



Оригинальные статьи

Научная статья

УДК 538.956

<https://doi.org/10.17308/kcmf.2021.23/3683>

Экспериментальное исследование и математическое моделирование автоколебательных процессов на межфазной границе электрод – магнитная жидкость в электрическом поле

В. С. Чеканов¹✉, Е. В. Кириллова², А. В. Коваленко³, Е. Н. Дискаева⁴

¹Северо-Кавказский федеральный университет,
ул. Пушкина, 1, Ставрополь 355017, Российская Федерация

²Университет Прикладных Наук Рейн-Майн
Kurt-Schumacher-Ring, 18, Висбаден 65197, Германия

³Кубанский государственный университет,
ул. Ставропольская, 149, Краснодар 350040, Российская Федерация

⁴МИРЭА-Российский технологический университет,
пр. Кулакова, 8, Ставрополь 355000, Российская Федерация

Аннотация

В статье описана математическая модель автоколебаний в виде краевой задачи для нелинейной системы уравнений в частных производных, получено численное решение и показана адекватность модели путем сравнения с экспериментом. В модели использовалась классическая система дифференциальных уравнений материального баланса, Нернста-Планка и Пуассона без упрощений и подгоночных параметров. Целью статьи было исследование параметров автоколебаний концентрации в слое частиц дисперсной фазы магнитной жидкости на границе с электродом в электрическом поле на основе разработанной математической модели и ее обоснование с точки зрения физического механизма.

В результате численных экспериментов было определено критическое значение скачка потенциала, при котором начинаются автоколебания, найдено время установления периода колебаний и другие характеристики процесса. Разработан программный продукт «AutoWave01» с интуитивно понятным пользовательским интерфейсом и расширенным функционалом, предназначенный для изучения автоколебаний в тонком слое магнитного коллоида.

Ключевые слова: магнитная жидкость, межфазная граница, приэлектродный слой, электрическое поле, автоколебания, математическая модель

Благодарности: исследование выполнено в рамках работы Международной лаборатории компьютерного и математического моделирования нелинейных процессов «Computer and mathematical modeling of nonlinear processes».

Для цитирования: Чеканов В. С., Кириллова Е. В., Коваленко А. В., Дискаева Е. Н. Экспериментальное исследование и математическое моделирование автоколебательных процессов на межфазной границе электрод - магнитная жидкость в электрическом поле. *Конденсированные среды и межфазные границы*. 2021;23(4): 626–636. <https://doi.org/10.17308/kcmf.2021.23/3683>

For citation: Chekanov V. S., Kirillova E. V., Kovalenko A. V., Diskaeva E. N. Experimental study and mathematical modelling of self-oscillation at the electrode-magnetic fluid interface in an electric field. *Kondensirovannye sredy i mezhfaznye granitsy = Condensed Matter and Interphases*. 2021; 23 (4): 626–636. <https://doi.org/10.17308/kcmf.2021.23/3683>

✉ Чеканов Владимир Сергеевич, e-mail: oranjejam@mail.ru

© Чеканов В. С., Кириллова Е. В., Коваленко А. В., Дискаева Е. Н., 2021



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

1. Введение

Коллоидные растворы магнитных композиционных материалов, которые впоследствии получили название «магнитные жидкости (magnetic fluids)» были синтезированы в 60-е годы XX века и до сих пор привлекают внимание как экспериментаторов, так и теоретиков [1, 2].

Магнитные жидкости (МЖ) представляют собой ультрадисперсные устойчивые коллоиды ферро- или ферромагнитных однодоменных частиц, диспергированных в различных жидкостях и совершающих интенсивное броуновское движение. В качестве дисперсной фазы используют малые частицы таких металлов, как железо, кобальт, никель, гадолиний, их разнообразные ферриты, ферромагнитные окислы. Для предотвращения коагуляции коллоидного раствора, которая была бы неизбежной вследствие магнитного диполь-дипольного и ван-дер-ваальсовского взаимодействий, и последующего укрупнения частиц в качестве стабилизаторов применяют поверхностно-активные вещества (ПАВ). Адсорбируясь на поверхности микрокристаллических дисперсных частиц, ПАВ образуют защитную оболочку, представляющую своеобразный структурно-механический барьер. Средний размер дисперсных частиц $d_{cp} \sim 10$ нм, вследствие этого МЖ не расслаиваются и сохраняют свою однородность практически неограниченное время.

МЖ на основе диэлектрических жидкостей обладают уникальными электрическими и магнитооптическими свойствами, связанными, в том числе, и с приповерхностными явлениями. Одним из таких свойств МЖ является способность в электрическом поле образовывать на границе с электродом плотные слои, состоящие из частиц дисперсной фазы с защитной оболочкой. Эти слои существенно влияют на макроскопические свойства коллоидной системы и являются основой для получения материалов с заданными свойствами. Данное явление нашло применение в области отображения информации [3–5].

В приэлектродном слое наблюдалась и исследовалась самоорганизация – автоколебания и их распределенный аналог – автоволны [6].

Уникальность магнитной жидкости как экспериментальной среды состоит в том, что автоколебательный процесс в ней можно не только неограниченно долго наблюдать и исследовать, но и управлять им электрическим полем.

Математическое моделирование автоколебательного процесса позволит установить его фундаментальные закономерности и описать состояние процесса в любой точке пространства в произвольный момент времени.

В настоящей работе предложена математическая модель автоколебаний концентрации частиц МЖ, основанная на динамическом подходе, в котором процессы, происходящие в системе, определяются уравнениями в частных производных, описывающими законы сохранения материи и заряда. Модель не содержит подгоночных параметров. Химические реакции учитываются в граничных условиях.

2. Экспериментальная часть

При проведении эксперимента использовалась магнитная жидкость типа «магнетит в керосине». Объемная концентрация твердой фазы была рассчитана по плотности магнитной жидкости. Для МЖ плотностью $\rho = 1,14$ кг/м³ концентрация твердой фазы составила 3.4 об. %. Объемную концентрацию магнетита находили по величинам плотностей магнитной жидкости, дисперсионной среды (керосина) и дисперсной фазы (магнетита) по формуле:

$$\varphi_T = \frac{\rho_{МЖ} - \rho_0}{\rho_T - \rho_0},$$

где $\rho_{МЖ}$, ρ_0 и ρ_T – плотности магнитной жидкости, керосина и магнетита. Плотность МЖ определялась весовым методом по выталкивающей силе, действующей на мерный цилиндр из латуни, погруженный в жидкость, и рассчитывалась по формуле:

$$\rho = \frac{P_1 - P_2}{gV},$$

где P_1 – вес цилиндра в воздухе; P_2 – вес цилиндра в жидкости; V – объем цилиндра; g – ускорение свободного падения.

Взвешивание цилиндра проводилось на аналитических весах марки ВЛР-200. Погрешность в определении ρ составляла ~ 0.1 %.

Относительная диэлектрическая проницаемость жидкости $\epsilon = 2$, удельная проводимость $\sigma = 3,8 \cdot 10^{-7}$ Ом·м⁻¹. Для определения диэлектрической проницаемости и проводимости прибором «Измеритель иммитанса LCR-821» (на частоте 1000 Гц) измерялись сопротивление и емкость ячейки с МЖ, затем вычислялись проводимость σ и диэлектрическая проницаемость ϵ . Средний размер частиц магнетита ~ 10 нм, тол-

щина защитной оболочки, состоящей из молекул олеиновой кислоты, ~1.5 нм [7, 8]

Для определения изменения отражательной способности (коэффициента отражения по терминологии [9]) от границы проводящий электрод – магнитная жидкость в электрическом поле была собрана экспериментальная установка, показанная на рис. 1. Установка представляет собой плоскопараллельную ячейку, состоящую из двух электродов. Один из электродов – стекло с проводящим прозрачным покрытием (ИТО). Для устранения засветки от поверхности ячейки на неё устанавливается стеклянная призма. Между электродами помещается магнитная жидкость. На грань призмы, приклеенной к стеклу иммерсионной жидкостью, падает луч диаметром 2 мм от лазерного источника света ($\lambda = 650$ нм) так, что угол падения на поверхность стекла составляет 45 градусов. Лучи, отраженные от границы призма-стекло и от слоя проводящее покрытие – МЖ, пространственно разделены (5 мм). Для нивелирования паразитной засветки фотодиодов перед поляроидом 7 была помещена диафрагма с отверстием ~ 1 мм. Лазер и поляроид могут вращаться относительно луча. Плоскость поляризации поляроида 10 совпадает с плоскостью поляризации луча лазера. Поляроид служит для уменьшения деполяризованной составляющей света лазера. Вращением лазера с поляроидом добиваются того, чтобы s-компонента (TE-волна) была перпендикулярна плоскости падения. Вращением поляро-

ида 7 ослабляли свет, чтобы фотодиод работал в линейном режиме. Площадь поверхности электродов составляла $S = 36 \times 30$ мм², толщина слоя магнитной жидкости – 250 мкм. В экспериментах использовались образцы стекол с проводящим покрытием ИТО (изготовитель ООО «Политех», г. Санкт-Петербург).

Методика эксперимента заключалась в следующем: на электроды подается напряжение U , и вследствие электрофореза на них образуются плотные слои толщиной 100–200 нм, состоящие из частиц магнетита. Стекло с проводящим покрытием ИТО освещается монохроматическим источником света. Отраженный от поверхностей стекло – проводящее покрытие и проводящее покрытие – МЖ луч интерферирует, попадает через диафрагму 6 и поляроид 7 на фотодиод ФД-256. Фотодиод соединен с входом двухлучевого осциллографа GDS-71022. Так как фотодиод работает в линейном режиме, то напряжение на осциллографе прямо пропорционально интенсивности отраженных лучей (коэффициенту отражения).

Когда скачок потенциала между электродами равен $\varphi_{кр}$, наблюдается периодическое изменение интенсивности отраженного луча (рис. 2, луч 2), что связано с изменением толщины приэлектродного плотного слоя.

При освещении поверхности ячейки светом с широким спектром длин волн изменение толщины слоя сопровождается периодическим изменением цвета поверхности электрода от зеленого до малинового. Зеленый цвет поверхно-

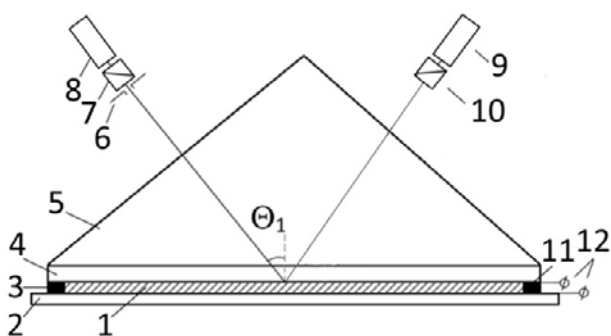


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения коэффициента отражения на границе электрод – магнитная жидкость: 1 – магнитная жидкость; 2 – пластина из фольгированного гетинакса; 3, 11 – изолирующие прокладки из полистирола; 4 – стекло с проводящим прозрачным покрытием; 5 – прямоугольная равнобедренная призма; 6 – диафрагма; 7, 10 – поляроиды; 8 – фотодиод; 9 – лазерный источник света; 12 – электроды

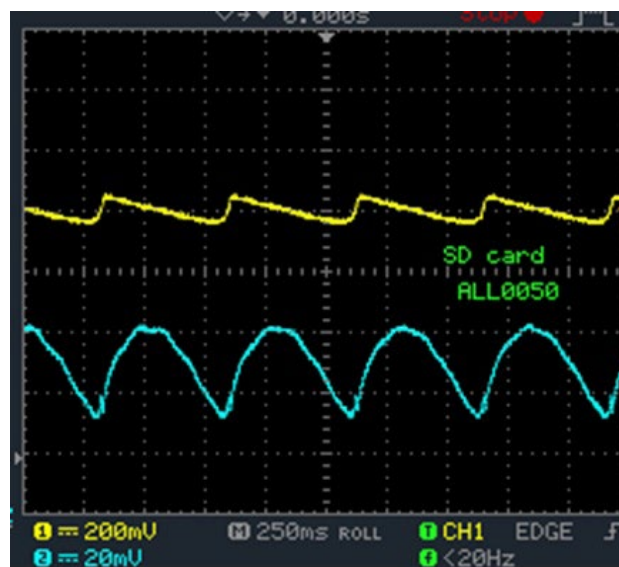
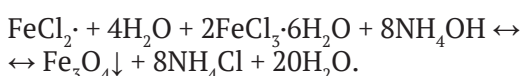


Рис. 2. Автоколебания тока (1) и оптического сигнала (2) в ячейке с магнитной жидкостью. Период колебаний $T \approx 0.5$ с, скачок потенциала $\Delta\varphi = 5$ В

сти соответствует спектру отражения в отсутствии слоя частиц, а малиновый – максимальной толщине приповерхностного слоя частиц. Периодическое изменение цвета поверхности или периодическое изменение интенсивности отраженного света (рис. 2, луч 2) интерпретируется нами как автоколебания концентрации частиц. Электрооптический эффект, заключающийся в изменении спектра отраженного света (при освещении белым светом) или интенсивности (при освещении монохроматическим светом) от изменяющегося в электрическом поле тонкого приповерхностного слоя магнитной жидкости, называется электроуправляемой интерференцией [10].

2.1. Физическая модель автоколебаний частиц в ячейке с магнитной жидкостью

Общая характеристика электропроводности магнитной жидкости обусловлена несколькими механизмами. Во-первых, она связана с примесными ионами, концентрация которых зависит от качества отмывки дисперсного магнетита после соосаждения в процессе приготовления МЖ:



Вследствие неполной диссоциации соли в жидкости также содержатся ионные комплексы – ионные пары, тройники [11, 12].

Второй тип электропроводности обусловлен контактными процессами на поверхностях электродов. Эти процессы называют инжекционными [11–14]. В средних высоковольтных полях порядка 10^6 В/м развивается электрохимическая инжекция, которая обуславливает электрогидродинамические эффекты как в жидких диэлектриках, так и в магнитной жидкости [14].

Кроме ионной проводимости перенос зарядов в магнитной жидкости может осуществляться магнитными частицами (МЧ) [16].

Образование объемного заряда в магнитной жидкости в электрическом поле. В электрическом поле в магнитной жидкости у электродов начинает формироваться объемный заряд, с которым связано много специфических эффектов [17–19], в том числе и автоволновой процесс. Механизм формирования в жидком диэлектрике объемного заряда под действием электрического поля в окрестности проводящих поверхностей подробно описан. В [13, 19] приводится выражение для определения толщины приэлектродного слоя объемного заряда:

$$\delta \sim E_0 \frac{FD^\pm}{RT} \tau_M \sim \frac{\epsilon_0 \epsilon E_0 (b_1 + b_2)}{\sigma}, \tag{1}$$

где τ_M – время максвелл-вагнеровской релаксации, D^\pm – коэффициент диффузии ионов, E_0 – напряженность поля на границе зоны неравновесной реакции диссоциация-рекомбинация, b_1, b_2 – подвижности положительных и отрицательных ионов, F – постоянная Фарадея, T – температура, R – универсальная газовая постоянная, σ – омическая проводимость, ϵ – диэлектрическая проницаемость, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Соотношение (1) показывает, что толщину слоя объемного заряда можно оценить как расстояние, которое ион проходит за время релаксации. Именно поэтому эффект электризации тем больше, чем ниже электропроводность жидкости и, соответственно, больше время максвелл-вагнеровской релаксации. В работе [13] показано, что вследствие того, что у электродов одноименно заряженные ионы отталкиваются, происходит нарушение равновесия реакции диссоциация-рекомбинация примесных ионов, в результате чего и образуется объемный заряд.

Рассмотрим схему ячейки с магнитной жидкостью (рис. 3). Электрическое поле транспортирует анионы (катионы) из прикатодной (прианодной) области. Так как катод (анод) анионы (катионы) не поставляет, то прикатодная (прианодная) область обедняется анионами (анионами), что приводит к образованию прикатодной (прианодной) области с положительным (отрицательным) зарядом.

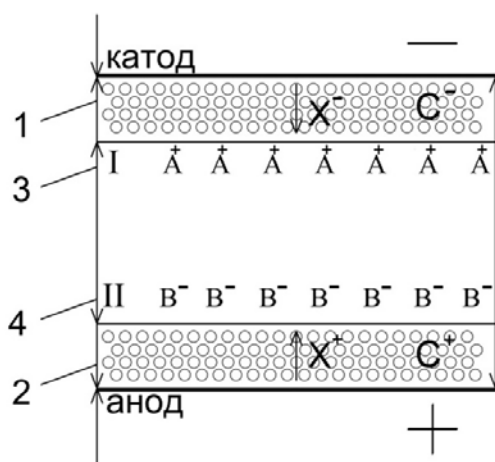


Рис. 3. Схема ячейки с магнитной жидкостью: 1, 2 – плотные приэлектродные слои магнитных частиц; 3, 4 – области объемного заряда; А+ и В- – примесные ионы; С+ и С- – заряженные частицы магнитной жидкости; X+, X- – инжектируемые ионы

Оценка величины области локализации объемного заряда для жидкости типа магнетит в керосине проведена с использованием следующих параметров: концентрация магнетита 3.4 об.%, удельная проводимость $\sigma \approx 10^{-7} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$. Расчет показал, что при скачке потенциала между электродами $\Delta\phi = 5 \text{ В}$, расстоянии между электродами $d = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, подвижности примесных ионов $b_1 \approx b_2 \approx 10^{-8} \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ [13] ширина области объемного заряда равна $\delta \sim 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. Значение напряженности электрического поля в приэлектродной области изменяется согласно уравнению Пуассона из-за наличия объемного заряда плотностью ρ [21].

По данным работы [22] характерное время образования объемного заряда для жидкости средней концентрации магнетита (3.4 об.%) для образцов на основе керосина составляет величину порядка 0.05 с. Оценка времени образования объемного заряда в электрическом поле требует учета миграционной поляризации частиц магнетита, которая в рассматриваемом нами случае может быть описана в рамках теории Максвелла-Вагнера. Время максвелл-вагнеровской поляризации (2) много меньше времени образования объемного заряда:

$$\tau_M \sim \frac{\epsilon_0 \epsilon}{\sigma} \sim \frac{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}{10^{-7}} \sim 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ с.} \quad (2)$$

Объемный заряд возникает также у поверхности дисперсной частицы. Область окружающего частицу объемного заряда, занимает ту часть жидкости, где ион, появившийся в результате диссоциации примеси у поверхности частицы, продолжает свое движение, не успев прорекомбинировать.

Концентрационные автоколебания магнитной жидкости. В отсутствие электрического поля частицы магнитной жидкости не заряжены [22]. В поле \vec{E} частицы заряжаются и приобретают индуцированный дипольный момент \vec{p} . В результате действия поляризационной $\vec{f}_E = (\vec{p} \nabla) \vec{E}$ и кулоновской $\vec{f}_q = q \vec{E}$ сил частицы начинают движение к соответствующему электроду, в результате чего образуется концентрированный слой частиц. При этом визуально наблюдается изменение цвета поверхности ячейки с МЖ. После образования плотного приэлектродного слоя при контакте магнитных частиц с поверхностью электрода происходит электрохимическое взаимодействие молекул олеиновой кислоты, окружающих частицу, с электродом. Например, на катоде в результате реакции высво-

бождаются отрицательные ионы X^- , имеющие в плотном приэлектродном слое почти нулевую подвижность, что приводит к его зарядке. Когда кулоновская энергия отталкивания слоя U_q превысит энергию притяжения U_{im} , в слое возникнет неустойчивость, частицы перезарядятся и начнут движение к противоположному электроду – возникнет концентрационная волна. Дойдя до области объемного заряда II (рис. 3), частицы начнут движение в обратную сторону. Автоколебания ансамблей магнитных частиц удалось визуализировать с помощью метода электроуправляемой интерференции [10] по периодическому изменению цвета поверхности ячейки с магнитной жидкостью и по колебаниям оптического сигнала (рис. 2). На противоположном электроде (аноде) также образуется плотный приэлектродный слой частиц. В результате приэлектродных реакций образуются ионы X^+ , что вызывает движение второй концентрационной волны навстречу первой.

Допустим, что все частицы в магнитной жидкости имеют одинаковый размер, электрический заряд и равную электрофоретическую подвижность b . Тогда в стационарном электрическом поле \vec{E} скорость частицы равна: $v = b(\vec{E}, \vec{n})$, где \vec{n} – направление движения.

Подвижность частицы $b = 5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$ была определена по формуле, представленной в [21]. Тогда скорость частицы в объеме ячейки равна $v = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$.

С другой стороны, из равенства электростатической силы и силы вязкого трения:

$$q\vec{E} = 3\pi d\eta \cdot \vec{v}, \quad (3)$$

где $d = 10^{-8} \text{ м}$ – диаметр частицы, $\eta = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ – динамическая вязкость дисперсионной среды, \vec{E} – напряженность электрического поля, заряд частицы q равен заряду электрона [22]. По полученным нами экспериментальным данным период автоколебаний $\sim 1 \text{ с}$, то есть время, за которое частица «оторвется» от электрода и вернется обратно.

За время $t = 0.5 \text{ с}$ частица пройдет путь $\approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, то есть расстояние до противоположного электрода. Таким образом, при скачке потенциала $\Delta\phi = 5 \text{ В}$ наблюдается периодическое движение частиц от одного электрода к другому.

Поясним, почему наблюдаемые колебания концентрации являются автоколебаниями. Автоколебания – это незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживающиеся

за счёт энергии постоянного, то есть непериодического внешнего воздействия [23]. В реализуемых лабораторных экспериментах источником постоянного (непериодического) воздействия является скачок потенциала на электродах. Роль нелинейного регулятора выполняет емкость приэлектродного слоя С, регулирующая накопление заряда в слое. В работе [24] было показано, что вследствие образования приэлектродного слоя ячейка с МЖ представляет собой конденсатор переменной емкости. Заряд в приэлектродном слое накапливается за время t_1 , а затем после достижения критического значения напряжения на электродах $U_{кр}$ происходит перезарядка слоя за время t_2 . Таким образом, постоянное воздействие преобразуется в переменное. Колеблущимся элементом системы является концентрация магнитных частиц. Колебания концентрации осуществляются через обратную связь, в качестве которой выступает сопротивление слоя, которое при $U_{кр}$ резко уменьшается. Диссипация энергии в автоколебательной системе возмещается за счёт поступления в неё энергии из источника постоянного напряжения, благодаря чему автоколебания не затухают.

2.2 Одномерная математическая модель автоколебательного процесса

Нами разработана упрощенная математическая модель автоколебаний, которая позволяет определить зависимость характеристик процесса от исходных данных задачи, например, от скачка потенциала между электродами $\Delta\phi$, геометрических размеров и т. д. В предложенной модели учитывается перенос только положительно и отрицательно заряженных магнитных частиц с концентрациями C_1 , C_2 и потоками j_1 , j_2 , скачком потенциала $\Delta\phi$ без учета химических реакций. Влияние примесных и инжектируемых ионов учитывается косвенно в граничных условиях. Основная идея построения модели заключается в исследовании вопроса о возможности возникновения колебательного движения из-за перезарядки частиц МЖ возле электродов или в областях локализации объемного заряда.

Обозначим $x=0$ и $x=H$ – условные точки, в которых происходит процесс зарядки частиц МЖ, в частном случае это могут быть анод и катод. Начальное условие – $C_1(0, x) = C_{10}(x)$ и $C_2(0, x) = C_{20}(x)$. Первоначальное распределение нейтральных частиц МЖ с известной концентрацией определяется диффузией [25]. В электри-

ческом поле в начальный момент времени $t=0$ происходит зарядка частиц МЖ. В окрестности $x=H$ частицы МЖ заряжаются отрицательно, а в окрестности $x=0$ заряжаются положительно. В электрическом поле отрицательно заряженные магнитные частицы начинают двигаться в сторону анода, а положительно заряженные в сторону катода. В результате у электродов образуются плотные слои.

Использована одномерная нелинейная математическая модель с классической системой дифференциальных уравнений материального баланса, Нернста–Планка и Пуассона [26–29] без упрощений и подгоночных параметров:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\frac{\partial j_i}{\partial x}, \quad i=1,2, \quad (4)$$

$$j_i = -\frac{F}{RT_0} z_i D_i C_i \frac{d\phi}{dx} - D_i \frac{dC_i}{dx}, \quad i=1,2, \quad (5)$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{F}{\epsilon_r} (z_1 C_1 + z_2 C_2), \quad (6)$$

где C_i , j_i – концентрации и потоки заряженных частиц МЖ, z_i – зарядовые числа, ϕ – потенциал, ϵ_r – диэлектрическая проницаемость МЖ, F – постоянная Фарадея, D_i – коэффициенты диффузии заряженных частиц МЖ, T_0 – температура, R – универсальная газовая постоянная.

Поскольку в представленной 1D модели автоколебаний частиц в магнитной жидкости рассматривается два типа заряженных магнитных частиц, то процесс перезарядки и соответствующие колебания происходят от одной до другой области объемного заряда.

Предположим, что процесс перезарядки волны заряженных частиц МЖ в точках $x=0$ и $x=H$ происходит постепенно по мере подхода заряженных частиц к ним. Например, отрицательно заряженные частицы в точке $x=0$ получают положительный заряд и становятся положительно заряженными, а положительно заряженные частицы МЖ (если они есть) доходят до точки $x=H$ и заряжаются отрицательно (рис. 4б). Отметим, что процесс перезарядки описывается крайевыми условиями при $x=0$ (7) и при $x=H$ (8), скачок потенциала $\Delta\phi$ задается в виде (9).

$$\left(-\frac{F}{RT_0} D_1 C_2 \frac{d\phi}{dx} - D_1 \frac{dC_2}{dx} \right) \Big|_{x=0} = j_{1A}, \quad (7)$$

$$\left(\frac{F}{RT_0} D_2 C_1 \frac{d\phi}{dx} - D_2 \frac{dC_1}{dx} \right) \Big|_{x=0} = j_{2A},$$

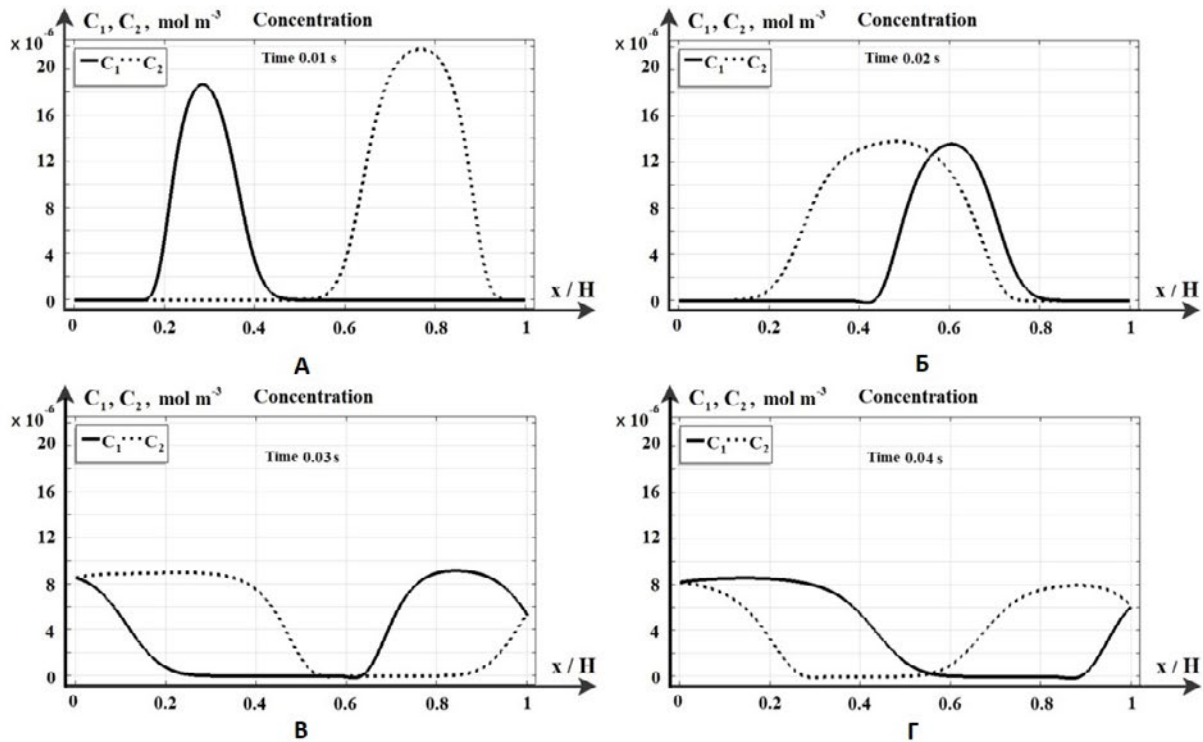


Рис. 4. Распределение концентраций положительно (C_1) и отрицательно (C_2) заряженных частиц МЖ в моменты времени: а) $t = 0.01$ с, б) $t = 0.02$ с, в) $t = 0.03$ с, г) $t = 0.04$ с

$$-\left(-\frac{F}{RT_0} D_1 C_2 \frac{d\phi}{dx} - D_1 \frac{dC_2}{dx} \right) \Big|_{x=H} = j_{1K}, \tag{8}$$

$$-\left(\frac{F}{RT_0} D_2 C_1 \frac{d\phi}{dx} - D_2 \frac{dC_1}{dx} \right) \Big|_{x=H} = j_{2K},$$

$$\phi(t, 0) = \Delta\phi, \quad \phi(t, H) = 0, \tag{9}$$

где $j_{1A}, j_{2A}, j_{1K}, j_{2K}$ – потоки перезаряженных частиц у анода и катода.

Начальные условия ($t = 0$) определяют исходное состояние системы, а ее дальнейшая эволюция определяется уравнениями и краевыми условиями. Так как тонкие приповерхностные слои образуются у обоих электродов, будем считать, что в начальный момент времени частицы МЖ сосредоточены у каждого из электродов (10):

$$C_1(0, x) = C_{10}(x), \quad C_2(0, x) = C_{20}(x) \tag{10}$$

Как будет показано ниже, такое начальное состояние приводит к появлению двух движущихся навстречу друг к другу концентрационных волн. При этом волны взаимодействуют друг с другом. Для изменения потенциала начальное условие определим линейной функцией (11):

$$\phi(0, x) = \phi_0(x) = \frac{H-x}{H} \Delta\phi. \tag{11}$$

Функция (11) соответствует условиям (10) и закону Ома в момент времени $t = 0$.

3. Обсуждение результатов численного исследования

Численные исследования проведены при следующих параметрах задачи: расстояние между электродами $H = 5 \cdot 10^{-5}$ м, расчет проведен для $t \in [0, 10]$ секунд с шагом запоминания 0.01 с. Параметры сетки: $n = 20\,000$ элементов. Скачок потенциала $\Delta\phi$ исследовался в диапазоне от 1 до 20 В. В расчетах принято некоторое начальное распределение концентрации магнитных частиц, соответствующее экспериментальным данным:

$$C_1(0, x) = C_2(0, x) = 3.4 \text{ об. \%}$$

Для численного решения краевой задачи математической модели использовался метод конечных элементов в среде моделирования в Comsol Multiphysics.

Объемная концентрация частиц магнетита, выраженная в моль/м³, равна:

$$C = 0.73593 \cdot 10^{-3} \text{ моль/м}^3,$$

$$C_1(0, x) = C_{10}(x) = 0.0074 \cdot e^{-x/(0.01H)} \text{ моль/м}^3,$$

$$C_2(0, x) = C_{20}(x) = 0.0074 \cdot e^{-(H-x)/(0.01H)}.$$

Согласно этим начальным условиям частицы МЖ первоначально распределены достаточно плотно у электродов, то есть приповерхностный слой уже образовался.

3.1. Результаты численного анализа для двух концентрационных волн

На рис. 4а представлено начальное распределение концентраций частиц $C_1(t, x)$ и $C_2(t, x)$. В начальный момент времени они заряжаются при координате $x = 0$ – положительно, при $x = H$ – отрицательно. Положительно заряженные частицы МЖ начинают двигаться по направлению к $x = H$, а отрицательно заряженные магнитные частицы к $x = 0$ (рис. 4б). Пунктирной линией (C_2) показаны отрицательно заряженные магнитные частицы, которые идут к положитель-

но заряженному электроду (аноду), а сплошной линией (C_1) – положительно заряженные магнитные частицы, которые идут к отрицательно заряженному электроду (катоду). Первоначально две разные по амплитуде концентрационные волны движутся навстречу друг другу. Затем их амплитуды постепенно становятся равными (рис. 4г). После того, как концентрационные волны достигают соответствующих электродов, частицы перезаряжаются. Далее цикл повторяется.

В момент времени $t = 0.05$ с (рис. 5а) образовался фронт положительно заряженных магнитных частиц. Один цикл полностью завершился (рис. 5б), начался следующий цикл (рис. 5в) и т. д. В моменты времени $t = 0.14$ с, $t = 0.17$. (рис. 5д, е) количество положительно и отрицательно заряженных частиц становится почти постоянным.

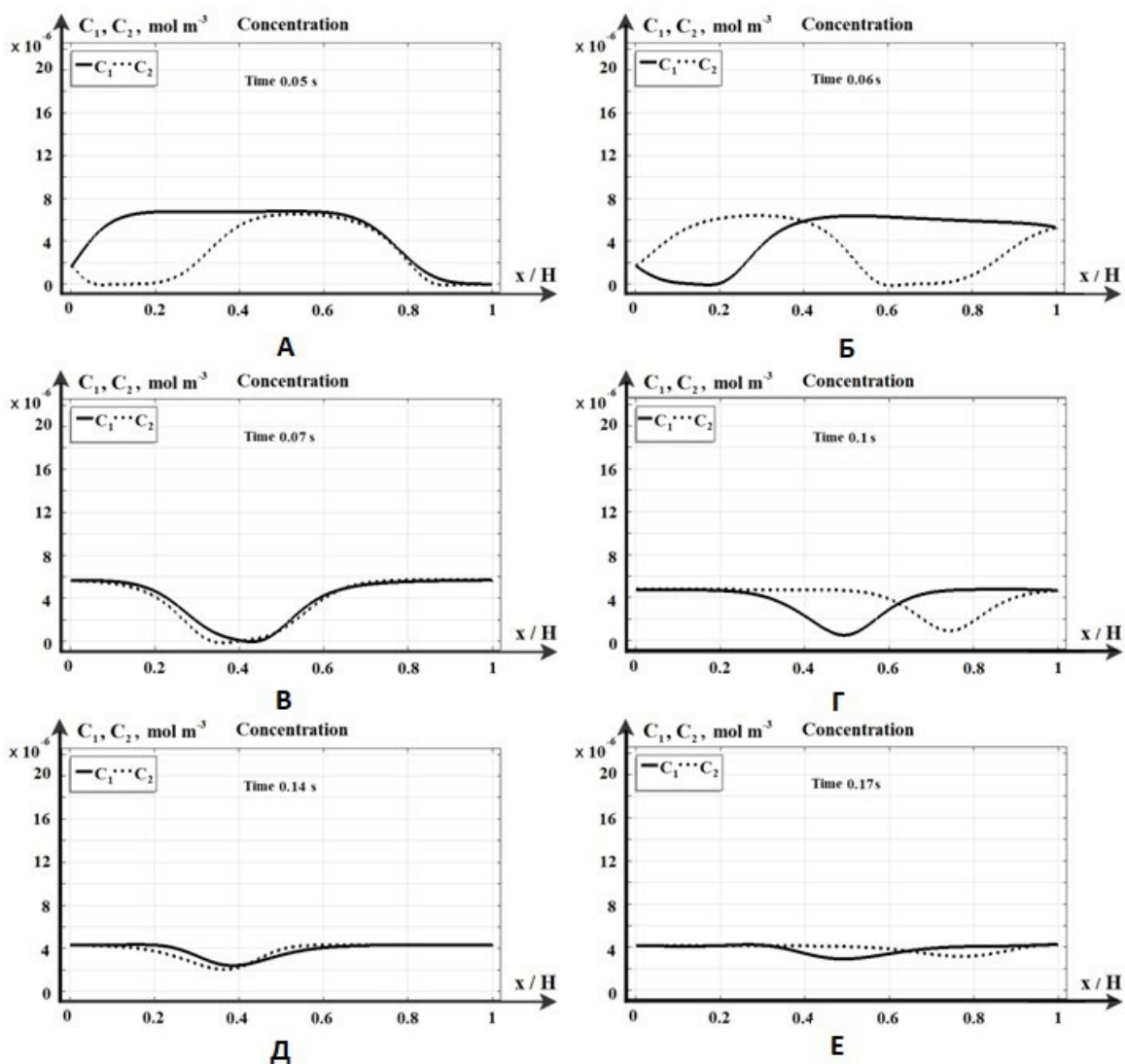


Рис. 5. Распределение концентраций положительно (C_1) и отрицательно (C_2) заряженных частиц МЖ в момент времени: а) $t = 0.05$ с., б) $t = 0.06$ с, в) $t = 0.07$ с, г) $t = 0.1$ с, д) $t = 0.14$ с, е) $t = 0.17$ с

В момент времени 0.29 с (рис. 6а) видно, как волна положительно заряженных магнитных частиц пошла к катоду, а волна отрицательно заряженных частиц движется навстречу, к аноду. При $t = 0.33$ с (рис. 6б) у анода волна максимально выросла и дальше начнет падать (рис. 6б).

Таким образом, частицы совершают движение от одного электрода к другому и обратно. Перезарядка происходит на электродах.

3.2. Сравнительный анализ численного и лабораторного экспериментов

Анализ выявил, что период колебаний в численном эксперименте варьируется от 0.5 до 0.6 с, что согласуется с экспериментальными данными. Численное исследование проведено при различных значениях скачка потенциала $\Delta\varphi$ в диапазоне от 1 до 20 В. Получено, что чем больше скачок потенциала, тем меньше период колебаний, что также подтверждается экспериментально. Кроме того, необходимо отметить, что чем меньше скачок потенциала, тем более процесс диффузии преобладает над электромиграцией, что подавляет автоколебательный процесс.

Показано, что при скачке потенциала меньше 3 В концентрационные волны не образуются при компьютерном моделировании и не наблюдаются экспериментально. Были рассмотрены различные значения зарядовых чисел частиц от ± 1 до ± 4 и выявлено, что чем больше величина заряда, тем более хаотичным становится движение и форма волны.

3.3. Программная реализация

Создан программный продукт «AutoWave01» с интуитивно понятным пользовательским интерфейсом и расширенным функционалом, предназначенный для изучения автоволновых

процессов в тонком слое магнитного коллоида. Использование приложения «AutoWave01» существенно сокращает затраты на дорогостоящие эксперименты и позволяет провести предварительный анализ с целью нахождения оптимальных параметров, давая возможность сохранения всех результатов исследования в удобном формате.

4. Заключение

В работе проведено математическое и компьютерное 1D моделирование автоколебательного процесса частиц в МЖ, которое на качественном уровне полностью отвечает лабораторному эксперименту. При повышении напряжения на электродах до определенного порогового значения $U_{кр}$ возникают колебания частиц дисперсной фазы между электродами. Это явление связано с зарядкой и перезарядкой частиц. Предсказательной ценностью данной модели являются возможность определения критического значения скачка потенциала, нахождения времени установления периода колебаний и другие характеристик процесса.

Заявленный вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет известных финансовых конфликтов интересов или личных отношений, которые могли бы повлиять на работу, представленную в этой статье.

Список литературы

1. Мурадова А. Г., Шарапаев А. И., Зайцева М. П., Кузнецова С. А., Юртов Е. В. Наноструктурирован-

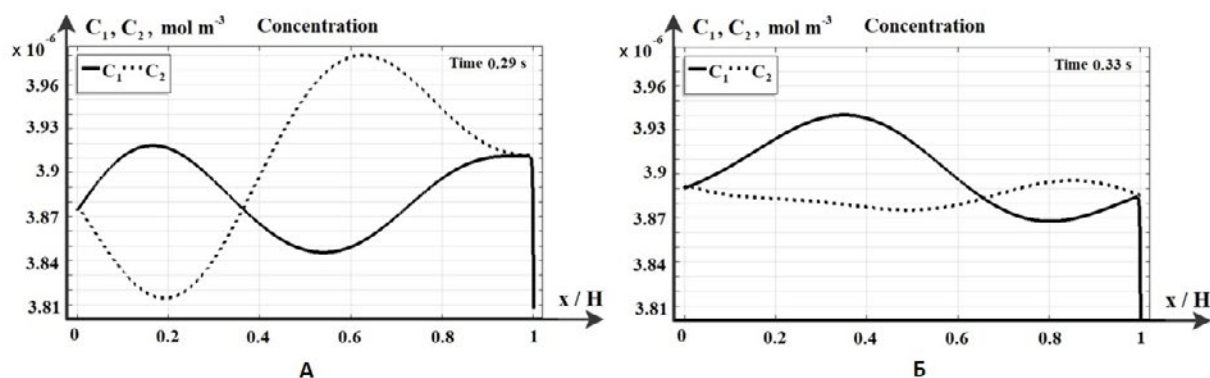


Рис. 6. Распределение концентраций положительно (C_1) и отрицательно (C_2) заряженных частиц МЖ в момент времени а) $t = 0.29$ с, б) $t = 0.33$ с (в увеличенном масштабе)

- ные оксиды железа. *Успехи в химии и химической технологии*. 2019;1(211): 77–78. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38098384>
2. Zakinyan A. Electrical conductivity of inverse magnetic fluid emulsion. *Magneto hydrodynamics*. 2018;54(1-2):163–166. <https://doi.org/10.22364/mhd.54.1-2.29>
3. Чеканов В. В., Кандаурова Н. В., Рахманина Ю. А., Чеканов В. С. *Индикатор ультразвука 2*. Патент РФ № 2446384; опублик. 27.03.2012; бюл. № 9.
4. Чеканов В. В., Кандаурова Н. В., Рахманина Ю. А., Чеканов В. С. *Индикатор теплового излучения*. Патент РФ № 2446422; опублик. 27.03.2012; бюл. № 9.
5. Чеканов В. В., Кандаурова Н. В., Рахманина Ю. А., Чеканов В. С. *Индикатор разности потенциалов*. Патент РФ № 2449382; опублик. 27.04.2012; бюл. № 12.
6. Chekanov V. V., Kandaurova N. V. Chekanov V. S. Observation of the autowave process in the near-electrode layer of the magnetic fluid. Spiral waves formation mechanism. *Journal of Molecular Liquids*. 2018;272: 828–833. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2018.10.073>
7. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости. *Успехи физических наук*, 1974;112(3): 427. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0112.197403b.0427>
8. Rosenzweig R. E. *Ferrohydrodynamics*. Cambridge University Press; 1985. 344 p.
9. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*. М.: Наука; 1973. 720 с.
10. Чеканов В. В., Кандаурова Н. В., Чеканов В. С., Романцев В. В. Использование электроуправляемой интерференции в электроперестраиваемом светофильтре и для наблюдения автоволнового процесса в приэлектродном слое магнитной жидкости. *Оптический журнал*. 2019;86(1): 21–26. <https://doi.org/10.17586/1023-5086-2019-86-01-21-26>
11. Жакин А. И. Ионная электропроводность и комплексообразование в жидких диэлектриках. *Успехи физических наук*. 2003;173(1): 51–68. <https://doi.org/10.3367/ufnr.0173.200301c.0051>
12. Жакин А. И. Кинетика агрегирования в неполярных жидких диэлектриках. *Электронная обработка материалов*. 2015;51(4): 49–60. Режим доступа: <https://eom.ifa.md/ru/journal/shortview/1206>
13. Жакин А. И. Приэлектродные и переходные процессы в жидких диэлектриках. *Успехи физических наук*. 2006;176(3): 279–310. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0176.200603d.0289>
14. Жакин А. И. Электродгидродинамика. *Успехи физических наук*. 2012;182(5): 495–520. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0182.201205b.0495>
15. Стишков Ю. К., Богданов Д. В. Влияние неравновесных приэлектродных слоев на структуру ЭГД течений в треионной модели диэлектрической жидкости. *Журнал технической физики*. 2017;87(8): 1144. <https://doi.org/10.21883/JTF.2017.08.44719.1882>
16. Кожевников В. М., Ларионов Ю. А., Демин М. С. Перенос и накопление заряда в слое магнитодиэлектрического коллоида с наноразмерными частицами *Вестник Северо-Кавказского государственного технического университета*. 2008;3: 46–50. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=11674845>
17. Kolesnikova A., Zakinyan A. Rotating magnetic field induced structure formation in a magnetic fluid emulsion. *Magneto hydrodynamics*. 2018;54(1-2): 45–48. <https://doi.org/10.22364/mhd.54.1-2.8>
18. Kuz'ko A. E., Chekanov V. S. Anisotropy of magnetic fluid conductivity in constant magnetic fields. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2020;56(6): 727–733. <https://doi.org/10.3103/S1068375520060095>
19. Kozhevnikov V. M., Larionov Y. A., Chuenkova I. Y. Features of electrical properties in a structured thin magnetic fluid layer. *Magneto hydrodynamics*. 2018;54(1-2): 55–59. <https://doi.org/10.22364/mhd.54.1-2.10>
20. Духин С. С., Эстрела Льюпис В. Р., Жолковский Э. К. *Электроповерхностные явления и электрофильтрация*. Киев: Наукова думка; 1985. 288 с.
21. Erin K. V. Study of the kinetics of space charge formation in colloidal magnetic nanoparticles in liquid dielectrics. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2017;53(4): 327–332. <https://doi.org/10.3103/S1068375517040044>
22. Ерин К. В. Электрооптические исследования электрофореза коллоидных частиц магнетита в керосине в поле приэлектродного объемного заряда. *Коллоидный журнал*. 2015;77(1): 24–29. <https://doi.org/10.7868/S0023291215010073>
23. Вавилин В. А. Автоколебания в жидкофазных химических системах. *Природа*. 2000;5Ж19–24. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35128874>
24. Chekanov V. V. Kandaurova N. V. Chekanov V. S. Effect of a nearsurface nanolayer formation on the magnetic fluid electrical properties. *Acta Technica*. 2018;63(4): 555–562.
25. Чеканов В. С., Коваленко А. В., Дискаева Е. Н., Кириллова Е. В. Математическое моделирование автоволнового процесса в тонком слое магнитного коллоида. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2020;17(4): 57–67. <https://doi.org/10.31429/vestnik-17-4-57-67>
26. Urtenov M. K., Uzdenova A. M., Kovalenko A. V., Nikonenko V. V., Pismenskaya N. D., Vasil'eva V. I., Pourcelly G. Basic mathematical model of overlimiting

transfer enhanced by electroconvection in flow-through electro dialysis membrane cells. *Journal of Membrane Science*. 2013; 447: 190–202. <https://doi.org/10.1016/j.memsci.2013.07.033>

27. Nikonenko V. V., Vasil'eva V. I., Akberova E. M., Uzdenova A. M., Urtenov M. K., Kovalenko A. V., Pismenskaya N. D., Mareev S. A., Pourcelly G. Competition between diffusion and electroconvection at an ion-selective surface in intensive current regimes. *Advances in Colloid and Interface Science*. 2016;235: 233–246. <https://doi.org/10.1016/j.cis.2016.06.014>

28. Gudza V. A., Pismenskiy A. V., Urtenov M. K., Shkorkina I. V., Chubyr N. O., Коваленко А. V. The influence of water dissociation/recombination on transport of binary salt in diffusion layer near ion exchange membrane. *Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems*. 2020;12(4): 923–935. <https://doi.org/10.5373/JARDCS/V12SP4/20201563>

29. Kovalenko A. V., Yzdenova A. M., Sukhinov A. I., Chubyr N. O., Urtenov M. Kh. Simulation of galvanic dynamic mode in membrane hydrocleaning systems taking into account space charge. *AIP Conference Proceedings*. 2019;2188(1): 050021. <https://doi.org/10.1063/1.5138448>

Информация об авторах

Чеканов Владимир Сергеевич, к. т. н., доцент кафедры информационных систем и технологий, Северо-Кавказский Федеральный Университет, Ставрополь, Российская Федерация; e-mail: oranjejam@mail.ru. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2680-2883>.

Кириллова Евгения Вадимовна, к. ф.-м. н., профессор Университета Прикладных Наук Рейн-Майн города Висбаден, Германия; e-mail: kirillova@web.de. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6797-0920>.

Коваленко Анна Владимировна, д. ф.-м. н., доцент, заведующая кафедрой анализа данных и искусственного интеллекта, Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация; e-mail: Savanna-05@mail.ru. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3991-3953>.

Дискаева Елена Николаевна, к. ф.-м. н., доцент кафедры промышленных технологий, Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «МИРЭА — Российский технологический университет» в г. Ставрополе, Ставрополь, Российская Федерация; e-mail: diskaevapes@mail.ru. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5185-6023>.

Поступила в редакцию 01.04.2021; одобрена после рецензирования 02.09.2021; принята к публикации 15.11.2021; опубликована онлайн 25.12.2021.