

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ ПО ГЛУБИНЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНОК

© 2012 В. В. Филиппов<sup>1</sup>, С. Е. Лузянин<sup>1</sup>, Е. Н. Бормонтов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Липецкий государственный педагогический университет, ул. Ленина 42, 398020 Липецк, Россия

<sup>2</sup>Воронежский государственный университет, Университетская пл. 1, 394006 Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 06.06.2012 г.

**Аннотация.** Предложена методика измерения электропроводности неоднородных по глубине полупроводниковых структур. Рассмотрены практически важные случаи, когда электропроводимость в пленке изменяется с глубиной по экспоненциальному закону, а также описывается функцией распределения Гаусса. Теоретическое обоснование произведено путем решения краевых задач электродинамики с соответствующими граничными условиями.

**Ключевые слова:** неоднородный полупроводник, пленка, распределение потенциала, поверхностная электропроводность, сопротивление, зонд.

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач современной метрики полупроводников является исследование электрофизических свойств неоднородных полупроводниковых структур. Методами диффузии, эпитаксии, ионной имплантации и другими получают полупроводниковые пленки, в которых содержание примесей и, следовательно, проводимость изменяются с глубиной [1, 2]. Как показано в работах [3, 4], практически важными являются случаи, когда электропроводимость  $\sigma$  изменяется с глубиной по одному из следующих законов:

$$\sigma_1(z) = \sigma_0 \exp(-pz), \quad (1)$$

$$\sigma_2(z) = \sigma_0 \exp(-2\lambda z^2), \quad (2)$$

где  $\sigma_0$  — поверхностная электропроводимость образца,  $p$  и  $\lambda$  — постоянные параметры, определяемые технологией получения неоднородного слоя.

Целью данной работы является теоретическое обоснование методики определения поверхностной проводимости и параметров неоднородности распределения примесей в полупроводниковых материалах неоднородных по глубине. Рассмотрены случаи, когда электропроводимость полупроводника изменяется с глубиной по экспоненциальному закону или описывается функцией распределения Гаусса.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ

Рассмотрим распределение потенциала электрического поля в образце прямоугольной формы с геометрическими размерами  $a$ ,  $b$  и  $d$  (рис. 1). Через квадратные контакты 1, 2 шириной  $\varepsilon$ , расположенные симметрично на поверхности образца на расстоянии  $l_1$  друг от друга, протекает постоянный электрический ток  $I_{12}$ . Между зондами 3, 4, расположенными симметрично относительно токовых контактов на расстоянии  $l_2$  измеряется разность потенциалов  $U_{34}$ .

Для стационарных токов при отсутствии источников и стоков зарядов справедливы соотношения [5]:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = -\sigma \operatorname{grad} \phi. \quad (3)$$

Следовательно, потенциал электрического поля  $\phi$  в образце удовлетворяет уравнению:

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} + \frac{1}{\sigma_i(z)} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{d\sigma(z)}{dz} = 0, \quad (i = 1, 2), \quad (4)$$

где индекс 1 относится к экспоненциальному, а индекс 2 — к гауссову закону изменения электропроводности по глубине.

Граничные условия получим из требования равенства нулю нормальной составляющей плот-

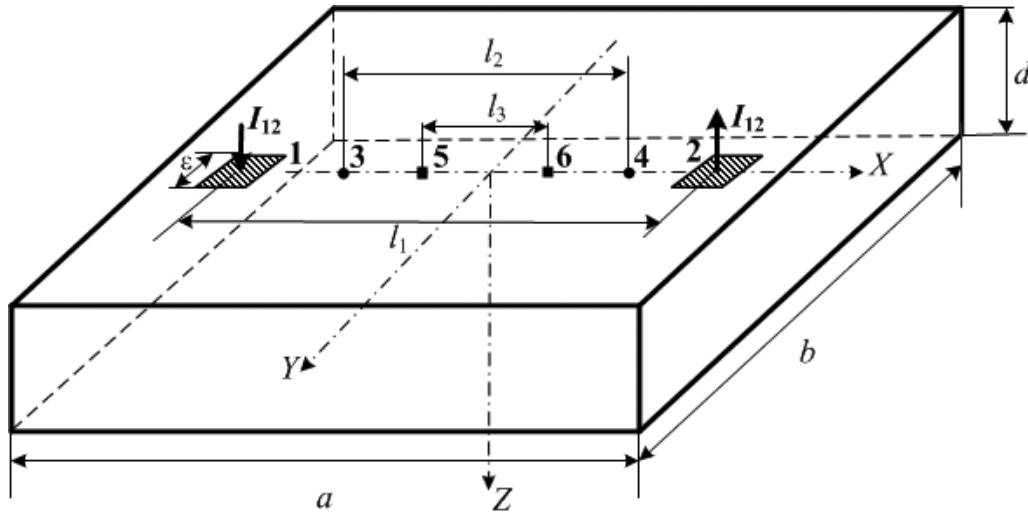


Рис. 1. Схема расположения токовых и измерительных контактов на исследуемом неоднородном полупроводнике

ности тока всюду на поверхности образца, кроме контактных площадок, под которыми плотность тока постоянна:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \begin{cases} -\frac{I_{12}}{\sigma_0 \varepsilon^2}, x \in \left[ -\frac{l_1}{2} - \frac{\varepsilon}{2}; -\frac{l_1}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \right] \cap y \in \left[ -\frac{\varepsilon}{2}; \frac{\varepsilon}{2} \right]; \\ \frac{I_{12}}{\sigma_0 \varepsilon^2}, x \in \left[ \frac{l_1}{2} - \frac{\varepsilon}{2}; \frac{l_1}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \right] \cap y \in \left[ -\frac{\varepsilon}{2}; \frac{\varepsilon}{2} \right]; \\ 0, \text{ в остальной области.} \end{cases} \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \right|_{x=\pm a/2} = 0; \quad \left. \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right|_{y=\pm b/2} = 0; \quad \left. \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right|_{z=d} = 0. \quad (6)$$

Общее решение задачи (4)–(6) представим в виде ряда Фурье:

$$\phi_i(x, y, z) = \sum_{k, n=0}^{\infty} Z_{kn}^{(i)}(z) \cos(\alpha_k(x + a/2)) \times \cos(\beta_n(y + b/2)), \quad (7)$$

где  $\alpha_k = \pi k/a$ ,  $\beta_n = \pi n/b$ ,  $Z_{kn}^{(i)}(z)$  – функция зависимости потенциала от глубины. Согласно (1), (2), (4) функция  $Z_{kn}^{(i)}(z)$  удовлетворяет соответственно одному из уравнений:

$$\frac{\partial^2 Z_{kn}^{(1)}}{\partial z^2} - 2p \frac{\partial Z_{kn}^{(1)}}{\partial z} + (\alpha_k^2 + \beta_n^2) Z_{kn}^{(1)} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 Z_{kn}^{(2)}}{\partial z^2} - 4\lambda z \frac{\partial Z_{kn}^{(2)}}{\partial z} + (\alpha_k^2 + \beta_n^2) Z_{kn}^{(2)} = 0, \quad (9)$$

Опуская весьма громоздкие вычисления, запишем окончательное выражение потенциала  $\phi_1$  для случая экспоненциальной зависимости электропроводности с глубиной (1):

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y, z) = & \frac{32I_{12}}{\sigma_0 ab \varepsilon^2} \sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n(-1)^{\frac{k+n-1}{2}} \times \\ & \times \frac{\sin(\beta_n \varepsilon / 2) \sin(\alpha_k \varepsilon / 2) \sin(\alpha_k l_1 / 2) (\beta_{kn} - p)}{\alpha_k \beta_n \eta_{kn}^2} \times \\ & \times \frac{\exp(-2\xi_{kn} d) \exp(z(p + \xi_{kn})) + (\xi_{kn} + p)}{e^{-2\xi_{kn} d} - 1} \times \\ & \times \exp(z(p - \xi_{kn})) \cos(\alpha_k(x + a/2)) \times \\ & \times \cos(\beta_n(y + b/2)), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\Theta_n = \begin{cases} 1, & \text{при } n \neq 0, \\ 1/2, & \text{при } n = 0, \end{cases} \quad (11)$$

$$\eta_{kn}^2 = \alpha_k^2 + \beta_n^2, \quad \xi_{kn} = \sqrt{p^2 + \eta_{kn}^2}$$

Для случая, когда электропроводность изменяется с глубиной согласно функции распределения Гаусса (2), выражение для потенциала  $\phi_2$  в образце имеет вид:

$$\begin{aligned} \phi_2(x, y, z) = & \frac{16I_{12}}{\sigma_0 ab \varepsilon^2} \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n(-1)^{\frac{k+n-1}{2}} \times \\ & \times \frac{\sin(\beta_n \varepsilon / 2) \sin(\alpha_k \varepsilon / 2)}{\alpha_k \beta_n} \times \\ & \times \left\{ C_{kn}^{(2)} \frac{\Phi(q_{kn}; 1/2; 2\lambda z^2)}{4q_{kn} \sqrt{2\lambda}} - \right. \\ & \left. - \sqrt{2\lambda} z \Phi(q_{kn} + 1/2; 3/2; 2\lambda z^2) \right\} \sin(\alpha_k l_1 / 2) \times \\ & \times \cos(\alpha_k(x + a/2)) \cos(\beta_n(y + b/2)), \end{aligned} \quad (12)$$

$$C_{kn}^{(2)} = \frac{3\Phi(q_{kn} + 1/2; 3/2; 2\lambda d^2) + 8\lambda d^2}{3d\Phi} \times \frac{[q_{kn} + 1/2]\Phi(q_{kn} + 3/2; 5/2; 2\lambda d^2)}{(q_{kn} + 1; 3/2; 2\lambda d^2)}, \quad (13)$$

где  $q_{kn} = \eta_{kn}^2 / 8\lambda$ ,  $\Phi(a; c; t)$  — функция Куммера (конфлюэнтная гипергеометрическая функция) [6]. Для расчета функции Куммера весьма удобно воспользоваться математическими пакетами MathCAD [7] или Mathematica [8], последние версии которых обладают встроенными функциями для расчета коэффициентов ряда (12).

Из полученных распределения потенциала (10), (12) находим выражение для разности потенциалов между точками 3, 4 (рис. 1) при соответствующем законе изменения электропроводности по глубине:

$$U_{34}^{(i)} = \frac{64I_{12}}{\sigma_0 ab \varepsilon^2} \sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n C_{kn}^{(i)} \sin(\beta_n \varepsilon / 2) \times \frac{\sin(\alpha_k \varepsilon / 2) \sin(\alpha_k l_1 / 2) \sin(\alpha_k l_2 / 2)}{\beta_n \alpha_k \eta_{kn}^2}, \quad (14)$$

$$C_{kn}^{(1)} = p + \xi_{kn} \operatorname{cth} \xi_{kn} d, \quad (15)$$

величина  $C_{kn}^{(2)}$  определяется выражением (13).

При условии контактов малой площади ( $\varepsilon \ll (a, b)$ ) получаем:

$$U_{34}^{(i)} = \frac{16I_{12}}{\sigma_0 ab} \sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n C_{kn}^{(i)} \times \frac{\sin(\alpha_k l_1 / 2) \sin(\alpha_k l_2 / 2)}{\eta_{kn}^2}. \quad (16)$$

Приведенные теоретические расчеты позволяют производить измерения электропроводности неоднородных по глубине полупроводниковых

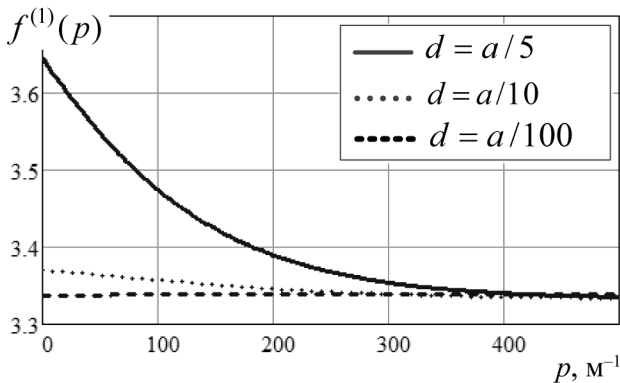


Рис. 2. Зависимость множителя  $f^{(1)}(p)$  для экспоненциальной неоднородности при различных толщинах полупроводника

структур для случая экспоненциальной и гауссовой зависимости электропроводности по глубине.

При проведении двух измерений напряжений  $U_{34}^{(i)}$  и  $U_{56}^{(i)}$  при различных межзондовых расстояниях можно найти их отношение, которое будет полностью определяться размерами образца, положением контактов и параметром неоднородности ( $p$  или  $\lambda$ ):

$$\frac{U_{34}^{(i)}}{U_{56}^{(i)}} = \frac{\sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n C_{kn}^{(i)}}{\sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n C_{kn}^{(i)} \sin(\alpha_k l_1 / 2)} \times \frac{\sin(\alpha_k l_1 / 2) \sin(\alpha_k l_2 / 2) / \eta_{kn}^2}{\sin(\alpha_k l_3 / 2) / \eta_{kn}^2} = f^{(i)} \quad (17)$$

Величину левой части последнего отношения можно определить экспериментально, а также построить теоретический график зависимости  $f$  от параметра неоднородности. Сопоставляя теоретическое и экспериментальное значение, определяем значение  $p$  или  $\lambda$  (тип зависимости электропроводности от глубины определяется технологией получения структуры). Зная параметр неоднородности можно вычислить  $\sigma_0$  согласно (14) или (16). При условии контактов малой площади ( $\varepsilon \ll (a, b)$ ) получаем

$$\sigma_0 = \frac{16I_{12}}{U_{34}^{(i)} ab} \sum_{\substack{k=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 2, 4, \dots}} \Theta_n C_{kn}^{(i)} \times \frac{\sin(\alpha_k l_1 / 2) \sin(\alpha_k l_2 / 2)}{\eta_{kn}^2}. \quad (18)$$

Примеры построения графиков согласно выражению (17) для случаев экспоненциальной и гауссовской неоднородностей представлены на рис. 2 и рис. 3 соответственно. Расчеты выполнены

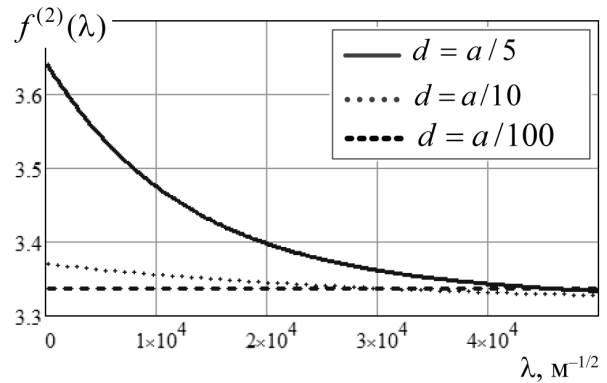


Рис. 3. Зависимость множителя  $f^{(2)}(\lambda)$  для гауссовой неоднородности при различных толщинах полупроводника

для случая квадратного образца с эквидистантным положением зондов:  $a = b = 0.05$  м,  $l_1 = 5l_3$ ,  $l_2 = 3l_3$ ,  $l_3 = 0.1a$ .

Согласно построенным зависимостям видно, что с уменьшением толщины неоднородного образца и при значительных параметрах неоднородности значение поправочного множителя менее чувствительно к неоднородности и в пределе стремится к постоянному значению  $f = 3.34$ , что согласуется с результатами расчетов работы [9].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основании полученных распределений потенциала можно контролировать зависимость проводимости от глубины полупроводникового образца и определять численные значения параметров легирования по результатам простых зондовых измерений.

Преимущество предложенного метода определения поверхностной проводимости и параметров неоднородности ( $\rho$  или  $\lambda$ ) состоит в том, что для его применения не требуется создания омических контактов к образцу, возможно измерение проводимости пленок кристаллов различных геометрических размеров. Главное условие применимости метода состоит в том, что обязательно наличие плоской поверхности.

Основная составляющая погрешности зависит от качества проведения эксперимента: точности установки контактов зондов, температуры, и др. В целом погрешность предлагаемой методики в

основном определяется погрешностью хорошо известного четырехзондового метода [10]. Погрешность, вносимая рассчитываемыми коэффициентами, может быть на много ниже погрешности приборов, поскольку расчетные формулы получены путем решения краевых задач без приближений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабаи Ж. М., Чандракасан А., Николитч Б. Цифровые интегральные схемы. Методология проектирования. М.: Вильямс, 2007. 912 с.
2. Таиров Ю. М., Цветков В. Ф. Технология полупроводниковых и диэлектрических материалов. СПб.: Лань, 2002. 424 с.
3. Тилл У., Лаксон Дж. Интегральные схемы: Материалы, приборы, изготовление. М.: Мир, 1985. 501 с.
4. Соколов И. А. Расчеты процессов полупроводниковой технологии. М.: Металлургия, 1994. 176 с.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2003. 656 с.
6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. 344 с.
7. Дьяконов В. П. Mathcad 11/12/13 в математике. М.: Горячая линия-Телеком, 2007. 960 с.
8. Дьяконов В. П. Mathematica 5.1/5.2/6 в математических и научно-технических расчетах. М.: СОЛОН-Пресс, 2008. 744 с.
9. Лузянин С. Е., Поляков Н. Н., Филиппов В. В. // Радиолокация, навигация, связь. Материалы XV международной конференции. Воронеж: ВГУ, 2011. Т. 1. С. 818—823.
10. Павлов Л. П. Методы измерения параметров полупроводниковых материалов. М.: Высшая школа, 1987. 240 с.

---

*Филиппов Владимир Владимирович* — к.ф.-мат.н., доцент, заведующий кафедрой физики, Липецкий государственный педагогический университет; тел.: (4742) 328385, e-mail: wwfilippow@mail.ru

*Лузянин Сергей Евгеньевич* — старший преподаватель, кафедра электроники телекоммуникаций и компьютерных технологий, Липецкий государственный педагогический университет; тел.: (4742) 328388, e-mail: luzyanin\_se@mail.ru

*Бормонтов Евгений Николаевич* — д.ф.-мат.н., профессор, заведующий кафедрой физики полупроводников и микроэлектроники, Воронежский государственный университет; тел.: (4732) 208633, e-mail: PIPhys@main.vsu.ru

---

*Filippov Vladimir V.* — PhD (Phys.-Math.), associate professor, head of Physics chair, Lipetsk State Pedagogical University; tel.: (4742) 328385, e-mail: wwfilippow@mail.ru

*Lusyanin Sergei E.* — senior lecturer, Electronics Telecommunications and Computer Technologies chair, Lipetsk State Pedagogical University; tel.: (4742) 328388, e-mail: luzyanin\_se@mail.ru

*Bormontov Evgeniy N.* — grand PhD (Phys.-Math), professor, head of Physic of Semiconductor and Microelectronics chair, Voronezh State University; tel.: (4732) 208633, e-mail: PIPhys@main.vsu.ru