frac{\pi k}{b};\ \eta_{nk} = \sqrt{\frac{\sigma_{\mathrm{II}}}{\sigma_\perp}\left(\alpha_n^2+\beta_k^2\right)};$$

$$\Theta_{nk} = \begin{cases} 1,\ n\ne 0\wedge k\ne 0; \\ 1/2,\ n=0\wedge k\ne 0\vee n\ne 0\wedge k=0; \\ 0, n=k=0. \end{cases} \quad (16)$$

Находим сопротивление растекания ограниченной анизотропной пленки:

$$R = \frac{d}{ab\sigma_\perp}\left[1+\frac{4}{d}\sum_{n,k=0}^{\infty}\Theta_{nk}\frac{\mathrm{sh}(\eta_{nk}d)}{\eta_{nk}\,\mathrm{ch}(\eta_{nk}d)}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{\sin(\alpha_n\varepsilon)}{\alpha_n\varepsilon}\frac{\sin(\beta_k\varepsilon)}{\beta_k\varepsilon}\right)^2\cos^2(\alpha_n x_1)\cos^2(\beta_k y_1)\right]. \quad (17)$$

Одним из основных условий применимости выражений для потенциала (8), (15) является наличие гладкой границы на плоскости раздела контакта и металлической поверхности. Также не учтено влияние квантовых и зарядовых эффектов [1, 2, 11], которые наиболее ярко проявляются при низких температурах.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ТОКОВОГО ЗОНДА

Смоделируем электрическое поле в сечении полупроводниковой пленки в плоскости $y = b/2$ с соотношением сторон: $a = b = 10\,d$, $2\varepsilon = d$ контакт находится по центру поверхности пленки

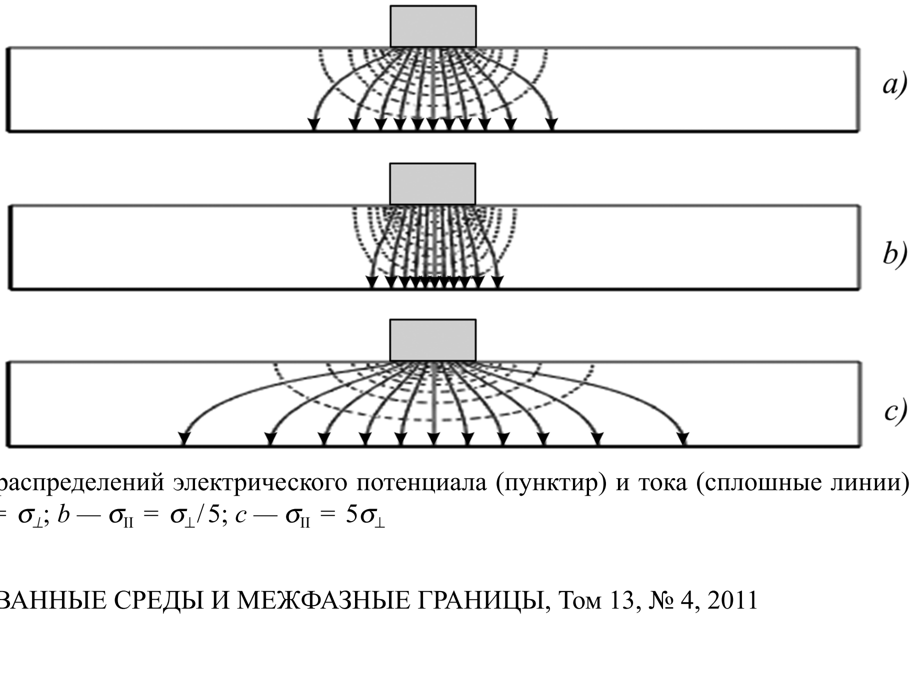

Рис. 2. Модель распределений электрического потенциала (пунктир) и тока (сплошные линии) в анизотропной пленке: *a* — $\sigma_{\mathrm{II}} = \sigma_\perp$; *b* — $\sigma_{\mathrm{II}} = \sigma_\perp/5$; *c* — $\sigma_{\mathrm{II}} = 5\sigma_\perp$

(рис. 2). Модели распределений потенциала и тока построены на основе выражения (15) при $x_1 = a/2$, $y_1 = b/2$. На приведенном рис. 2 общее число эквипотенциалей в сечении образца равно 20, линий тока — 10. Близкие к предложенным параметрам анизотропии на рис. 2 обладают диарсениды кадмия и цинка (естественная анизотропия) или могут иметь место при деформациях полупроводников.

Из построенных нами моделей распределения потенциала и токовых линий (рис. 2) видно, что увеличение параметра анизотропии $\sigma_\perp/\sigma_\parallel$ приводит к значительному сгущению эквипотенциалей и токовых линий в области под контактом, а соответственно уменьшение параметра $\sigma_\perp/\sigma_\parallel$ — к растеканию поля по объему пленки.

Построим графическую зависимость отношения сопротивления пленки, полученное согласно (17), к сопротивлению без учета границ (13). В рассмотренном случае полупроводниковая пленка имеет вид квадрата с параметрами $a = b$, $d = a/10$. Зонд с шириной контакта $2\varepsilon = d$ находится по центру поверхности пленки ($x_1 = a/2$, $y_1 = b/2$, $z = 0$) (рис. 3). Близкие к предложенным параметрам анизотропии на рис. 2 обладают диарсениды кадмия и цинка (естественная анизотропия) или могут иметь место при деформациях полупроводников. Видно (рис. 3), что величина параметра анизотропии $\sigma_\perp/\sigma_\parallel$ оказывает значительное влияние на величину сопротивления растекания, наиболее ярко выражено влияние анизотропии и границ образца при размерах контакта зонда $2\varepsilon < 20a$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

Экспериментальная проверка полученных распределений была выполнена на анизотропных монокристаллах диарсенидов кадмия ($CdAs_2$) и цинка ($ZnAs_2$), параметры которых представлены в работе [10]. В качестве токовых электродов использовались вольфрамовые прижимные зонды. В каждом случае значение потенциала определялось с помощью подвижного металлического зонда, относительно электрода, который был заземлен. Размер токового контакта и положение зонда контролировалось с помощью микроскопа. Через образец в каждом случае пропускался постоянный ток от стабилизированного источника питания, разность потенциалов определялась с помощью высокоомного вольтметра. Погрешность измерений не превышала 5%. После получения экспериментальных значений потенциала были построены графики соответствующих теоретических зависимостей $\varphi(x,y)$ при том же значении тока через образец. На рис. 4 приведен пример сопоставления теоретической кривой, построенной согласно распределению потенциала (15) для диарсенида кадмия ($\sigma_\perp = 8.76$ Ом$^{-1}$м$^{-1}$, $\sigma_\parallel = 40.96$ Ом$^{-1}$м$^{-1}$, $a = 8.65$ мм, $b = 10.15$ мм, $d = 2.65$ мм, $2\varepsilon = 1.24$ мм, $x_1 = a/2$, $y_1 = b/2$) на поверхности кристалла в плоскости контакта на прямой $y = b/2$. Получено хорошее соответствие экспериментальных данных и теоретических распределений потенциала электрического поля в пределах погрешности измерений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано при зондовых измерениях электрофизических параметров пленок субмикронных

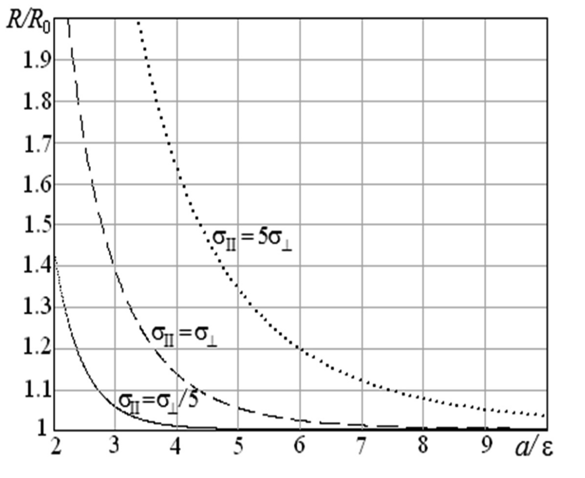

Рис. 3. Зависимости относительных сопротивлений от размеров квадратной пленки ($a = b$, $d = a/10$) при параметрах электропроводности $\sigma_\parallel = \sigma_\perp/5$, $\sigma_\parallel = \sigma_\perp$, $\sigma_\parallel = 5\sigma_\perp$

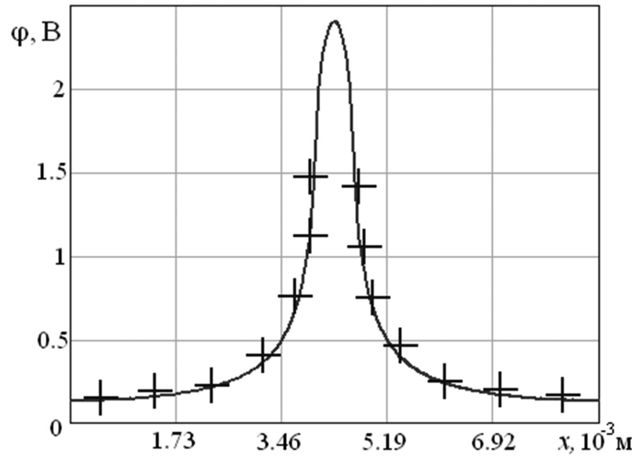

Рис. 4. Сравнение экспериментальных данных (+) и теоретической зависимости (сплошная линия) распределения потенциала на линии контакта в полупроводниковом образце.

толщин распределение потенциала существенным образом зависит от анизотропии, величина параметра анизотропии $\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}$ оказывает значительное влияние на величину сопротивления растекания токового зонда.

Полученные распределения потенциалов (12), (15) позволяют определять область локализации потенциала токового зонда в зависимости от размеров пленки, зонда и величин компонент тензора электропроводности, а также предлагать методики определения параметров анизотропии и неоднородности пленок и наноструктур по данным сканирующей зондовой микроскопии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Драгунов В. П., Неизвестный И. Г., Гридчин В. А.* Основы наноэлектроники. М.: Логос, 2006. 494 с.

2. *Ando T., Fowler A. B., Stern F.* // Reviews of Modern Physics. 1982. V. 54. №. 2. P. 437—672.

3. *Филиппов В. В., Власов А. Н., Бормонтов Е. Н.* // Конденсированные среды и межфазные границы. 2010. Т. 12. № 3. С. 282—287.

4. *Неволин В. К.* Зондовые нанотехнологии в электронике. М.: Техносфера, 2006. 160 с.

5. *Брандон Д., Каплан У.* Микроструктура материалов. Методы исследования и контроля. М.: Техносфера, 2004. 384 с.

6. *Най Дж.* Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. М.: Мир, 1967. 386 с.

7. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 700 с.

8. *Поляков Н. Н., Коньков В. Л.* // Известия вузов. Физика. 1970. № 9. С. 100—105.

9. *Батавин В. В., Концевой Ю. А., Федорович Ю. В.* Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур. М.: Радио и связь, 1985. 263 с.

10. *Филиппов В. В.* // Приборы и техника эксперимента. 2007. № 4 С. 136—139.

11. *Погосов В. В.* Введение в физику зарядов и размерных эффектов. Поверхность, кластеры, наноразмерные системы. М.: Физматлит, 2006. 164 с.

Филиппов Владимир Владимирович — к.ф-мат.н., доцент, Липецкий государственный педагогический университет; тел.: (4742) 328385, e-mail: wwfilippow@mail.ru

Власов Артур Николаевич — аспирант, Липецкий государственный педагогический университет; тел.: (4742) 328385, e-mail: wlasow4887@yandex.ru

Бормонтов Евгений Николаевич — д.ф.-мат.н., профессор, заведующий кафедрой физики полупроводников и микроэлектроники, Воронежский государственный университет; тел.: (473) 220-8633, e-mail: PlPhys@main.vsu.ru

Filippov Vladimir V. — PhD (physical and mathematical sciences), associate professor, Lipetsk State Pedagogical University; tel.: (4742) 328385, e-mail: wwfilippow@mail.ru

Vlasov Arthur N. — the post graduate student, Lipetsk State Pedagogical University, tel.: (4742) 328385, e-mail: wlasow4887@yandex.ru

Bormontov Evgeniy N. — grand PhD (physical and mathematical science), professor, head of physic of semiconductor and microelectronics chair, Voronezh State University; tel.: (473) 220-8633, e-mail: PlPhys@main.vsu.ru