

СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В РАССЕЯНИИ НА АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ В ПРИСУТСТВИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

© 2012 И. С. Барбаров¹, П. А. Мелешенко¹, А. Ф. Клиньских²

¹ Воронежский государственный аграрный университет им. императора Петра I,
ул. Мичурина 1, 394087 Воронеж, Россия

² Воронежский государственный университет, Университетская пл. 1, 394006 Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 02.03.2012 г.

Аннотация. В данной работе представлена элементарная модель двумерного рассеяния релятивистского фермиона со спином $1/2$ на аксиально-симметричном потенциале в присутствии магнитного поля. Найдено точное решение двумерного уравнения Дирака в непрерывном спектре. Получено явное выражение для амплитуды рассеяния. Последняя может быть записана в виде суммы двух слагаемых. Одно из них представляет собой амплитуду Ааронова — Бома, второе соответствует рассеянной цилиндрической волне. В полученных выражениях может быть в явном виде выделена зависимость от спина налетающей частицы. Проведено численное моделирование дифференциального сечения рассеяния в зависимости от различных параметров системы. На основе полученных результатов сформулированы необходимые условия для существования спиновых эффектов.

Ключевые слова: уравнение Дирака, эффект Ааронова — Бома, спиновый перенос.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время значительно возрос интерес к исследованиям релятивистских низкоразмерных квантовых систем в присутствии внешних полей. Это обусловлено тем, что в физике конденсированных сред обнаружено большое количество систем, динамика которых описывается релятивистскими квантовыми уравнениями. Одним из наиболее ярких примеров является двумерный кристалл — графен [1, 2]. Было показано, что носители заряда в графене подобны безмассовым фермионам, поведение которых описывается двумерным уравнением Дирака. Данная особенность приводит к ряду интересных эффектов, таких как «необычный» целочисленный квантовый эффект Холла [3, 4] или аномально высокая подвижность зарядов. Упомянутые электронные свойства графена делают его перспективным кандидатом на роль основы электроники будущего [5]. В этой связи большое число теоретических работ посвящено исследованию процессов переноса заряда в графене [6—9].

Отметим, что динамика частиц со спином $1/2$ в двух пространственных измерениях имеет интересную особенность. Так спиновые состояния ха-

рактеризуются псевдоскаляром, который может принимать только два значения равных $\pm 1/2$. Для массивных частиц эти значения определены лишь в системе покоя фермиона и соответствуют проекции трехмерного вектора спина на ось перпендикулярную плоскости движения. Для безмассовых частиц упомянутый псевдоскаляр определяет значение спиральности (проекция спина на направление импульса). Существование спиновых эффектов определяется наличием у характеристик системы зависимости от величины этого псевдоскаляра.

Простейшим процессом, в котором проявляются спиновые степени свободы, является рассеяние. Взаимодействие спина фермиона с полем рассеивающего центра приводит к тому, что характеристики рассеяния, такие как амплитуда и дифференциальное сечение, зависят от величины проекции спина. Чтобы продемонстрировать основные закономерности, мы рассмотрим случай, когда система обладает аксиальной симметрией и содержит как электрическое, так и магнитное поле. Причем магнитный поток, пронизывающий плоскость будем считать отличным от нуля. Основной целью данной работы является определение необходимых

условий для существования спиновых эффектов при рассеянии на таком потенциале.

МОДЕЛЬ

В этом разделе представлена простейшая модель рассеяния релятивистских фермионов на аксиально-симметричном потенциале в присутствии однородного магнитного поля в двух измерениях.

В общем случае динамика релятивистских фермионов со спином 1/2 во внешнем поле описывается уравнением Дирака:

$$(\gamma^\mu \hat{P}_\mu - mc)\Psi = 0, \mu = 0, 1, 2, 3. \quad (1)$$

Здесь γ^μ — набор гамма-матриц Дирака, \hat{P}_μ — оператор обобщенного импульса, m — эффективная масса фермиона, c — скорость света, Ψ — волновая функция, представляющая собой биспинор.

В двух пространственных измерениях матрицы γ^μ являются двухрядными, и могут быть разложены по базису, состоящему из единичной матрицы и матриц Паули σ_i [10]. Выбор гамма — матриц Дирака определяется лишь одним условием:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = g^{\mu\nu}, \mu, \nu = 0, 1, 2,$$

где $g^{\mu\nu}$ — метрический тензор. Мы запишем их следующим образом:

$$\gamma^0 = \eta\sigma_z, \gamma^1 = -i\sigma_y, \gamma^2 = i\sigma_x. \quad (2)$$

Здесь параметр $\eta = \pm 1$ определяет выбор одного из двух неэквивалентных представлений матриц Дирака, соответствующих различным уравнениям. С учетом явного вида матриц γ^μ , исходное уравнение (1) может быть записано в гамильтоновой форме:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}_D \Psi, \quad (3)$$

где Гамильтониан имеет следующий вид:

$$\hat{H}_D = c \left[\vec{\alpha} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \right] + \beta mc^2 + e\Phi. \quad (4)$$

Здесь e — заряд фермиона, Φ и $\vec{A} = \{A_x, A_y\}$ — скалярный и векторный потенциалы соответственно, а матрицы α и β определены следующим образом:

$$\vec{\alpha} \equiv \{\alpha_x, \alpha_y\} = \{-\eta\sigma_x, -\eta\sigma_y\}, \beta = \eta\sigma_z.$$

Как показано в работе [11], для массивных фермионов параметр η определяет спин частицы. В двух измерениях спин является псевдоскаляром, который может принимать только два значения. Значение $\eta = +1$ соответствует частице со спином «вверх», а значение $\eta = -1$ соответствует частице

со спином «вниз». Более того, эти значения определены лишь в системе покоя фермиона. В случае безмассовых фермионов параметр η задает значение спиральности. Решения уравнения (4) при заданном η определяют чистые спиновые состояния. Существование спиновых эффектов обусловлено наличием явной зависимости от параметра η в выражениях для характеристик рассеяния.

В качестве аксиально-симметричного потенциала для простоты выберем цилиндрический потенциальный барьер с радиусом r_0 и высотой U . Пусть магнитное поле с индукцией B является однородным и отличным от нуля лишь области барьера. Очевидно, что магнитный поток в этом случае не равен нулю. Скалярный и векторный потенциалы в области $r < r_0$ должны быть выбраны следующим образом:

$$\Phi = U/e, \quad \vec{A} = \left\{ -\frac{Br}{2} \sin \theta, \frac{Br}{2} \cos \theta \right\}. \quad (5)$$

Вне барьера ($r > r_0$) векторный потенциал уменьшается, как r^{-1} . Для обеспечения его непрерывности необходимо выбрать потенциалы в виде:

$$\Phi = 0, \quad \vec{A} = \left\{ -\frac{Br_0^2}{2r} \sin \theta, \frac{Br_0^2}{2r} \cos \theta \right\}. \quad (6)$$

Здесь r и θ — полярные координаты.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим рассеяние фермионов на выбранной ранее конфигурации потенциалов (5) и (6). Задача рассеяния в данном случае может быть решена аналитически. Для этого необходимо найти точные решения уравнения Дирака в различных областях потенциала и затем сшить их вместе на границе $r=r_0$. Асимптотика волновой функции позволит найти все основные характеристики рассеяния, а именно, амплитуду рассеяния и дифференциального сечения рассеяния.

Решение уравнения (3) с гамильтонианом (4) для фермионов с «положительной частотой» необходимо искать в виде:

$$\Psi_l(\vec{r}, t) = e^{-iEt/\hbar} \psi_l(\vec{r}) = e^{-iEt/\hbar} \begin{pmatrix} R_{1l}(r)e^{i\theta} \\ R_{2l}(r)e^{i(l+1)\theta} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

где E — энергия налетающей частицы, а l является целым числом. Заметим, что такое решение само по себе является собственной функцией оператора полного момента:

$$\hat{J}_z = \hat{L}_z + \hat{S}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{\hbar}{2} \sigma_z,$$

с собственными значениями $j_z = \hbar(1 + 1/2)$. Полный момент системы, как и спин, в двух измерениях является псевдоскаляром. Очевидно, что орбитальный момент и спин не сохраняется по отдельности. Только полный момент является интегралом движения. Следовательно, любая волновая функция фермиона может быть представлена в виде суперпозиции:

$$\psi(r) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l \psi_l(r). \quad (8)$$

Теперь, рассмотрим решения в различных областях потенциала. При $r > r_0$ подстановка выражений (6) и (7) в уравнение (3) приводит к системе:

$$\begin{cases} i \left(\frac{d}{dr} - \frac{l-a}{r} \right) R_{1l}(r) + \frac{\eta E + mc^2}{\hbar c} R_{2l}(r) = 0; \\ i \left(\frac{d}{dr} + \frac{l-a+1}{r} \right) R_{2l}(r) + \frac{\eta E - mc^2}{\hbar c} R_{1l}(r) = 0. \end{cases}$$

Здесь введен параметр $a = eBr_0^2 / 2\hbar c$. Выражая радиальную компоненту волновой функции R_{2l} из первого уравнения:

$$R_{2l}(r) = -\frac{i\hbar c}{\eta E + mc^2} \left(\frac{d}{dr} - \frac{l-a}{r} \right) R_{1l}(r), \quad (9)$$

и подставляя во второе, получим уравнение Бесселя:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(l-a)^2}{r^2} + \frac{E^2 - m^2 c^4}{\hbar^2 c^2} \right) R_{1l}(r) = 0.$$

Решение R_{1l} можно представить в виде суперпозиции функции Бесселя $J_{l-a}(kr)$ и функция Ханкеля первого рода $H_{l-a}^{(1)}(kr)$:

$$R_{1l}(r) = C_{1l} J_{l-a}(kr) + C_{2l} H_{l-a}^{(1)}(kr).$$

где $k = \sqrt{E^2 - m^2 c^4} / \hbar c$ — волновой вектор. Выражение $|l-a|$ позволяет исключить другие линейно зависимые решения.

Для упрощения дальнейших выкладок зафиксируем коэффициенты C_{1l} и C_{2l} следующим образом:

$$C_{1l} = (-i)^{|l-a|}, \quad C_{2l} = \tilde{C}_{2l} (-i)^{|l-a|}.$$

Именно такой выбор коэффициента C_{1l} обеспечивает правильную асимптотику решения на бесконечности. При этом волновая функция представляет собой сумму падающей плоской волны и расходящейся цилиндрической.

Возвращаясь ко второй компоненте R_{2l} , используя выражение (9) и учитывая (8), мы получаем волновую функцию фермиона вне потенциального барьера:

$$\begin{aligned} \psi_l(\vec{r}) = & \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left(\begin{array}{c} (-i)^{|l-a|} J_{|l-a|}(kr) e^{i l \theta} \\ \omega (-i)^{|l-a+1|} J_{|l-a+1|}(kr) e^{i(l+1)\theta} \end{array} \right) + \\ & + \tilde{C}_{2l} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left(\begin{array}{c} (-i)^{|l-a|} H_{|l-a|}^{(1)}(kr) e^{i l \theta} \\ \omega (-i)^{|l-a+1|} H_{|l-a+1|}^{(1)}(kr) e^{i(l+1)\theta} \end{array} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где введено обозначение $\omega = \hbar ck / (\eta E + mc^2)$.

Вид волновой функции (17) позволяет найти выражение для амплитуды рассеяния. Учитывая известный результат Ааронова — Бома [12] и асимптотику функций Ханкеля на больших расстояниях, волновую функцию можно представить в виде суммы падающей и рассеянной волн $\psi(\vec{r}) = \psi^{(i)}(\vec{r}) + \psi^{(s)}(\vec{r})$, равных соответственно:

$$\psi^{(i)}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} 1 \\ \omega \end{pmatrix} e^{-ikr \cos \theta - ia\theta}, \quad (11)$$

$$\psi^{(s)}(\vec{r}) = \frac{e^{ikr}}{\sqrt{ir}} \left[f_{AB}(\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ \omega \end{pmatrix} + \right. \quad (12)$$

$$\left. + \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_{2l} \begin{pmatrix} (-1)^{|l-a|} e^{i l \theta} \\ \omega (-1)^{|l-a+1|} e^{i(l+1)\theta} \end{pmatrix} \right].$$

Величина $f_{AB}(\theta)$, входящая в последнее выражение (12), представляет собой нерелятивистскую амплитуду Ааронова — Бома:

$$f_{AB}(\theta) = -\frac{i}{\sqrt{2\pi k}} \frac{e^{i\theta/2}}{\cos(\theta/2)} \sin(\pi a). \quad (13)$$

Выражение (13) является частным случаем результата, полученного в работе [13] для трех измерений с учетом возможных значений спина, и в точности совпадает с амплитудой, впервые найденной в работе [14].

Учитывая явный вид рассеянной волны (12), получим полную амплитуду рассеяния:

$$f(\theta) = f_{AB}(\theta) + \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{C}_{2l} (-1)^{|l-a|} e^{i l \theta}. \quad (14)$$

Она представляет собой сумму двух слагаемых. Первое соответствует амплитуде Ааронова — Бома и зависит только от магнитного потока. Второе определяет рассеянную цилиндрическую волну. Этот результат является общим для рассеяния на аксиально-симметричном потенциале при наличии магнитного поля с ненулевым потоком.

Для того чтобы найти точное выражение для амплитуды рассеяния, нам необходимо определить явный вид коэффициентов \tilde{C}_{2l} из граничных условий. Для этого необходимо найти волновые функции в области $r < r_0$. Решение уравнения (3) снова следует искать в форме (7). Учитывая, конфигура-

цию потенциалов (5), получаем систему уравнений на радиальные компоненты волновой функции:

$$\begin{cases} i \left(\frac{d}{dr} - \frac{l}{r} + \frac{ar}{r_0^2} \right) R_{1l}(r) + \frac{\eta(E-U) + mc^2}{\hbar c} R_{2l}(r) = 0; \\ i \left(\frac{d}{dr} + \frac{l+1}{r} - \frac{ar}{r_0^2} \right) R_{2l}(r) + \frac{\eta(E-U) - mc^2}{\hbar c} R_{1l}(r) = 0. \end{cases}$$

Соотношение между компонентами имеет вид:

$$R_{2l}(r) = - \frac{i\hbar c}{\eta(E-U) + mc^2} \left(\frac{d}{dr} - \frac{l}{r} + \frac{ar}{r_0^2} \right) R_{1l}(r). \quad (15)$$

Его подстановка во второе уравнение системы дает следующий результат:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{l^2}{r^2} - \frac{a^2 r^2}{r_0^4} + \frac{a(2l+2)}{r_0^2} + \frac{(E-U)^2 - m^2 c^4}{\hbar^2 c^2} \right) R_{1l}(r) = 0.$$

Используя замену $\xi = ar^2/r_0^2$, получим:

$$\left(\xi \frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{d}{d\xi} - \frac{l^2}{4\xi} - \frac{\xi}{4} + \frac{2l+2}{4} + b \right) R_{1l}(\xi) = 0,$$

где $b = ((E-U)^2 - m^2 c^4) / 2eB\hbar c$. Решение этого уравнения следует искать в виде произведения $R_{1l}(\xi) = e^{-\xi/2} \xi^{|l|/2} w(\xi)$. В результате подстановки, приходим к уравнению на гипергеометрическую функцию:

$$\xi w''(\xi) + (|l|+1-\xi)w'(\xi) + \left(b + \frac{l-|l|}{2} \right) w(\xi) = 0. \quad (16)$$

С учетом решения уравнения (16), компонента $R_{1l}(\xi)$, конечная в нуле ($\xi = 0$), принимает вид:

$$R_{1l} = C_{3l} e^{-\xi/2} \xi^{|l|/2} {}_1F_1 \left(\frac{|l|-l}{2} - b, |l|+1, \xi \right),$$

где ${}_1F_1$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Вторая радиальная компонента $R_{2l}(\xi)$ находится с помощью соотношения (15).

Последний шаг заключается в сшивке решений на границе потенциального барьера $r=r_0$. Явные выражения для коэффициентов \tilde{C}_{2l} оказываются достаточно громоздкими и здесь не приводятся. Запишем лишь результат для частного случая безмассовой частицы, для которой $mc^2 = 0$ и $E=U$. При этом коэффициенты \tilde{C}_{2l} могут быть представлены в виде:

$$\tilde{C}_{2l} = \begin{cases} -J_{|l-a+1}(kr_0) / H_{|l-a+1}^{(1)}(kr_0), l \geq 0; \\ -J_{|l-a}(kr_0) / H_{|l-a}^{(1)}(kr_0), l < 0. \end{cases} \quad (17)$$

Следует также отметить, что полярный угол θ не является на самом деле углом рассеяния. Угол

рассеяния может быть получен с помощью замены $\theta' = \pi - \theta$. Дифференциальное сечение рассеяния определяется стандартным образом:

$$\frac{d\sigma}{d\theta'} = |f(\theta')|^2.$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В этом разделе мы представляем результаты численного моделирования процесса рассеяния электронов на аксиально-симметричном потенциальном барьере в присутствии однородного магнитного поля. Построим зависимости дифференциального сечения рассеяния в зависимости от характеристик потенциала (например, радиуса и высоты барьера, магнитного потока, пронизывающего плоскость) с учетом спиновых состояний электрона. Амплитуда рассеяния представляет собой бесконечный ряд. Но расчет дифференциального сечения рассеяния не вызывает особых трудностей, так как данный ряд обладает хорошей сходимостью. Численные расчеты показывают, что члены ряда (14) становятся меньше заданной точности уже при $|l| \geq 7$ (для наших расчетов мы используем $|l| \leq 20$). Все вычисления проводятся в безразмерных единицах. Так энергия электрона и высота потенциального барьера измеряются в единицах энергии покоя $E_0 = mc^2$. Соответственно характерные для системы расстояния (радиус барьера r_0 , магнитная длина $\lambda_B = \sqrt{\hbar c / eB}$) следует измерять в единицах приведенной Комптоновской длины волны $\lambda_C = \hbar / mc$. В связи с тем, что исследуемая система является двумерной, дифференциальное сечение рассеяния имеет размерность длины и также измеряется в единицах λ_C .

Для начала рассмотрим зависимость дифференциального сечения рассеяния от радиуса потенциального барьера. Результаты численного моделирования представлены на рис. 1. Зафиксируем значение энергии электрона $E = 1.75 E_0$ и высоту потенциального барьера $U = 0.5 E_0$. Магнитный поток считаем постоянным ($a = 1 / 200$). Угол рассеяния принимается равным $\theta' = \pi$ (случай рассеяния назад). Представленные кривые соответствуют зависимостям дифференциальных сечений рассеяния от радиуса потенциального барьера для электронов с различной спиновой поляризацией. Жирная кривая соответствует $\eta = +1$, тонкая кривая соответствует $\eta = -1$. Видно, что данные кривые не совпадают, а значит электроны с различным спином рассеиваются по-разному на одном и том же барьере. При $r_0 = 0$ сечения стремятся к одному

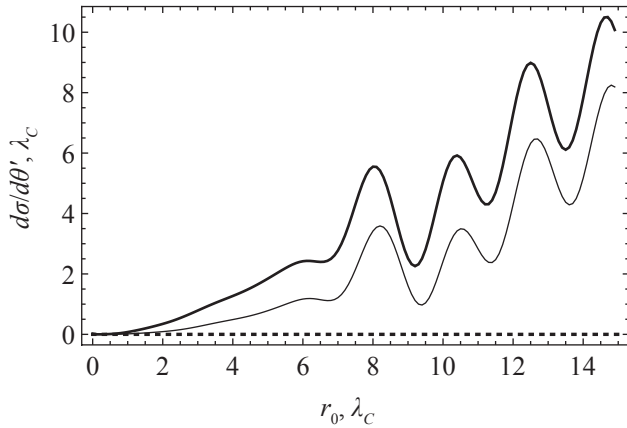


Рис. 1. Зависимость дифференциального сечения рассеяния от радиуса барьера ($E = 1.75E_0$, $U = 0.5E_0$, $a = 1/200$, $\theta = \pi$). Жирная кривая соответствует $\eta = +1$, тонкая кривая соответствует $\eta = -1$, пунктирная кривая соответствует сечению Аарона — Боба

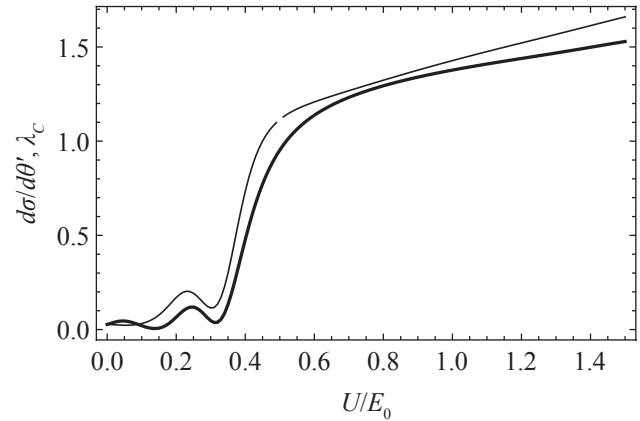


Рис. 2. Зависимость дифференциального сечения рассеяния от высоты потенциального барьера ($E = 1.5E_0$, $r_0 = 4\lambda_C$, $\lambda_B = 20\lambda_C$, $\theta = \pi$). Жирная кривая соответствует $\eta = +1$, тонкая кривая соответствует $\eta = -1$

пределу. Полученный результат имеет простое объяснение. Коэффициенты \tilde{C}_{2l} обращаются в нуль, когда $r_0 \rightarrow 0$. Это особенно хорошо заметно для коэффициентов (17). В результате полная амплитуда рассеяния (14) превращается в амплитуду Аарона — Боба (13), в выражении для которой отсутствует спиновая зависимость (параметр η). Таким образом, наличие потенциального барьера с ненулевым радиусом является необходимым условием существования спиновых эффектов в рассеянии.

Далее исследуем роль высоты потенциального барьера. Соответствующие зависимости дифференциального сечения рассеяния приведены на рис. 2. Как и ранее, фиксируем энергию электрона $E = 1.75E_0$, магнитный поток равен $a = 0.02$, а радиус барьера $r_0 = 4\lambda_C$. Изображенные кривые показывают, что дифференциальные сечения рассеяния для электронов с различным спином отличаются. Их поведение совпадает, если значение U стремится к нулю. Данный факт становится очевидным, если учесть вид волновой функции в различных областях. Зависимость волновой функции от параметра η содержится только во второй радиальной компоненте. Выражение для R_{2l} снаружи и внутри барьера пропорциональны множителям $1/(\eta E + mc^2)$ и $1/(\eta(E - U) + mc^2)$ соответственно. Когда потенциальный барьер отсутствует, эти множители равны и сокращаются при сшивке решений на границе. В результате дифференциальное сечение рассеяния не зависит от спина электрона. Приведенные рассуждения по-

зволяют сделать вывод, что спиновые степени свободы не проявляются в отсутствии электростатического поля. Упомянутая особенность волновой функции, позволяет заключить, что спиновые эффекты исчезают также в случае безмассовой частицы.

Наконец, рассмотрим влияние магнитного поля на рассеяние. Зависимость дифференциального сечения от магнитного потока для различных углов рассеяния, представленные на рис. 3. Параметры потенциального барьера приняты равными $U = 0.25E_0$, $r_0 = 4\lambda_C$. Энергия электронов $E = 1.5E_0$. Представленные кривые не совпадают и являются асимметричными по отношению к обращению магнитного поля. Видно, что в общем случае в отсутствии магнитного потока ($a = 0$) частицы с различными спинами рассеиваются по-разному. Таким образом, наличие магнитного поля не является необходимым условием для проявления спина в рассеянии.

Отметим, что рассматриваемая модель может быть использована для описания рассеяния квази-частиц в однослойном графене. Хорошо известно, что носители заряда в графене ведут себя как частицы с линейным законом дисперсии вблизи Дираковских точек зоны Бриллюэна. Но при удалении от точек K и K' закон дисперсии приобретает корневую зависимость, которая может быть интерпретирована, как наличие ненулевой эффективной массы. Для моделирования процесса рассеяния в графене, исходный гамильтониан (4) следует заменить на:

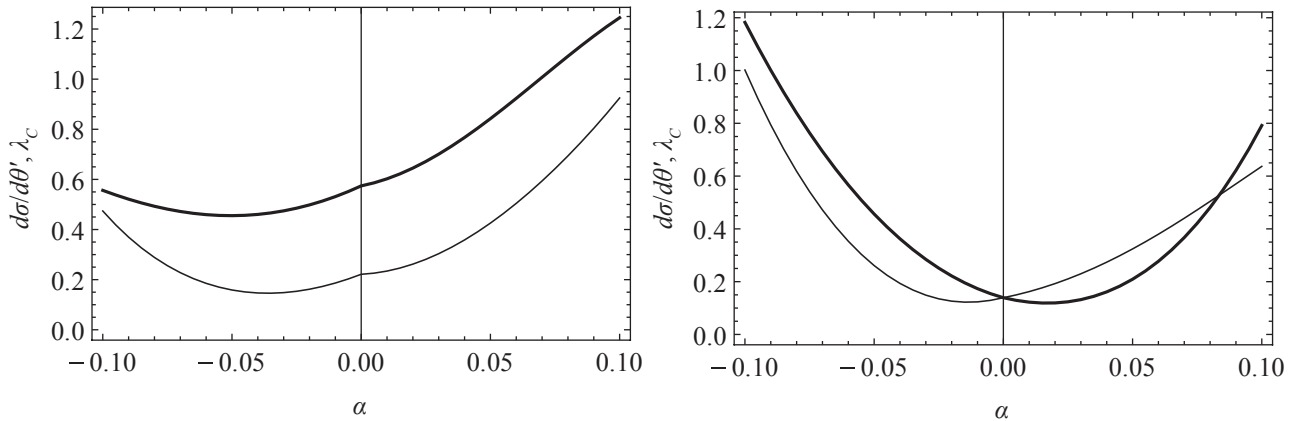


Рис. 3. Зависимость дифференциального сечения рассеяния от магнитного потока ($E = 1.5E_0$, $U = 0.25E_0$, $r_0 = 4\lambda_C$): a — угол рассеяния $\theta = \pi/2$; b — угол рассеяния $\theta = \pi$. Жирная кривая соответствует $\eta = +1$, тонкая кривая соответствует $\eta = -1$

$$\hat{H}_D^{(G)} = v_F \left[\vec{\alpha} \cdot \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \right] + \beta mc^2 + e\Phi,$$

где $v_F = c/300$ — скорость Ферми. В этом случае параметр η определяет псевдоспин частицы. Он не связан со спином фермиона, а лишь отражает вклад двух подрешеток в формирование двухкомпонентной волновой функции частицы в графене.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье рассмотрена модель двумерного рассеяния «квазирелятивистских» фермионов со спином $1/2$ на аксиально-симметричном потенциале в присутствии однородного магнитного поля. В рамках модели найдено аналитическое решение задачи рассеяния, при этом полученные выражения для амплитуды рассеяния в общем случае имеют явную зависимость от спина налетающей частицы. Анализ численных результатов позволил сформулировать условия, необходимые для проявления спиновых эффектов в рассеянии, а именно:

— рассеивающий центр есть источник электростатического поля с конечным радиусом действия;

— кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы.

Нарушение этих условий приводит к тому, что характеристики рассеяния теряют зависимость от спина фермиона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., et al.* // Science. 2004. V. 306. P. 666.
2. *Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V., et al.* // Nature. 2005. V. 438. P. 197.
3. *Novoselov K. S., Jiang Z., Zhang Y., et al.* // Science. 2007. V. 315. P. 5817.
4. *Gusynin V. P., Sharapov S. G.* // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 146801.
5. *Geim A. K.* // Science. 2009. V. 324. P. 5934.
6. *Yan X.-Z., Romiah Y., Ting C. S.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 125409.
7. *Ramezani M., Vasilopoulos P., Matulis A., et al.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 235443.
8. *Barbier M., Peeters F. M., Vasilopoulos P., et al.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 115446.
9. *Xu H., Heinzl T., Evaldsson M., et al.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 245401.
10. *Schakel A. M. J.* // Phys. Rev. D. 1991. V. 43. P. 1428.
11. *Khalilov V. R.* // Theor. Math. Phys. 2004. V. 140. P. 1229.
12. *Aharonov Y., Bohm D.* // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
13. *Hagen C. R.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 503.
14. *Alford M. G., Wilczek F.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. P. 1071.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 2. Квантовая электродинамика. М.: Физматлит, 2001. 719 с.
16. *Bjorken, J. D., Drell S. D.* Relativistic quantum mechanics. New York, 1964. P. 296.

Барбаров Илья Сергеевич — аспирант кафедры физики Воронежского государственного аграрного университета им. К. Д. Глинки; тел.: (919) 1807376, e-mail: bis777@mail.ru

Barbarov Ilya S. — the post-graduate student chair of Physics, Voronezh State Agricultural University after K. D. Glinka; tel.: (919) 1807376, e-mail: bis777@mail.ru

Мелешенко Петр Александрович — к.ф.-мат.н., научный сотрудник Воронежского государственного аграрного университета им. К. Д. Глинки; тел.: (920) 2115601, e-mail: melechp@yandex.ru

Клинских Александр Федотович — д. ф.-мат.н., профессор кафедры теоретической физики Воронежского государственного университета; тел.: (473) 2537843, e-mail: klinskikh@live.ru

Meleshenko Peter A. — PhD (Phys.-Math.), scientific employee of Voronezh State Agricultural University after K. D. Glinka; tel.: (920) 2115601, e-mail: melechp@yandex.ru

Klinskikh Alexander F. — grand PhD (Phys.-Math.), professor of Theoretical Physics chair, Voronezh State University; tel.: (473) 2537843, e-mail: klinskikh@live.ru