УДК 539.2

ОСОБЕННОСТИ ПЛОТНОСТИ КВАЗИЛОКАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ КРИСТАЛЛАХ С БИКВАДРАТНЫМ ЗАКОНОМ ДИСПЕРСИИ

©2015 С.Е.Савотченко

Белгородский юридический институт МВД России, ул. Горького, 71, 308024 Белгород, Россия e-mail: savotchenko@bsu.edu.ru

Поступила в редакцию 12.03.2015 г.

Аннотация. Проведен анализ плотности стационарных квазилокальных состояний сплошного спектра, возникающих за счет наличия дефектов в полупроводниковом кристалле с биквадратной зависимостью в низкоэнергетической ветви закона дисперсии. Изучено влияние плоского и точечного дефектов на особенности спектральной плотности квазилокальных состояний. Показано, что спектральная плотность имеет строгий максимум вследствие наличия квазилокального уровня энергии в системе. В случае плоского дефекта энергия квазилокального уровня смещена относительной энергии полного отражения квазилокального дефекта.

Ключевые слова: полупроводниковые кристаллы, квазилокальные состояния, дефекты в кристаллах, спектральная плотность, функция Грина.

введение

В сильных электрических полях могут проявляться такие существенные особенности закона дисперсии носителя заряда (далее квазичастицы), как наличие непараболических участков в низкоэнергетических зонах в ряде полупроводниковых кристаллов [1—3]. В связи с этим представляет особый интерес анализ особенностей взаимодействия квазичастиц с различными дефектами в такого вида кристаллах. Известно, что возникают резонансные явления, связанные с наличием в системе так называемых квазилокальных состояний, когда имеется несколько групп квазичастиц с отличающимися законами дисперсии [4—7], или в которых наблюдается более сложный, чем квадратичный закон дисперсии [8—11].

Целью данной работы является анализ особенностей плотности стационарных состояний сплошного спектра квазичастиц в кристалле при наличии дефектов. Изучение проведено на основе модели полупроводникового кристалла с биквадратной зависимостью в низкоэнергетической ветви закона дисперсии [8]. Такая модель достаточно хорошо описывает широкий класс полупроводниковых кристаллов с химическим составом типа In-Se. В частности, как показано в [2], зависимость энергии ε от квазиимпульса k для невырожденных зон, как электронов, так и дырок кристалла $\ln_4 Se_3$ соответствует закону дисперсии

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = E_0 - \alpha_x k_x^2 - \alpha_y k_y^2 - \alpha_z k_z^2 + + \beta_x k_x^4 + \beta_y k_y^4 + \beta_z k_z^4$$
(1)

в окрестности запрещенного энергетического промежутка, причем $|\alpha_i| << |\beta_i|$, *i=x*, *y*, *z*.

В [8] было показано, что в полупроводниковом кристалле с законом дисперсии вида (1) волновая функция стационарного состояния состоит из двух парциальных слагаемых. Это приводит к возникновению полного отражения от дефекта (граница раздела) при нетривиальных условиях, то есть когда дефект характеризуется отличной от нуля интенсивностью взаимодействия с квазичастицой, и энергия налетающей квазичастицы не совпадает с границей сплошного спектра стационарных состояний. Такое явление связано с наличием квазилокального состояния в изучаемой системе.

В данной работе проведен анализ особенностей плотности таких квазилокальных состояний сплошного спектра в двух случаях: при наличии плоского дефекта, рассмотренного в [8], и при наличии точечного дефекта. Будет показано, что плотность квазилокального состояния имеет строгий максимум вблизи энергии резонансного отражения, однако не в точности совпадающий с ним, а смещенный на определенную величину по шкале энергии.

1. Плотность квазилокальных состояний при наличии плоского дефекта

Рассматривается модель полупроводникового кристалла [8], в котором плоский дефект представляет собой границу раздела двух одинаковых кристаллов (граница двойников), лежит в плоскости *vOz*, а ось *Ox* перпендикулярна плоскости дефекта. Потенциал, моделирующий границу раздела кристаллических полупространств, считается короткодействующим $U(x) = U_0 \delta(x)$, а кристалл вдоль границы раздела однородный. Возмущения электронной плотности квазичастиц подчиняются уравнению Шредингера [8], соответствующему закону дисперсии (1), решение которого ищется в виде $\Psi(x, y, z) = \psi(x) \exp(ik_y y + ik_z z)$. Сделанные в [8] предположения о параметрах закона дисперсии (1) сводят фактически задачу к одномерной, что позволяет легко получить аналитические результаты и отметить особенности квазилокальных состояний. Опуская подробное описание рассматриваемой модели и отсылая к [8], следует отметить, что стационарные однородные состояния $\psi(x) = \psi_0 \exp(ikx)$ имеют закон дисперсии

$$E(k) = E_0 - \alpha k^2 + \beta k^4, \qquad (2)$$

где обозначено $\alpha = \alpha_x > 0$, $\beta = \beta_x > 0$, $E = \varepsilon + \alpha_y k_y^2 + \alpha_z k_z^2$, и учтено предположение о характере анизотропии кристалла $\beta_x >> \beta_y$ и $\beta_x >> \beta_z$.

Особый интерес представляет случай, когда энергия квазичастицы $E > E_0$. При этом один из квазиимпульсов k будет вещественным, а другой κ — чисто мнимым:

$$k^2 = \sqrt{\frac{E - E_m}{\beta}} + k_m^2, \qquad (3)$$

$$\kappa^2 = \sqrt{\frac{E - E_m}{\beta}} - k_m^2, \qquad (4)$$

где $E_m = E_0 - \frac{\alpha^2}{4\beta}, \ k_m^2 = \frac{\alpha}{2\beta}.$

В [8] при использовании системы граничных условий

$$\psi(+0) = \psi(-0); \quad \frac{\partial \psi(+0)}{\partial x} =$$
$$= \frac{\partial \psi(-0)}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 \psi(+0)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi(-0)}{\partial x^2};$$

$$\beta \left(\frac{\partial^3 \psi(+0)}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 \psi(-0)}{\partial x^3} \right) +$$

$$+ U_0 \psi(0) = 0$$
(5)

были получены коэффициенты отражения *r* и прохождения *t* в данном диапазоне энергии:

$$r = \frac{\Delta_r^2}{\Delta_r^2 + \Delta_t^2}, t = \frac{\Delta_t^2}{\Delta_r^2 + \Delta_t^2}, \tag{6}$$

где

$$\Delta_r = \kappa U_0, \ \Delta_t = k[U_0 - 2\beta\kappa(k^2 + \kappa^2)].$$
(7)

Графики коэффициентов отражения и прохождения (6) представлены на рис. 1. Динамика коэффициента прохождения при изменении интенсивности взаимодействия квазичастицы с границей раздела показана на рис. 2.



Рис. 1. Зависимости коэффициента прохождения (пунктирная линия t), отражения (пунктирная линия r) и добавки к плотности квазилокальных состояний (сплошная линия δg) от энергии. Энергия взята в относительных единицах E / E_0 . Значения всех параметров взяты в условных единицах: α =6; β =2; U_0 =5

Видно, что в системе возможно полное отражение квазичастицы от границы раздела (когда *t*=0) при условии [8]:

$$2\beta\kappa(k^2+\kappa^2) = U_0, \qquad (8)$$

определяющим резонансную энергию полного отражения E_R . Такое явление возможно при $U_0 > 0$. Причины возникновения такого рода резонансов обсуждались, например, в [4] для случая закона дисперсии из двух ветвей, в [11] для дискретной модели одномерного кристалла при учете взаимодействия первых и вторых соседних атомов решетки, в [7] для многоканального рассеяния электронов в гетеробарьерах.



Рис. 2. Характерное поведение зависимости коэффициента прохождения *t* от энергии для различных значений интенсивности взаимодействия квазичастицы с границей раздела U_0 . Энергия взята в относительных единицах E / E_0 . Значения всех параметров взяты в условных единицах: α =10; β =2; линия (1) для U_0 =5; линия (2) для U_0 =5.7; линия (3) для U_0 =7.1; линия (4) для U_0 =9.2; линия (5) для U_0 =12

Известно, что если коэффициенты прохождения (или отражения) обращаются в ноль (или единицу) при некоторых значениях энергии, то на этих энергетических уровнях наблюдаются пики плотности состояний. Найдем плотность квазилокального состояния, описываемого волновой функцией

$$\psi(x) = \begin{cases} A\cos(kx - \phi) + Be^{\kappa x}, \ x < 0\\ A\cos(kx + \phi) + Be^{-\kappa x}, x > 0 \end{cases}$$
(9)

где A и B — произвольные постоянные, j — фаза волны. Состояние (9) является частным случаем рассмотренного в [8] квазилокального состояния. Граничные условия (5) позволяют получить соотношение, связывающее фазу и квазиимпульсы k и к:

$$\operatorname{ctg}\phi = \frac{\Delta_t}{\Delta_r}.$$
 (10)

Следуя [9, 10], добавку к плотности состояний, возникающую за счет наличия в кристалле дефекта, можно вычислить по формуле

$$\delta g(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial \phi(E)}{\partial E}.$$
 (11)

Используя (10), получим

$$\delta g(E) = \frac{U_0 \{ \alpha U_0 + 2\beta^2 \kappa^3 (5k^2 + \kappa^2) \}}{8\pi (E - E_m) \sqrt{\beta (E - E_0)} \{ U_0 (U_0 - 4\beta \kappa k^2) + (12) + 8(E - E_0) \sqrt{\beta (E - E_m)} \}}$$

Анализ добавки к плотности квазилокальных состояний (12) показал, что резонансные уровни, как и следовало ожидать, возникают при $U_0 > 0$. На рис. З изображены графики зависимости (12) для различных значений интенсивности взаимодействия квазичастицы с дефектом. Видно, что при возрастании значения U_0 максимум $\delta g(E)$ «расплывается», смещаясь в сторону больших энергий. При стремлении U_0 к нулю форма кривой (12) стремится к дельта-функционной при подходе к границе сплошного спектра. При смене знака U_0 именно это состояние переходит в локальное состояние [8].



Рис. 3. Характерное поведение зависимости плотности квазилокальных состояний от энергии для различных значений интенсивности взаимодействия квазичастицы с границей раздела U_0 . Энергия взята в относительных единицах E / E_0 . Значения всех параметров взяты в условных единицах: α =10; β =2; линия (1) для U_0 =6; линия (2) для U_0 =6.5; линия (3) для U_0 =7.5; линия (4) для U_0 =9; линия (5) для U_0 =11

График зависимости (12) сходен с представленным в [2] графиком плотности состояний, поученным в результате численных вычислений на основе закона дисперсии (1) с параметрами для кристалла In₄Se₃.

Следует отметить, что энергия квазилокального уровня, при которой $\delta g(E)$ имеет максимум, не совпадает с резонансной энергией полного отражения E_R , определяемой из условия (8) (рис. 1). Поступая аналогично проделанному в [9, 10], можно найти величину этого смещения. С этой целью необходимо произвести разложение $\delta g(E)$ вблизи резонансной энергии полного отражения E_P . Предполагается, что вблизи E_R функции (7) $\Delta_r(E)$ и $\Delta_t(E)$ изменяются слабо, что возможно, когда значение E_R находится достаточно далеко от каких-либо особенностей спектра (границы ветвей спектра, и т. п.). Тогда разложение (12) по степеням $E-E_R$ в основном приближении имеет вид:

$$\delta g(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{\left(E - E_R + \delta E\right)^2 + \Gamma^2},$$
 (13)

где ширина резонансного уровня

$$\Gamma = -\frac{\Delta_t' \Delta_r}{\Delta_r'^2 + \Delta_t'^2}$$

и величина смещения максимума добавки к плотности состояний (12) от резонансной энергии прохождения E_p

$$\delta E = \frac{\Delta_r \Delta_r'}{\Delta_t'^2 + \Delta_r'^2}$$

в которых все величины вычислены при $E=E_{R}$:

$$\Delta_r = \kappa(E_R)U_0, \ \Delta'_{t,r} \equiv \frac{\partial \Delta_{t,r}}{\partial E}\Big|_{E=E}$$

Плотность квазилокальных состояний (13) вблизи точки $E=E_R$ имеет вид лоренцевской кривой с шириной Г, центр которого смещен относительно точки E_R на величину δE .

2. Плотность квазилокальных состояний при наличии точечного дефекта

Рассмотрим трехмерную модель полупроводникового кристалла с биквадратной зависимостью в низкоэнергетической ветви закона дисперсии, содержащего точечный дефект. Обобщением уравнения Шредингера с пространственной дисперсией для данной модели может служить следующее уравнение:

$$E\psi = E_0\psi + \alpha\Delta\psi + \beta\Delta\Delta\psi + U(\mathbf{r})\psi, \quad (14)$$

где Δ — оператор Лапласа, r — радиус-вектор. Аналогичное уравнение с короткодействующим потенциалом было рассмотрено в [12].

Точечный дефект, находящийся в начале координат, с достаточной степенью точности можно описывать учитывающим сферическую симметрию

потенциалом
$$U(\mathbf{r}) = U_0 \frac{\delta(r)}{4\pi r^2}$$
, где r — модуль ра-

диус-вектора.

В отсутствии дефекта уравнению (14) отвечает закон дисперсии (2), в котором под *k* понимается модуль квазиимпульса. Получены сферически симметричные функции Грина уравнения (14) для различных интервалов энергий: 1) в интервале $\mathbb{E} > E_0$:

$$G(r) = \frac{1}{4\pi\beta(k^2 + \kappa^2)} \frac{e^{ikr} - e^{-\kappa r}}{r},$$
 (15)

где квазиимпульсы k и к определяются выражениями (3) и (4). Следует отметить, что функция Грина (15) удовлетворяет условию

$$\lim_{r \to 0} r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0.$$
 (16)

2) в интервале
$$E_m < E < E_0$$

$$G(r) = \frac{1}{4\pi\beta(k_1^2 - k_2^2)} \frac{e^{ik_1r} - e^{ik_2r}}{r}, \qquad (17)$$

где пара вещественных квазиимпульсов:

$$k_{1,2}^2 = k_m^2 \pm \sqrt{\frac{E - E_m}{\beta}} \,. \tag{18}$$

3) в интервале
$$E < E_m$$

$$G(r) = \frac{1}{8\pi\beta q\gamma} \frac{e^{-\gamma r} \sin qr}{r},$$
 (19)

где

$$q^{2} = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{E_{0} - E}{\beta}} + k_{m}^{2} \right\}, \ \gamma^{2} = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{E_{0} - E}{\beta}} - k_{m}^{2} \right\}. (20)$$

Явный вид функций Грина позволяет получить плотность собственных стационарных состояний сплошного спектра в отсутствие дефекта по формуле:

$$g_0(E) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \lim_{r \to 0} G(r).$$
 (21)

Воспользовавшись (15) и (17), по формуле (21) можно найти

$$g_{0}(E) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi^{2}\beta(k_{1}+k_{2})}, E_{m} < E < E_{0} \\ \frac{k}{4\pi^{2}\beta(k^{2}+\kappa^{2})}, E > E_{0} \end{cases}$$
(22)

С помощью функции Грина (19) можно записать решение уравнения (14)

$$\psi(r) = -U_0 \psi(0) G(r),$$
 (23)

которое описывает состояние, локализованное вблизи точечного дефекта. Такое состояние реализуйся в интервале $E < E_m$, в котором имеется два комплексносопряженных квазиимпульса, а величины q и γ (20) представляют собой соответственно их вещественную и мнимую части: $k_{1,2}=q\pm i\gamma$. Поэтому локализованное состояние (23) является обобщенным, то есть затухание решения по мере

удаления от дефекта происходит осциллирующим образом. Аналогичное состояние было проанализировано в [12] при описании влияния точечного дефекта на температуру неоднородного перехода в локализованное состояние сверхпроводника для случая сферически симметричной зависимости энергии от квазиимпульса.

Из (23) при *r*=0 следует условие возникновения локального состояния

$$8\pi\beta\gamma = -U_0, \qquad (24)$$

которое возможно при $U_0 < 0$ (напоминаем, что $\beta > 0$ и $\gamma > 0$). Локальный уровень энергии, определяемый (24), имеет вид:

$$E_{L} = E_{m} - \frac{\alpha U_{0}^{2}}{32\pi^{2}\beta^{2}} \left(1 + \frac{U_{0}^{2}}{32\pi^{2}\alpha\beta} \right).$$
(25)

Основной интерес представляют квазилокальные состояния, которые могут существовать в интервале $\mathcal{Z} > E_0$. Ориентируясь на вид функции Грина (15), волновую функцию, описывающую квазилокальное состояние, следует искать в виде:

$$\psi(r) = C\left\{\frac{\cos(kr-\phi)}{r} - \frac{e^{-\kappa r}}{r}\cos\phi\right\},\qquad(26)$$

где C — произвольная постоянная, φ — постоянная фаза. Эти параметры C и φ определяются из граничных условий, которые можно получить из уравнения (14). Поскольку искомое решение (26) обладает сферической симметрией, достаточно рассмотреть уравнение (14) и граничные условия

той же симметрии, считая $\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right).$

Так как функция Грина (15) удовлетворяет условию (16), то и вид волновой функции (26) подобран так, чтобы она тоже удовлетворяла условию (16). Поэтому условие (16) должно входить в систему граничных условий для уравнения (14).

Положив в уравнении (14) $r \to 0$, можно выделить его основную часть, считая $\psi = \psi(r)$:

$$\alpha \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \beta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \Delta \psi \right) =$$

$$= -\frac{U_0}{4\pi} \delta(r) \psi(0)$$
(27)

Непосредственное интегрирование уравнения (27) вблизи нуля с учетом выполнения (16) дает еще одно граничное условие:

$$\lim_{r \to 0} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \Delta \psi = -\frac{U_d}{4\pi\beta} \psi(0) \,. \tag{28}$$

Подставив волновую функцию (26) в условие (28), можно получить соотношение, связывающее фазу φ и квазиимпульсы *k* и к:

$$\mathrm{tg}\phi = -\frac{\kappa U_0 + 4\pi\beta(k^2 + \kappa^2)}{kU_0}.$$
 (29)

Соотношение (29) определяет непрерывный спектр квазилокальных состояний в присутствии сферически симметричного точечного дефекта в среде с пространственной дисперсией, аналогично полученному в предыдущем пункте спектральному соотношению (10).

Используя соотношение (29), можно вычислить по формуле (11) добавку к плотности состояний (22), возникающую за счет наличия квазилокального состояния в сплошном спектре. В результате получается:

$$\delta g(E) = -\frac{U_0 \{ \alpha U_0 + 8\pi \beta \kappa [\alpha + \sqrt{\beta (E - E_m)}] \}}{4\pi (E - E_m) \sqrt{\beta (E - E_0)} \{ U_0 (U_0 + 8\pi \beta \kappa) + (30) + 32\pi^2 \beta \sqrt{\beta (E - E_m)} \}}$$

На рис. 4 показаны графики зависимости (30) для различных значений интенсивности взаимодействия квазичастицы с точечным дефектом. Динамика изменения плотности квазилокального состояния в зависимости от величины интенсивности взаимодействия квазичастицы с точечным дефектом отличается от поведения плотности квазилокального состояния при наличии плоского



Рис. 4. Характерное поведение зависимости плотности квазилокальных состояний от энергии для различных значений интенсивности взаимодействия квазичастицы с точечным дефектом U_0 . Энергия взята в относительных единицах E / E_0 . Значения всех параметров взяты в условных единицах: $\alpha = \beta = 2$; линия (1) для $U_0 = 7$; линия (2) для $U_0 = -4.6$; линия (3) для $U_0 = -2.2$

дефекта (см. п. 1). Видно, что при уменьшении абсолютного значения U_0 максимум $\delta g(E)$ уменьшается, слабо смещаясь границе спектра квазилокальных состояний. В отсутствие дефекта (когда $U_0 \rightarrow 0$) максимум $\delta g(E)$ пропадает, что означает отсутствие квазилокального уровня.

выводы

В рассмотренных моделях полупроводникового с биквадратной зависимостью в низкоэнергетической ветви закона дисперсии наличие неоднозначной зависимости энергии от квазиимпульсов, в основном, сводилось к учету пространственных производных порядка выше второго в уравнении Шредингера, то есть к учету пространственной дисперсии. Это позволило описать несколько качественно новых эффектов, связанных с неквадратичностью закона дисперсии. Поэтому в заключение следует отметить роль пространственной дисперсии при изучении резонансных явлений с энергиями в сплошном спектре стационарных состояний кристаллов, имеющих дефекты.

В кристалле с плоским дефектом учет пространственной дисперсии посредством неквадратичной зависимости энергии от квазиимпульса приводит к возможности полного отражения квазичастицы от дефекта при нетривиальных значениях исходных параметров. В таком кристалле со сложным законом дисперсии возникают квазилокальные состояния с энергиями внутри сплошного спектра собственных стационарных состояний. Наличие квазилокального состояния обуславливает появление добавки к спектральной плотности состояний, которая имеет ярко выраженный максимум. Значение энергии квазилокального уровня, при котором добавка к плотности состояний имеет максимум, смещено на конечную величину относительно резонансной энергии полного отражения квазичастицы от плоского дефекта.

Естественно, что подобных особенностей не наблюдается в случае квадратичного закона дисперсии. Напомним, что в случае квадратичного закона дисперсии $E(k) = E_0 + \alpha k^2$ коэффициенты отражения и прохождения имеют вид:

$$r = \frac{U_0^2}{U_0^2 + 4\alpha(E - E_0)}, \ t = \frac{4\alpha(E - E_0)}{U_0^2 + 4\alpha(E - E_0)}.$$
 (31)

Ясно, что в этом случае полное отражение возможно только при $E = E_0$. Добавка к спектральной плотности, вычисленная по формуле (11) для со-

стояния с волновой функцией $\psi(x)=A\cos(\varphi+k|x|)$ и квадратичным законом дисперсии, имеет вид

$$\delta g(E) = \frac{\alpha U_0}{\pi \sqrt{E - E_0} \{U_0^2 + 4\alpha (E - E_0)\}}.$$
 (32)

Зависимость (32) является монотонной, с характерной для одномерного случая корневой особенностью на границе сплошного спектра. Следовательно, как показал анализ особенностей сплошного спектра, резонансные свойства границы раздела кристалла существенно меняются, если квазичастицы обладают неоднозначной зависимостью энергии от квазиимпульсов.

Наличие в кристалле с биквадратной зависимостью в низкоэнергетической ветви закона дисперсии точечного дефекта также приводит к возникновению квазилокального состояния, причем их спектральная плотность имеет особенности, сходные с особенностями плотности состояний кристалла с плоским дефектом, хотя и наблюдаются различия в их поведении при изменении интенсивности взаимодействия квазичастицы с дефектами. Полная плотность состояний в этом случае представляет собой сумму плотности бездефектных состояний (22) в интервале $\mathcal{Z} > E_0$ и добавки (30): $g(E)=g_0(E)+\delta g(E)$.

В заключение следует отметить, что наличие квазилокальных уровней в кристалле существенным образом меняет его электронные свойства (вольтамперные характеристики полупроводникового перехода) при низких температурах [7]. Можно ожидать также изменение и термодинамических свойств. Например, наличие максимума плотности квазилокальных состояний приведет к появлению особенностей электронной теплоемкости кристалла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bercha D. M., Rushchanskii K. Z., Sznajder M. A. // *Physica Status Solidi b*, 1999, vol. 212, № 2, pp. 247–261.

2. Bercha D. M., Kharkhalis L. Yu., Bercha A. I., Sznajder M. A. // *Physica Status Solidi b*, 1997, vol. 203, № 2, pp. 427–440.

3. Kharkhalis L. Yu., Shenderoviskh V. A., Sznajder M. A., Bercha D. M. // *Acta Physica Polonica A*, 2009, vol. 116, № 5, pp. 952—953.

4. Косевич А. М. // Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1999, т. 115, № 1, с. 306—317.

5. Косевич А. М., Мацокин Д. В., Савотченко С. Е. // *Научные ведомости. Серия Физика. БелГУ*, 2001, № 1(14), с. 21—26.

6. Савотченко С. Е. // Известия высших учебных заведений. Физика, 2001, т. 44, № 4, с. 67—73.

ОСОБЕННОСТИ ПЛОТНОСТИ КВАЗИЛОКАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ...

7. Ким Ч. С., Сатанин А. М., Штенберг В. Б. *Жур*нал экспериментальной и теоретической физики, 2000, т. 118, № 2(8), с. 413—421.

8. Савотченко С. Е. // *Физика и техника полупроводников*, 2000, т. 34, № 11, с. 1333—1338.

9. Косевич А. М., Мацокин Д. В., Савотченко С. Е. // Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики, 2001, т. 73, № 11—12, с. 680—683.

10. Косевич А. М., Мацокин Д. В., Савотченко С. Е. // Вестник Харьковского национального университета. Серия «Физика», 2002, № 558, вып. 6, с. 138—147.

11. Косевич А. М., Савотченко С. Е. // *Физика низких температур*, 1999, т. 25, № 7, с. 737—747.

12. Буздин А. И., Меньшов В. Н., Тугушев В.В // Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1986, т. 91, № 6(12), с. 2204—2219.

PECULIARITIES OF THE QUASI-LOCALIZED STATES IN THE PRESENCE OF THE DEFECTS IN SEMICONDUCTOR CRYSTALS WITH BIQUADRATIC DISPERSION LAW

©2015 S. E. Savotchenko

Belgorod Law Institute of the Ministry of Internal Affairs of the Russia, Gor'kogo st., 71, 308024 Belgorod, Russia e-mail: savotchenko@bsu.edu.ru

Received 12.03.2015

Abstract. Density of stationary quasi-localized states of continuous spectrum of the semiconductor crystal with the dispersion law with a low-energy non-parabolicityure is analyzed. Non-parabolic dispersion law lies in a model of such crystal. The influence of the plane and point defects on the peculiarities of spectral density of the quasi-localized states is investigated. It is shown that the spectral density has the sharp maximum in consequence of the presence of quasi-localized state in the system. The quasi-localized energy level is shifted from resonance energy of the total reflection of quasi-particle from the plane defect. A spherically symmetric case was analyzed in the presence of point defects in a semiconductor crystal with biquadratic low-energy branch of the dispersion law. Spherically symmetric Green's functions for different energy intervals and the density of quasi-local states were obtained. It is shown that a maximum density of quasi-local states is reducing and shifting towards the boundary of the spectrum of these states in the case of decreasing in the intensity of the interaction of a particle with the defect.

Keywords: semiconductor crystals, quasi-localized states, defects in crystals, spectral density, Green function.

REFERENCES

1. Bercha D. M., Rushchanskii K. Z., Sznajder M. A. *Physica Status Solidi b*, 1999, vol. 212, no. 2, pp. 247—261. DOI: 10.1002/(SICI)1521— 3951(199904)212:2<247:: AID-PSSB247>3.0.CO;2-N.

2. Bercha D. M., Kharkhalis L. Yu., Bercha A. I., Sznajder M. A. *Physica Status Solidi b*, 1997, vol. 203, no. 2, pp. 427—440. DOI: 10.1002/1521—3951(199710)203:2<427:: AID-PSSB427>3.0.CO;2-S.

3. Kharkhalis L. Yu., Shenderoviskh V. A., Sznajder M. A., Bercha D. M. *Acta Physica Polonica A*, 2009, vol. 116, no. 5, pp. 952—953.

4. Kosevich A. M. J. of Experimental and Theoretic Physics, 1999, vol. 115, no. 1, pp. 306—317. Available at: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/r_115_0306.pdf

5. Kosevich A. M., Savotchenko S. E. Nauchnie vedomosti. Seriya «Fizika». BelGU, 2001, no. 1(14), pp. 21-26.

6. Savotchenko S. E. Russian Physics Journal, 2001, vol. 44, no. 4, pp. 67-73.

7. Kim Ch.S., Satanin A. M., Shtenberg V. B. JETP,

vol. 91, no. 2, pp. 361-368. DOI:10.1134/1.1311996

8. Savotchenko S. E. *Semiconductors*, 2000, vol. 34, no. 11, pp. 1333—1338. Available at: http://journals.ioffe. ru/ftp/2000/11/p1333—1338.pdf

9. Kosevich A. M., Matsokin D. V., Savotchenko S. E. *J. of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 2001, vol. 74, no. 11, pp. 559–563. DOI: 10.1134/1.1450291

10. Kosevich A. M., Savotchenko S. E. Vestnik Kharkovskogo Natsional'nogo Universiteta. Seriya «Fizika», 2002, no. 476, iss. 4, pp. 31—33.

11. Kosevich A. M., Savotchenko S. E. *Low Temperature Physics*, 1999, vol. 25, no. 7, pp. 737–747.

12. Buzgin A. I., Men'shov V.N., Tugushev V. V. J. of *Experimental and Theoretic Physics*, 1986, vol. 91, no. 6(12), pp. 2204–2219. Available at: http://www.jetp. ac.ru/cgi-bin/dn/e_064_06_1310.pdf

Савотченко Сергей Евгеньевич — д. ф.-м. н., профессор кафедры информационно-компьютерных технологий в деятельности ОВД, Белгородский юридический институт МВД России; тел.: +7(920) 5610446, e-mail: savotchenko@bsu.edu.ru Savotchenko Sergey E. — Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Department of Computer Science and Technologies for the Work of Internal Affairs, Belgorod Law Institute of the Ministry of Internal Affairs of the Russia; ph.: +7(920) 5610446, e-mail: savotchenko@bsu.edu.ru