

УДК 534.1

ОСОБЕННОСТИ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА УЛЬТРАЗВУКЕ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

© 2005 Г.С. Нахмансон, П.Л. Маньков

Воронежский государственный университет
Поступила в редакцию 30.11.05

Рассматривается брэгговская дифракция когерентного оптического излучения на ультразвуковых волнах с непрерывным ограниченным частотным спектром в области высоких частот. Рассчитаны распределения амплитуд дифрагированных световых волн по длине акустооптического взаимодействия. Исследована зависимость амплитуд дифрагированного света от длины области акустооптического взаимодействия, ширины и формы спектра ультразвука и величины отклонения центральной частоты спектра ультразвука от частоты Брэгга.

ВВЕДЕНИЕ

В основе явления акустооптического взаимодействия лежит эффект фотоупругости, то есть изменение показателя преломления среды под действием упругих напряжений. Вследствие этого распространяющиеся в оптически прозрачной среде акустические волны вызывают неоднородности показателя преломления, перемещающиеся со скоростью звука. Проходя через акустическое поле, когерентное оптическое излучение дифрагирует на этих неоднородностях. Теория акустооптического взаимодействия для совокупности нескольких акустических монохроматических волн в настоящее время достаточно хорошо разработана [1-5]. Однако, в современных системах оптической обработки информации часто используются акустические волны с непрерывным ограниченным спектром. Поэтому исследование особенностей акустооптического взаимодействия когерентного оптического излучения с ультразвуком, непрерывный спектр которого занимает некоторую полосу в области высоких частот, представляет интерес для решения ряда практических задач.

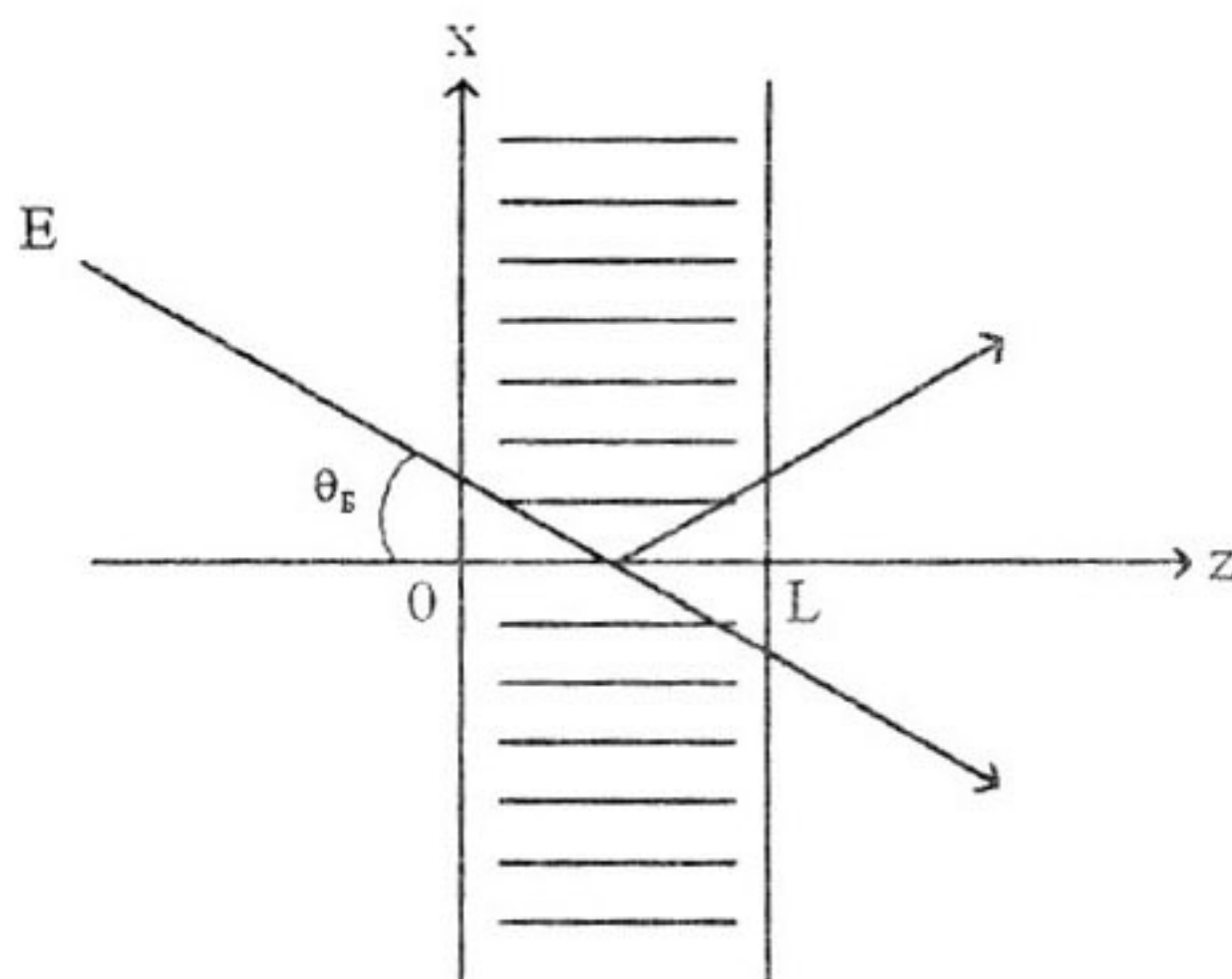
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим распространение плоской акустической волны $s(x, t)$ с непрерывным

спектром, занимающим полосу частот $\Delta\omega$, вдоль положительного направления оси x в изотропной среде, ограниченной плоскостями $z=0$ и $z=L$ (рис.1). Будем считать, что на плоскость $z=0$ под углом Брэгга θ_B к оси z падает плоская электромагнитная волна

$$E = E_0 \exp[j(kx \sin \theta_B + kz \cos \theta_B - \nu_0 t)]$$

с амплитудой E_0 и частотой ν_0 . Волновое число световой волны $k = 2\pi n/\lambda$ (λ — длина волны света, n — показатель преломления невозмущенной среды акустооптического взаимодействия), а угол Брэгга определя-



**ОСОБЕННОСТИ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
НА УЛЬТРАЗВУКЕ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ**

ется из условия $\sin \theta_B = -K_B/2k_0$ ($K_B = \omega_B/V$ и ω_B — волновой вектор и частота спектральной составляющей ультразвука, для которой выполняется условие Брэгга, V — скорость звука в среде взаимодействия). Под воздействием акустической волны происходит изменение показателя преломления среды: $n(x,t) = n + \Delta n s(x,t)$, где Δn — амплитуда изменения показателя преломления, вызванная акустической волной единичной мощности.

Будем считать, что оптические и акустические поля не зависят от координаты y . Тогда волновое уравнение для световой волны в области взаимодействия оптического излучения и звука ($0 \leq z \leq L$) можно записать в виде:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\epsilon E)}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Так как для большинства акустооптических устройств справедливо соотношение $\Delta n/n \ll 1$, то волновое уравнение (1) для нашего случая можно представить как:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{2n\Delta n}{c^2} \frac{\partial^2 (sE)}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Представим поле световой волны в пределах области взаимодействия света и звука в виде разложения по плоским монохроматическим волнам, амплитуды которых зависят от координаты z :

$$E(x,z,t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [E_1(k_x, z, \nu) \exp(jk_z z) + E_{-1}(k_x, z, \nu) \exp(-jk_z z)] \times \exp(j[k_x x - \nu t]) dk_x d\nu,$$

причем волновой вектор \vec{k} и частота ν каждой плоской волны связаны между собой соотношением

$$k_x^2 + k_z^2 = |\vec{k}|^2 = \nu^2 n^2 / c^2. \quad (4)$$

Функция $E_1(k_x, z, \nu)$ определяет спектр плоских монохроматических волн, распространяющихся в положительном направлении вдоль оси z , а функция $E_{-1}(k_x, z, \nu)$ — спектр отраженных решеткой волн. Обе спектральные функции $E_\alpha(k_x, z, \nu)$ ($\alpha = \pm 1$) мо-

гут быть найдены через общее поле $E(x,z,t)$ с помощью преобразования Фурье обратного (3):

$$E_1 \exp(jk_z z) + E_{-1} \exp(-jk_z z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x,z,t) \exp(-j[k_x x - \nu t]) dx dt.$$

Как показано в [1,6] для спектральных функции E_α выполняется условие

$$\frac{dE_1}{dz} \exp(jk_z z) + \frac{dE_{-1}}{dz} \exp(-jk_z z) = 0. \quad (5)$$

Представляя акустическую волну также в виде разложения по плоским волнам

$$s(x,t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, K) \times \exp(j[Kx - \omega t]) dK d\omega, \quad (6)$$

и подставляя (3) и (6) в волновое уравнение (2), с учетом (4) и (5), получаем систему уравнений первого порядка для функций E_α :

$$\frac{dE_\alpha(k_x, z, \nu)}{dz} = j\alpha \frac{k^2 \Delta n}{k_z n} \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, K) [E_\alpha(k'_x, z, \nu') \exp(j\eta_\alpha z) + E_{-\alpha}(k'_x, z, \nu') \exp(j\xi_\alpha z)] dK d\omega, \quad (7)$$

где $k'_x = k_x - K$, $\nu' = \nu - \omega$, $\eta_\alpha = \alpha(k'_z - k_z)$, $\xi_\alpha = -\alpha(k'_z + k_z)$, $k'_z = \sqrt{(\nu')^2 n^2 / c^2 - (k'_x)^2}$.

В [3] показано, что при анализе взаимодействия плоских волн отраженными световыми волнами можно пренебречь. Тогда (7) преобразуется к виду:

$$\frac{dE_1(k_x, z, \nu)}{dz} = j \frac{k^2 \Delta n}{k_z n} \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, K) E_1(k'_x, z, \nu') \exp(j\eta_1 z) dK d\omega. \quad (8)$$

В нашем случае уравнение (8) должно решаться совместно с граничным условием, задаваемым на границе области взаимодей-

ствия света и звука при $z = 0$:

$$E_1(k_x, 0, \nu) = \delta(k_x - k_{Bx} - K) \delta(\nu - \nu_0 - \omega) \quad (9)$$

Будем искать решение уравнения (8) в виде разложения искомых функций E_1 в ряд по малому параметру $\Delta n/n$:

$$E_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\Delta n}{n} \right)^i E_1^{(i)}. \quad (10)$$

В качестве нулевого приближения выбираем функцию, определяемую граничным значением $E_1(0)$ в (9). Подставляя (10) в (8) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра, получаем

$$\frac{dE_1(k_x, z, \nu)}{dz} = j \frac{k^2 \Delta n}{k_z n} \frac{1}{4\pi^2} \times \quad (11)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, K) E_1(k_x, z, \nu') \exp(j\eta_1 z) dK d\omega.$$

Проводя в (12) интегрирование по z , нетрудно убедиться, что

$$E_1^{(i+1)}(k_x, z, \nu) = j \frac{k^2}{k_z} \frac{1}{4\pi^2} \int_0^z dz \times \quad (12)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, K) E_1^{(i)}(k_x, z, \nu') \exp(j\eta_1 z) dK d\omega.$$

Соотношения (12) позволяют рассчитать последовательно любой член ряда (10), представляющего собой точное решение задачи дифракции. Рассмотрим случай, когда спектральная функция акустических колебаний $S(\omega, K)$ не зависит от координаты z . Проводя в (12) интегрирование по координате z в пределах от 0 до L , с учетом того, что функция $E_1^{(0)}$ также не зависит от z , получаем:

$$E_1^{(1)}(k_x, L, \nu) = j \frac{k^2}{k_z} \frac{L}{4\pi^2} \times \quad (13)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega, K) E_1^{(0)} \operatorname{sinc}\left(\frac{\eta_1 L}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta_1 L}{2}\right) dK d\omega.$$

Если $E_1^{(0)}$ определяются (9), то

$$E_1^{(1)}(k_x, L, \nu) = j \frac{k^2 L}{k_z} S(\nu - \nu_0, k_x - k_{Bx}) \times$$

$$\times \operatorname{sinc}\left(\frac{\eta_1 L}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta_1 L}{2}\right). \quad (14)$$

Так как обычно частоты света и звука связаны неравенством $\Omega \ll \omega_0$, то углы дифракции достаточно малы, и изменением частоты света при дифракции можно пренебречь. В этом случае η_1 может быть представлено в виде

$$\eta_1 = k_{Bz} - k_z \approx k(\cos\theta_B - \cos\theta) \approx$$

$$\approx \frac{\pi Q}{L} \frac{\Delta\omega_0}{\omega_B} \left[1 + \frac{\Delta\omega_0}{\omega_B} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{\omega_0}{\Delta\omega_0} \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right) \right] \times \quad (15)$$

$$\times \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{\omega_0}{\Delta\omega_0} \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right),$$

где $Q = \lambda_0 L f_B^2 / n V^2$ — волновой параметр акустооптического взаимодействия (λ_0 — длина волны падающего света; L — длина акустооптического взаимодействия; $f_B = \omega_B / 2\pi$ — частота ультразвука, для которой выполняется условие Брэгга; n — коэффициент преломления невозмущенной среды акустооптического взаимодействия); $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_B$ — расстройка центральной частоты ультразвука относительно частоты Брэгга; $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ — ширина спектра ультразвука.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим случай, когда ультразвук возбуждается электрическим сигналом, имеющим постоянную спектральную плотность в пределах ширины спектра $\Delta\omega$, т.е.

$$S(\omega) = \begin{cases} S_0, & \omega_0 - \Delta\omega/2 \leq \omega \leq \omega_0 + \Delta\omega/2, \\ 0, & \omega < \omega_0 - \Delta\omega/2, \omega > \omega_0 + \Delta\omega/2. \end{cases} \quad (16)$$

Выражение (14) с учетом (16) принимает вид

$$E_1^{(1)}(k_x, L, \nu) = j \frac{k^2 L}{k_z} S_0 \Pi(\nu, \nu_0 + \omega_0, \Delta\omega) \times \quad (17)$$

$$\times \operatorname{sinc}\left(\frac{\eta_1 L}{2}\right) \exp\left(\frac{j\eta_1 L}{2}\right),$$

где $\Pi(\nu, \nu_0 + \omega_0, \Delta\omega) =$

$$= \begin{cases} 1, & \nu_0 + \omega_0 - \Delta\omega/2 \leq \nu \leq \nu_0 + \omega_0 + \Delta\omega/2 \\ 0, & \nu \leq \nu_0 + \omega_0 - \Delta\omega/2, \nu \geq \nu_0 + \omega_0 + \Delta\omega/2. \end{cases}$$

ОСОБЕННОСТИ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ КОГЕРЕНТНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА УЛЬТРАЗВУКЕ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЧАСТОТНЫМ СПЕКТРОМ

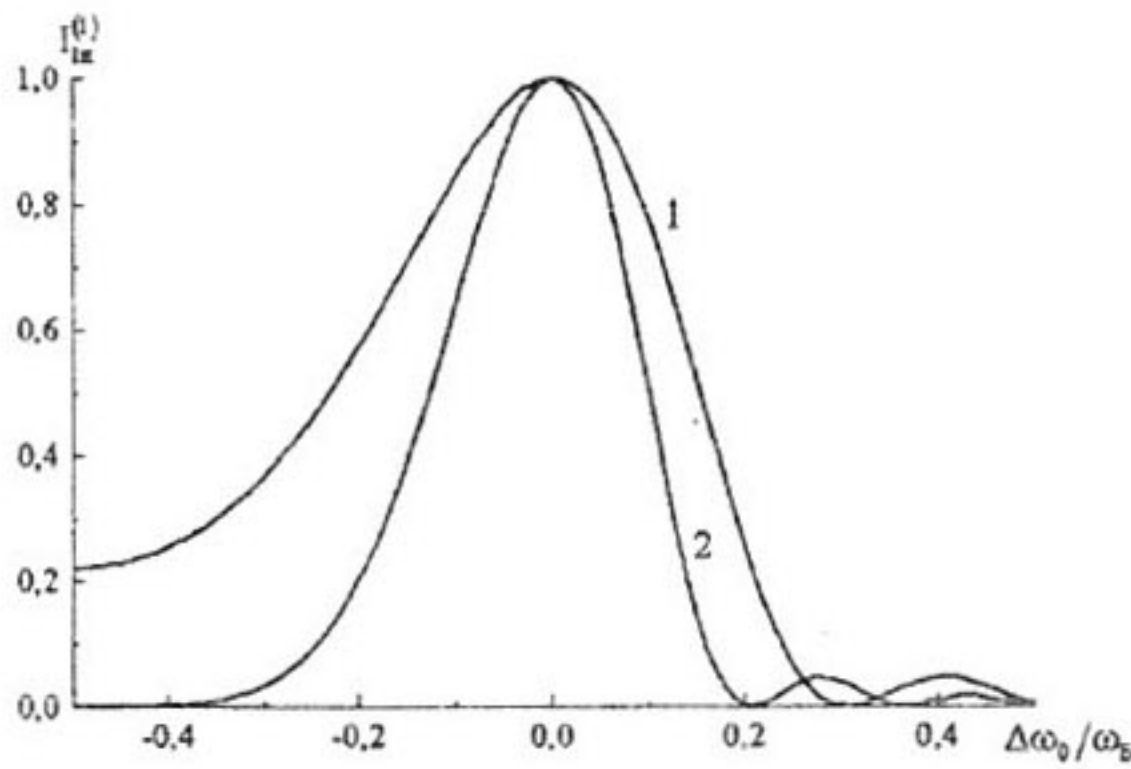


Рис. 2. Зависимость нормированной интенсивности дифрагированного света от расстройки центральной части спектра ультразвука относительно частоты Брэгга, нормированной на величину последней.

Тогда интенсивность дифрагированного света определяется как

$$I_1^{(1)}(k_x, L, \nu) = |E_1^{(1)}(k_x, L, \nu)|^2 = \left(\frac{k^2 L}{k_z}\right)^2 \times S_0^2 \Pi^2(\nu, \nu_0 + \omega_0, \Delta\omega) \operatorname{sinc}^2 \frac{\eta_1 L}{2}. \quad (18)$$

На рис. 2 представлена зависимость $I_{\text{ин}}^{(1)} = I_1^{(1)} / S_0^2 (k^2 L / k_z)^2$ — интенсивности дифрагированного света, нормированной на ее величину, соответствующую дифракции на центральной частоте спектра ультразвука ω_0 от $\Delta\omega_0 / \omega_B$ — расстройки центральной частоты спектра ультразвука относительно частоты Брэгга, нормированной на величину последней, при различных значениях волнового параметра акустооптического взаимодействия Q . Кривая 1 соответствует $Q=5$, кривая 2 — $Q=8$. Из хода кривых видно, что интенсивность дифрагированного излучения достигает максимального значения, когда центральная частота спектра ультразвука совпадает с частотой Брэгга. При отклонении ω_0 относительно ω_B интенсивность дифрагированного излучения уменьшается тем быстрее, чем больше волновой параметр акустооптического взаимодействия Q .

При малых $\Delta\omega_0 / \omega_B$, как следует из выражения (15) фазовая расстройка, определяющая интенсивность дифрагированного света пропорциональна значениям Q и $\Delta\omega_0 / \omega_B$

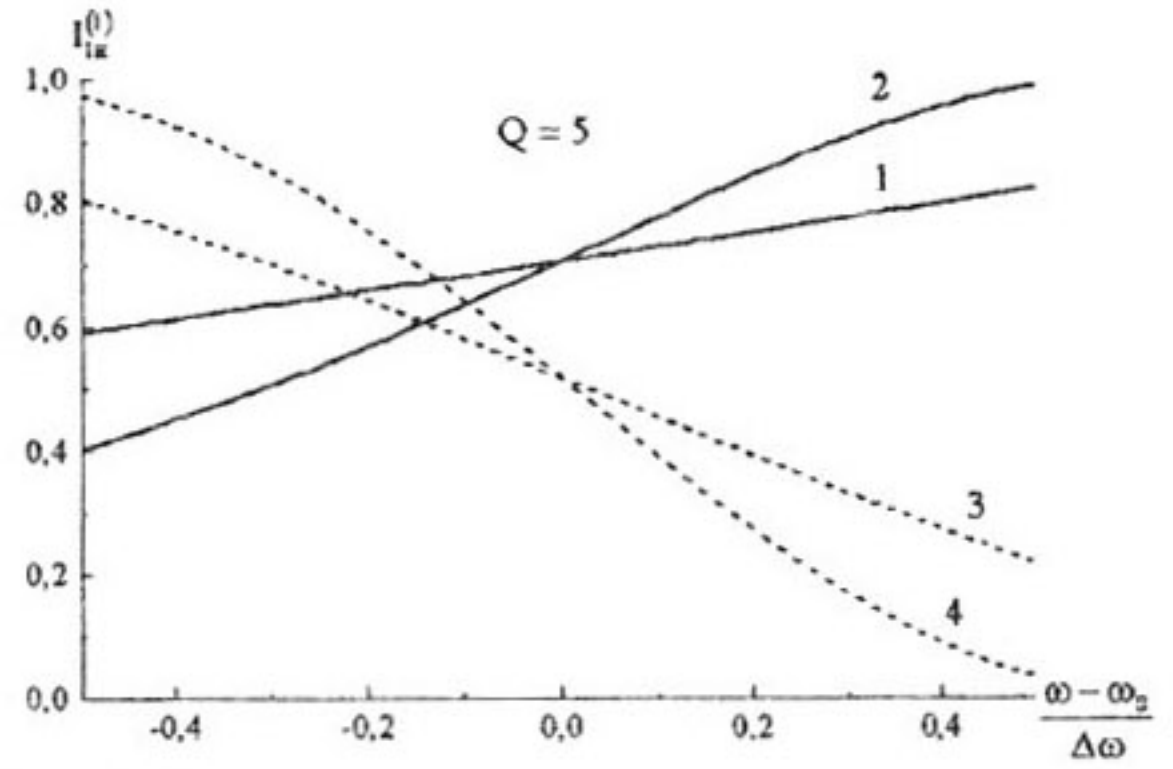


Рис. 3. Зависимость нормированной интенсивности дифрагированного света от расстройки частоты относительно центральной части спектра ультразвука, нормированной на ширину ее спектра при $Q=5$.

$$\eta_1 = \frac{\pi Q \Delta\omega_0}{L \omega_B}.$$

Обычно дифракцию считают эффективной при выполнении $\eta_1 L / 2 \leq \pi / 2$. В нашем случае $\Delta\omega_0$ должна удовлетворять условию

$$\Delta\omega_0 \leq \frac{\omega_B}{Q}.$$

На рис. 3 и 4 представлены зависимости нормированной интенсивности дифрагированного света $I_{\text{ин}}^{(1)} = I_1^{(1)} / S_0^2 (k^2 L / k_z)^2$ — от расстройки по частоте относительно центральной частоты спектра ультразвука, нормированной на ширину его спектра $(\omega - \omega_0) / \Delta\omega$ при значениях волнового параметра акустооптического взаимодействия $Q=5$ и $Q=8$ в

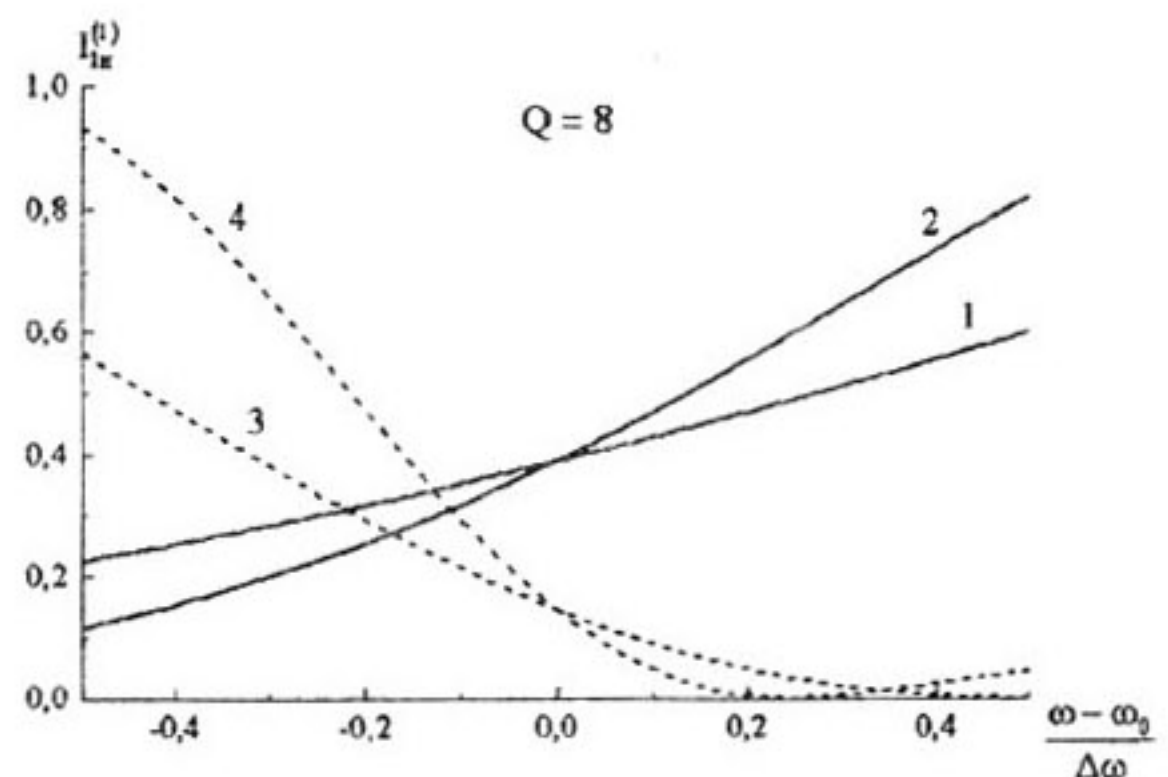


Рис. 3. Зависимость нормированной интенсивности дифрагированного света от расстройки частоты относительно центральной части спектра ультразвука, нормированной на ширину ее спектра при $Q=8$.

области частот, соответствующей спектру ультразвука. Кривые 1 соответствует значениям параметров $\Delta\omega_0/\omega_0 = -0,15$, $\Delta\omega/\omega_0 = 0,1$; 2 — $\Delta\omega_0/\omega_0 = -0,15$, $\Delta\omega/\omega_0 = 0,2$; 3 — $\Delta\omega_0/\omega_0 = 0,15$, $\Delta\omega/\omega_0 = 0,1$; 4 — $\Delta\omega_0/\omega_0 = 0,15$, $\Delta\omega/\omega_0 = 0,2$. На величину интенсивности дифрагированного света влияют, как следует из (15), вид спектральной плотности ультразвука и величина расстройки центральной частоты его спектра относительно частоты Брэгга. В силу постоянства спектральной плотности ультразвука поведение кривых на рис. 3 и 4 нетрудно объяснить, используя результаты расчетов, представленные на рис. 2. При коэффициентах широкополосности $\Delta\omega/\omega_0 \leq 0,1$ (ширина спектра ультразвука мала) изменение интенсивности дифрагированного света в области частот, соответствующей ширине спектра ультразвука, можно считать практически линейным (кривые 1 и 3). Причем при отрицательной расстройке центральной частоты относительно частоты Брэгга $\Delta\omega_0 = -0,15\omega_0$ интенсивность I_{in}^1 возрастает с увеличением частоты в области ширины спектра, а при положительной расстройке $\Delta\omega_0 = 0,15\omega_0$ убывает. С увеличением коэффициента широкополосности $\Delta\omega/\omega_0 = 0,2$ возрастает область частот, соответствующая ширине спектра ультразвука и начинает проявляться нелинейный характер зависимости I_{in}^1 от частоты, что и подтверждает поведение кривых 2 и 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена брэгговская дифракция когерентного оптического излучения на ультразвуковых волнах с ограниченным непрерывным частотным спектром в области высоких частот. Показано, что интенсивность дифрагированного света в основном определяется волновым параметром

акустооптического взаимодействия и величиной отклонения центральной частоты спектра ультразвука от частоты Брэгга. Представлены расчеты распределений интенсивностей дифрагированного света для случая, когда спектральная плотность ультразвука постоянна в ограниченной полосе частот. Показано, что при нулевой расстройке центральной частоты спектра ультразвука относительно частоты Брэгга интенсивность дифрагированного света на частотах ультразвука, соответствующих ширине его спектра, практически не меняется. Для расстройки отличной от нуля $\Delta\omega_0 = \pm 0,15\omega_0$ при коэффициентах широкополосности ультразвука $\leq 0,1$ зависимость интенсивности дифрагированного света на ультразвуке с частотами, соответствующими ширине его спектра, практически линейна. Для коэффициентов широкополосности $> 0,1$ начинает проявляться ее нелинейный характер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М. Радио и связь. 1985. 280 с.
2. Проклов В.В., Чесноков В.Н. // ФТТ. 1994. Т. 36. № 11. С. 3268-3279.
3. Балакший В.И., Нагаева И.А. // Радиотехника и электроника. 2000. Т.45. № 5. С. 596-601.
4. Гусев О.Б., Кулаков С.В., Разживин Б.П., Тигин Д.В. Оптическая обработка сигналов в реальном времени. М. Радио и связь. 1989. 136 с.
5. Балакший В.И., Парыгин В.Н. Оптическая обработка информации. М.: Изд-во МГУ. 1987. 142 с.
6. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний. М. Наука. 1988. 392 с.