УДК 303.094.3, 303.094.5
JEL C02, C43

УСРЕДНЯЮЩАЯ КВАДРАТИЧНАЯ РЕГРЕССИЯ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА СМАРТФОНА

Махин Александр Александрович, асп.

Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», ул. Каменская, 56, Новосибирск, Россия, 630099; e-mail: kislik0fist@mail.ru

Предмет: статья посвящена проблеме построения рейтингов однородных объектов по качеству с учетом нескольких частных качеств, для чего предлагается использовать агрегирующие, идемпотентные, строго монотонные, сдвиг-инвариантные многочлены (СМ) в соответствии с методикой, изложенной в [5], [6]. *Цель*: построить квадратичный СМ и смоделировать с его помощью общий, потребительский рейтинг смартфонов по четырем частным качествам – основная и фронтальные камеры, дисплей, батарея, используя тестовую (эмпирическую) совокупность из девяти смартфонов. Проверить практическую применимость СМ для вычисления комплексных показателей качества и выработать рекомендации по применению данной методики. *Дизайн исследования*: на основании данных с официального сайта лаборатории оценки качества DXOMARK построены частные рейтинги смартфонов по четырем качествам. Независимо от DXOMARK, получены экспертные оценки общего (мульти-критериального) рейтинга смартфонов из тестовой совокупности. По аналогии с экспертно-статистическим методом определения весовых коэффициентов найдены коэффициенты СМ степени 2, аппроксимирующего экспертные оценки комплексного качества. *Результаты*: доказана практическая применимость метода моделирования мульти-критериальных рейтингов посредством СМ степеней выше первой. Подробно рассмотрен пример конструирования квадратичного СМ, который значительно увеличивает число подбираемых параметров комплексного показателя качества. Предложена рекомендация по развитию данной методики с целью доведения ее объективности до уровня принятия ответственных решений.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, нормализованная средняя функция, сдвиг-инвариантный многочлен, агрегирующий оператор, весовой коэффициент, комплексный показатель,

интегральный показатель, экспертная оценка, рейтинг смартфонов, функциональный вес, принятие решений.

DOI: 10.17308/meps/2078-9017/2022/12/8-19

Введение

Многокритериальная оптимизация в практическом аспекте сводится к проблеме выбора наиболее предпочтительного объекта с учетом его различных и полезных свойств (частных качеств). Для ее решения часто используются комплексные (т.е. общие, агрегирующие, интегральные) показатели качества, при вычислении которых важную роль играют субъективные, экспертные оценки.

Предполагается, что частные качества объекта измеряются некоторыми показателями $q_i \in [0;1]$, где $i = 1, 2, \dots, n$ есть номер качества. Большему значению показателя q_i соответствует более предпочтительное качество № *i*. Задача свертывания показателей $q_1, q_2, \dots, q_n$ для получения комплексного показателя $q = f(q_1, \dots, q_n)$ [1], где $q \in [0;1]$ представляет практический интерес с точки зрения построения общего рейтинга объектов, в котором учтены их рейтинги по каждому из качеств № *i*.

При математическом моделировании многокритериальных (общих, средних, агрегирующих, комплексных, интегральных) рейтингов с учетом нескольких частных качеств могут быть полезными строго монотонные, сдвиг-инвариантные, идемпотентные, агрегирующие операторы (strictly monotonic, shift invariant, idempotent, aggregation operator) [8], к которым относятся нормализованные средние функции (НС), введенные в [5]. Последние определяются, как такие непрерывно-дифференцируемые на n-мерном кубе $Q^n = \{\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n\colon\ 0 \le q_i \le 1\ \ \forall i = 1, 2, \dots, n\}$ или на всем пространстве $\mathbb{R}^n$ функции $q = f(q_1, \dots, q_n)$, что $f(0,0, \dots, 0) = 0$ и для всех $(q_1, \dots, q_n) \in \mathbb{R}^n$ выполнены условия:

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} \quad 0 < q_i < 1 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial q_i} = 1 \ \text{ и } \ \frac{\partial f}{\partial q_i} > 0 \qquad (1)$$

НС имеют следующие свойства, которые необходимы для моделирования рейтингов [5]:

– свойство средней функции: $\forall \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n \quad \min q_i \le f(q_1, q_2, \dots, q_n) \le \max q_i$;

– свойство сдвиг-инвариантности:

$$\Delta q_1 = \Delta q_2 = \dots = \Delta q_n \quad \Rightarrow \quad \Delta f = \Delta q_i ,$$

где $\Delta f = \Delta q = f(q_1 + \Delta q_1, q_2 + \Delta q_2, \dots, q_n + \Delta q_n) - f(q_1, q_2, \dots, q_n)$;

– свойство строгой монотонности:

$$\forall i \quad q_i > q_i' \quad \Rightarrow \quad f(q_1, q_2, \dots, q_n) > f(q_1', q_2', \dots, q_n').$$

Дифференциальное уравнение в (1) является обобщением условия $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$, которому должны удовлетворять весовые коэффициенты $w_i > 0$ при наиболее распространенном способе вычисления комплексного показателя [1], как взвешенного среднеарифметического частных показателей:

$$q = \sum_{i=1}^{n} w_i q_i \,. \quad (2)$$

Например, таким способом в [7] предлагается вычислять интегральный показатель устойчивого развития экономического субъекта. В [3] была предложена и развита идея рассматривать производные комплексного показателя q по частным показателям q_i вместо константных весов w_i, где функции $\rho_i = \rho_i(q_1, \dots, q_n)$ характеризуют влияние частных показателей на комплексный показатель качества и называются функциональными весами:

$$\rho_i = \frac{\partial f}{\partial q_i} = \frac{\partial q}{\partial q_i} \,.$$

Аналогичный подход был представлен в [10]. Уравнение в (1) выражает условие нормированности функциональных весов, введенное в [5]. Многочлены, удовлетворяющие условию (1), в [6] были названы СМ. Легко проверить, что СМ степени 1 есть функция (2).

Среди различных методов подбора весовых коэффициентов w_i одним из наиболее научно обоснованных является т.н. экспертно-статистический метод [2]. При наличии экспертной оценки $q = q_{exp}^{j}$ комплексного показателя q для каждого j-го объекта в некоторой эмпирической совокупности из *N* объектов и при известных значениях частных показателей $q_i = q_i^j$, где $i \in \{1, \dots, n\}$, $j \in \{1, \dots, N\}$, коэффициенты w_i подбираются так, чтобы аппроксимировать оценки q_{exp}^{j} числами, найденными по формуле (2) значениями. Для этого решается задача оптимизации:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(q_{exp}^{j} - \sum_{i=1}^{n} w_i q_i^j \right)^2 \to \min \qquad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \quad \forall i \quad w_i \geq 0 \,. \quad (3)$$

Абсолютная погрешность такой аппроксимации $\Delta = \max\limits_{j=1,\dots,N} \left| q_{exp}^{j} - \sum_{i=1}^{n} w_i q_i^j \right|$ должна быть, очевидно, многократно меньше единицы (размер шкалы оценки качеств).

Основной целью данной работы является эмпирическая проверка практической применимости многочленов степени 2, относящихся к классу СМ, к задачам построения многокритериальных рейтингов по нескольким показателям качества. Для этого используется методика построения СМ, описанная в [5] и [6].

Методы и результаты исследования

Экспертно-статистический метод подбора весовых коэффициентов [2], описанный в предыдущем пункте, может быть использован для подбора коэффициентов многочленов класса СМ. Чем выше степень многочлена, тем больше у него коэффициентов и, следовательно, тем большее число экспертных оценок можно аппроксимировать. При этом СМ, по-видимому, обладают всеми свойствами средних функций вида (2), которые важны для вычисления комплексных показателей [5], обеспечивая при этом более гибкое моделирование многокритериальных рейтингов.

В настоящей статье рассматриваются НСМ $f(q_1, q_2, q_3, q_4)$ степени 2, выражающий комплексный показатель q , посредством которого решается практическая задача на моделирование рейтинга смартфонов по четырем качествам – экрана, основной камеры, фронтальной камеры и емкости батареи. Смартфоны, как чрезвычайно популярные изделия, подвергались многокритериальным исследованиям и прежде. Стоит отметить статью [9], где строится комплексный рейтинг из 10 смартфонов по шести техническим качествам – объем памяти, емкость батареи, размер экрана, качество основной камеры, тактовая частота процессора – с учетом цены смартфона. Последнее особенно интересно, однако, как представляется, методологически не вполне корректно смешивать цену с техническими параметрами. Задача поиска оптимального товара по соотношению цена-качества имеет, безусловно, очень важное значение, но «качество», как представляется, следует предварительно оценивать отдельно от цены. Кроме того, размер экрана еще не характеризует качество изображения, которое также зависит от качества объектива камеры и разрешения ее цифровой матрицы. В настоящей статье качество экрана так же, как и качества обеих камер, оцениваются на основании экспертных рейтингов, публикуемых компанией DXOMARK. Впрочем, перечень важных для потребителей качеств смартфонов, использованных в настоящем исследовании, далеко не полон, поэтому выстроенные в итоге рейтинги не следует рассматривать, как адекватный реальности, маркетинговый анализ. Они представлены лишь для демонстрации и практической проверки метода моделирования рейтингов с помощью СМ. Ниже представлена тестовая совокупность из 9 смартфонов, которая была выбрана из данных на сайте DXOMARK.

В таблице 1 представлены рейтинги смартфонов по четырем частным качествам, где большему значению рейтинга отвечает лучшее качество. Смартфоны расположены в порядке возрастания общего (многокритериального) рейтинга от 1 до 9, полученного методом экспертной оценки без участия компании DXOMARK. Таким образом, по совокупности вышеуказанных 4 качеств лучшим смартфоном был назван Apple Iphone 14 Pro Max, а худшим – Google Pixel 5. Будем считать, что порядковый номер j смартфона равен его общему рейтингу.

Таблица 1

Рейтинг смартфонов по четырем частным качествам

№	Имя устройства	Камера	Фронтальная камера	Дисплей	Батарея
9	Apple Iphone 14 Pro Max	146	145	149	133
8	Apple Iphone 13 Pro Max	141	134	145	136
7	Huawei P50 Pro	143	144	135	123
6	Apple Iphone 13 Pro	141	134	144	118
5	Apple Iphone 12 Pro Max	131	132	127	121
4	Apple Iphone 13	125	134	136	115
3	Sumsung Galaxy S21 Ultra 5G (Snapdragon)	117	133	131	111
2	Xiaomi Mi 11 Ultra	141	125	124	108
1	Google Pixel 5	109	126	101	93

Пересчитаем частные рейтинги, составленные компанией DXOMARK, в значения частных показателей качества $q_1 = q_1^j$, $q_2 = q_2^j$, $q_3 = q_3^j$, $q_4 = q_4^j$ основной камеры, фронтальной камеры, дисплея, батареи соответственно для смартфона № j, где $j = 1, 2, \dots, 9$. При этом предполагается, что показатели качества q_i линейно выражаются через соответствующие позиции в рейтинге от DXOMARK. Каждой позиции в общем рейтинге отвечает комплексный показатель качества $q = q_{exp}^j$ (столбец q в табл. 2), линейно выражающийся через позицию в общем рейтинге.

Таблица 2

Рейтинг смартфонов по четырем комплексным качествам

№	Имя устройства	q^1	q^2	q^3	q^4	**q**
9	Apple Iphone 14 Pro Max	1,000	1,000	1,000	0,930	**1**
8	Apple Iphone 13 Pro Max	0,865	0,450	0,917	1,000	**0,875**
7	Huawei P50 Pro	0,919	0,950	0,708	0,698	**0,75**
6	Apple Iphone 13 Pro	0,865	0,450	0,896	0,581	**0,625**
5	Apple Iphone 12 Pro Max	0,595	0,350	0,542	0,651	**0,5**
4	Apple Iphone 13	0,432	0,450	0,729	0,512	**0,375**
3	Sumsung Galaxy S21 Ultra 5G (Snapdragon)	0,216	0,400	0,625	0,419	**0,25**
2	Xiaomi Mi 11 Ultra	0,865	0,000	0,479	0,349	**0,125**
1	Google Pixel 5	0,000	0,050	0,000	0,000	**0**

Задача: найти СМ $f(q_1, q_2, q_3, q_4)$ степени 2, который наилучшим образом аппроксимирует экспертные оценки $q = q_{exp}^j$, так что для каждого $j = 1, 2, \dots, 9$ имеет место приближенное равенство $q_{exp}^j \approx f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right)$.

Многочлен степени 2 от q_1, q_2, q_3, q_4, выглядит следующим образом:

$$f(q_1, q_2, q_3, q_4) = a_1 q_1^2 + a_2 q_2^2 + a_3 q_3^2 + a_4 q_4^2 + b_{12} q_1 q_2 + b_{13} q_1 q_3 + b_{14} q_1 q_4 + b_{23} q_2 q_3 + b_{24} q_2 q_4 + b_{34} q_3 q_4 + c_1 q_1 + c_2 q_2 + c_3 q_3 + c_4 q_4$$

$$\frac{\partial f}{\partial q_1} = 2a_1 q_1 + b_{12} q_2 + b_{13} q_3 + b_{14} q_4 + c_1$$

$$\frac{\partial f}{\partial q_2} = 2a_2 q_2 + b_{12} q_1 + b_{23} q_3 + b_{24} q_4 + c_2 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q_3} = 2a_3 q_3 + b_{13} q_1 + b_{23} q_2 + b_{34} q_4 + c_3$$

$$\frac{\partial f}{\partial q_4} = 2a_4 q_4 + b_{14} q_1 + b_{24} q_2 + b_{34} q_3 + c_4$$

Уравнение $\sum_{i=1}^{4} \partial f / \partial q_i = 1$ с учетом (4) равносильно следующей системе уравнений:

$$2a_1 + b_{12} + b_{13} + b_{14} = 0 \qquad 2a_2 + b_{12} + b_{23} + b_{24} = 0$$
$$2a_3 + b_{13} + b_{23} + b_{34} = 0 \qquad 2a_4 + b_{14} + b_{24} + b_{34} = 0$$
$$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 = 1$$

Которая имеет следующее решение:

$$a_1 = -\frac{b_{12} + b_{13} + b_{14}}{2} \qquad a_2 = -\frac{b_{12} + b_{23} + b_{24}}{2}$$
$$a_3 = -\frac{b_{13} + b_{23} + b_{34}}{2} \qquad a_4 = -\frac{b_{14} + b_{24} + b_{34}}{2} \qquad (5)$$
$$c_4 = 1 - c_1 - c_2 - c_3$$

Итак, при условии (5) многочлен $f(\boldsymbol{q})$ является средней, сдвиг-инвариантной функцией. Осталось выяснить: при каких условиях она будет строго монотонной?

Множество точек (q_1, q_2, q_3, q_4) таких , что все $q_i \in [0; 1]$ является 4-мерным кубом Q^4. Его вершины – точки (0,0,0,0), (0,0,0,1), (0,0,1,0), ... , (1,0,0,0), (0,0,1,1), ... , (1,1,1,1) всего 16 вершин. Поскольку функции $\partial f / \partial q_i$ являются линейными, для проверки условия строгой монотонности $\partial f / \partial q_i > 0$ достаточно, чтобы в каждой из вершин гиперкуба Q^4 выполнялись условия $\partial f / \partial q_i > 0 \ \forall i = 1,2,3,4$. С учетом вычислительной погрешности удобнее потребовать, чтобы в вершинах Q^4 выполнялось

$\partial f/\partial q_i \geq \varepsilon$, где ε достаточно близкое к нулю, положительное число. Например, $\varepsilon = 10^{-6}$.

Варьируя свободные параметры b_{ik} при $i < k$ и c_l при $l < 4$ (общим числом 9), учитывая формулы (5), можно аппроксимировать экспертные оценки $q = q_{exp}^j$, решая задачу оптимизации (6) при указанных выше ограничениях на значения функций (4) в вершинах гиперкуба Q^4:

$$\sum_{j=1}^{9}\left(f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right) - q_{exp}^j\right)^2 \to \min. \qquad (6)$$

Здесь 9 есть число объектов эмпирической совокупности. Абсолютная погрешность полученной таким образом аппроксимации оценивается числом:

$$\Delta = \max_{j=1,\dots,9}\left|f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right) - q_{exp}^j\right| \qquad (7)$$

Целевая функция в задаче (7), где коэффициенты a_i и c_4 выражаются согласно (5), является функцией $S(b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{23}, b_{24}, b_{34}, c_1, c_2, c_3)$. Поскольку она является квадратичной и положительно определенной, функция S принимает свое наименьшее значение в единственной точке $(b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{23}, b_{24}, b_{34}, c_1, c_2, c_3)$, определяемой условиями $\partial S/\partial b_{ik} = 0$ и $\partial S/\partial c_l = 0$ при всех $1 \leq i < k \leq 4$, $1 \leq l \leq 3$, которые равносильны следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{9}\left(f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right) - q_{exp}^j\right) \cdot \left(q_i^j - q_k^j\right)^2 = 0 \qquad 1 \leq i < k \leq 4 \\ \sum_{j=1}^{9}\left(f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right) - q_{exp}^j\right) \cdot \left(q_l^j - q_n^j\right) = 0 \qquad 1 \leq l \leq 3 \end{cases}, \qquad (8)$$

где коэффициенты a_i и c_4 выражаются согласно (5) и для каждого $j = 1,2, \dots, 9$, имеем:

$$f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right) = a_1(q_1^j)^2 + a_2(q_2^j)^2 + a_3(q_3^j)^2 + a_4(q_4^j)^2 + b_{12}q_1^j q_2^j + \\ + b_{13}q_1^j q_3^j + b_{14}q_1^j q_4^j + \\ + b_{23}q_2^j q_3^j + b_{24}\, q_2^j q_4^j + b_{34}q_3^j q_4^j + c_1 q_1^j + c_2\, q_2^j + c_3\, q_3^j + c_4 q_4^j \;.$$

Многочлен $f(\boldsymbol{q})$, коэффициенты которого являются единственным решением системы (8) при условиях (5), обеспечивает наилучшую аппроксимацию экспертных оценок q_{exp}^j , но отнюдь не обязательно является строго монотонным. В таком случае в некоторых точках внутри гиперкуба Q^4 для некоторых *i* имеет место $\partial f/\partial q_i < 0$,поэтому показатель $q = f(\boldsymbol{q})$ нельзя использовать для моделирования рейтинга. В задаче с рейтингом смартфонов, сформулированной выше, из системы (8) с учетом (5) получается интерполяционный многочлен $f(\boldsymbol{q})$ степени 2, удовлетворяющий условиям $q_{exp}^j = f\left(q_1^j, q_2^j, q_3^j, q_4^j\right)$ $\forall\, j = 1, 2, \dots, 9$, но не являющийся строго монотонным и потому не относящийся к классу СМ. Предположительно, нарушение строгой монотонности многочлена $f(\boldsymbol{q})$, достаточно хорошо аппроксимирующего экспертные оценки q_{exp}^{j}, можно было бы использовать для корректировки экспертных оценок, так чтобы свойство строгой монотонности имело место.

Решение: С помощью надстройки «Поиск решения» пакета EXCEL было найдено решение a_i, b_{ik}, c_l задачи (6) с учетом (5) при условиях, что все функции (4) принимают значения не меньше $\varepsilon = 10^{-6}$ во всех таких точках (d_1, d_2, d_3, d_4), что все $d_i \in \{0;1\}$. В результате были найдены коэффициенты следующего СМ степени 2:

$$f(\boldsymbol{q}) = -0{,}08q_1^2 - 0{,}093q_2^2 + 0{,}16q_1q_2 + 0{,}025q_2q_4 + 0{,}16q_1 + \\ +0{,}327q_2 + 0{,}513q_4 \qquad (9)$$

Погрешность (7), с которой многочлен (9) аппроксимирует экспертные оценки q_{exp}^{j}, имеет значение $\Delta = 0{,}133$. Общий рейтинг смартфонов, смоделированный с помощью СМ (9), выглядит следующим образом, где в столбце q стоят значения комплексного показателя качества $q = f(q_1, q_2, q_3, q_4)$:

Таблица 3

Общий рейтинг смартфонов, смоделированный с помощью СМ

№	Имя устройства	q^1	q^2	q^3	q^4	**q**
9	Apple Iphone 14 Pro Max	1,000	1,000	1	0,930	**0,975**
7	Huawei P50 Pro	0,919	0,950	0,708	0,698	**0,821**
8	Apple Iphone 13 Pro Max	0,865	0,450	0,917	1,000	**0,794**
6	Apple Iphone 13 Pro	0,865	0,450	0,896	0,581	**0,574**
5	Apple Iphone 12 Pro Max	0,595	0,350	0,542	0,651	**0,543**
4	Apple Iphone 13	0,432	0,450	0,729	0,512	**0,482**
3	Sumsung Galaxy S21 Ultra 5G (Snapdragon)	0,216	0,400	0,625	0,419	**0,380**
2	Xiaomi Mi 11 Ultra	0,865	0,000	0,479	0,349	**0,258**
1	Google Pixel 5	0,000	0,050	0	0,000	**0,016**

По сравнению с экспертным рейтингом смартфоны 7 и 8 поменялись местами, для остальных моделей расчетный рейтинг совпадает с экспертным. Не так просто выявить лучшую среди моделей 7 и 8, принимая во внимание только 4 частных качества, поэтому нельзя с уверенностью утверждать, какой из рейтингов на рисунках 2 и 3 более адекватен потребительским предпочтениям. Комплексный показатель (9) не зависит от частного показателя q_3, что может означать отсутствие потребительского интереса к такому параметру смартфона, как размер экрана. Впрочем, такого рода маркетологические выводы требуют более тщательного анализа, на который данная статья не претендует.

Решена также задача (3), реализующая экспертно-статистический метод [8] подбора весовых коэффициентов для комплексного показателя вида (2). В итоге получено $q = 0{,}357q_2 + 0{,}643q_4$. Погрешность (7), с которой эта линейная функция аппроксимирует экспертные оценки q^j_{exp}, имеет значение $\Delta = 0{,}16$. Соответствующий рейтинг смартфонов выглядит следующим образом, где в столбце q стоят значения комплексного показателя качества $q = 0{,}357q_2 + 0{,}643q_4$.

Таблица 4

Общий рейтинг смартфонов, смоделированный с помощью экспертно-статистического метода

№	Имя устройства	q^1	q^2	q^3	q^4	**q**
9	Apple Iphone 14 Pro Max	1,000	1,000	1,000	0,930	**0,955**
8	Apple Iphone 13 Pro Max	0,865	0,450	0,917	1,000	**0,803**
7	Huawei P50 Pro	0,919	0,950	0,708	0,698	**0,790**
5	Apple Iphone 12 Pro Max	0,595	0,350	0,542	0,651	**0,543**
6	Apple Iphone 13 Pro	0,865	0,450	0,896	0,581	**0,537**
4	Apple Iphone 13	0,432	0,450	0,729	0,512	**0,489**
3	Sumsung Galaxy S21 Ultra 5G (Snapdragon)	0,216	0,400	0,625	0,419	**0,410**
2	Xiaomi Mi 11 Ultra	0,865	0,000	0,479	0,349	**0,229**
1	Google Pixel 5	0,000	0,050	0,000	0,000	**0,018**

По сравнению с экспертным рейтингом смартфоны 5 и 6 поменялись местами, для остальных моделей расчетный рейтинг совпадает с экспертным. Как видно из сравнения частных показателей моделей 5 и 6, их транспозиция в рейтинге не имеет под собой объективных оснований. Здесь комплексный показатель q не зависит от q_1 и q_3. Возрастание погрешности аппроксимации (7) при переходе от квадратичного к линейному СМ составило 20%. Очевидно, что модель экспертного рейтинга, полученная с помощью традиционного подхода (2), является несколько более грубой, чем полученная с помощью СМ (9).

Заключение

Доказана практическая применимость метода моделирования мультикритериальных рейтингов посредством СМ степеней выше первой. Подробно рассмотрен пример конструирования квадратичного СМ, который значительно увеличивает число подбираемых параметров комплексного показателя качества (9 против 3 в случае четырех частных качеств). Для получения более объективных оценок, которые могли бы стать основой для принятия ответственных решений, эмпирическая совокупность объектов должна быть репрезентативной. Экспертные оценки q^j_{exp} комплексного показателя качества объектов из эмпирической совокупности следует прямо назначать в процессе экспертизы с учетом математический ограничений на диапазоны возможных оценок, связанных с аппроксимацией оценок q^j_{exp} расчетными значениями $q^j = f(q^j_1, q^j_2, \dots, q^j_n)$. Данная идея была представлена в [4] и рассмотрена в [6], где приводятся примеры 3 и 4 на уменьшение неопределенности экспертных оценок с помощью СМ степеней 1 и 2 с тремя переменными. Ее практическая проверка будет проведена в следующей работе.

Найденный таким образом СМ $\mathrm{f}(\mathrm{q}_1, \mathrm{q}_2, \dots, \mathrm{q}_\mathrm{n})$ предлагается использовать для вычисления комплексного показателя $q' = f(q'_1, \dots, q'_n)$ качества произвольного объекта из генеральной совокупности, характеризуемого частными показателями качества q'_i. Тогда общий рейтинг генеральной совокупности определяется отношением предпочтения между объектами, согласно которому большему значению комплексного показателя *q* отвечает более предпочтительный объект.

Автор признателен д.ф.-м.н., проф. Зотьеву Д.Б. за постановку задачи, советы и критические замечания в процессе работы.

Список источников

1. Азгальдов Г.Г., Райхман Э.П. *О квалиметрии*. Под ред. Гличева А.В. Москва, Издательство стандартов, 1973, с. 172.
2. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. *Прикладная статистика / Классификация и снижение размерности.* Москва, Финансы и статистика, 1989, с. 334, 421-424.
3. Брызгалин Г.И. *Введение в теорию качества.* Волгоград, издательство Волгоградского политехнического института, 1988, с. 91.
4. Зотьев Д.Б. К проблеме определения весовых коэффициентов на основании экспертных оценок // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*, 2011, 77, no. 1, с. 75-78.
5. Зотьев Д.Б. Нормализованные средние и проблема свертывания показателей качества // *Справочник. Инженерный журнал*, 146, 2009, no. 5, с. 43-48.
6. Зотьев Д.Б. О нормализованных средних критериях, интерполирующих экспертные оценки // *Справочник. Инженерный журнал*, 2012, 184, no. 7, с. 50-56.
7. Кондрашова Н.В., Данилов И.С. Совершенствование алгоритма расчета интегрального показателя устойчивого развития экономического субъекта // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2002, no. 5, с. 54-66.
8. Calvo T., Kolesárová A., Komorníková M., Mesiar R. Aggregation operators: Properties, classes and construction methods, Aggregation operators. New trends and applications // *Aggregation operators*, 2002, pp. 3-103.
9. Goswami S.S., Behera D. K. Evaluation of the best smartphone model in the market by integrating fuzzy-AHP and PROMETHEE decision-making approach // *Decision*, 2021, 48, no. 1, pp. 71–96.
10. Marler R., Arora J. The weighted sum method for multi-objective optimization: New insights // *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, no. 41, pp. 853-862.

QUADRATIC AVERAGING REGRESSION OF EXPERT ESTIMATES OF SMARTPHONES QUALITY

Makhin Alexander Alexandrovich, graduate student

Novosibirsk State University of Economics and Management «NINH», st. Kamenskaya, 56, Novosibirsk, Russia, 630099; e-mail: kislik0fist@mail.ru

Importance: the article is devoted to the problem of constructing ratings of homogeneous objects in terms of their quality, taking into account several particular qualities, for which it is proposed to use aggregating, idempotent, strictly monotonic, shift-invariant polynomials (SM) in accordance with the methodology described in [3], [7]. *Purpose*: building a quadratic SM and using it to model the overall, consumer rating of smartphones in four particular qualities – the main and front cameras, display, battery, using a test (empirical) set of nine smartphones. Checking the practical applicability of the SM-s for calculating complex quality indicators and developing recommendations for the application of this methodology. *Research design*: based on data from the official website of the DXOMARK quality assessment laboratory, there were built smartphones particular ratings for four qualities. Independently of DXOMARK, expert estimates of the overall (multi-criteria) rating of smartphones in the tested set were obtained. By analogy with the expert-statistical method for determining the weight coefficients, there were found the coefficients of the quadratic SM which is approximating the expert estimates of the complex quality. *Results*: the practical applicability of the method of modeling multi-criteria ratings by means of SM-s of the degrees above the first has been proved. An example of constructing a quadratic SM, which significantly increases the number of customized parameters of a complex quality indicator, is considered in detail. A recommendation is proposed for the development of this methodology in order to bring its objectivity to the level of responsible decision-making.

Keywords: multi-objective optimization, normalized mean function, shift-invariant polynomial, aggregation operator, weight coefficient, complex index, integral indicator, expert estimate, smartphones rating, functional weight, decision making.

References

1. Azgaldov G.G., Rayhman E.P. *O kvalimetrii* [About qualimetry]. Edited by Glichev A.V. Moscow, Standards Publ., 1973. 172 p. (In Russ.)
2. Ayvaziyan S.A., Buhschtaber V.M., Enyukov I.S., Meschalkin L.D. *Prikladnaya statistika [Practical statistics] / Dimension classification and reduction*. Moscow, Finance and statistics, 1989, pp. 334, 421-424. (In Russ.)

3. Bryzgalin G.I. *Vvedenie v teoriyu kachestva* [Introduction to quality theory]. Volgograd, Volgograd College of technology Publ., 1988. 91 p. (In Russ.)

4. Zotiev D.B. K problem opredeleniya vesovyh koeffitsientov na osnovanii ekspertnyh otsenok [Regarding to weight number determination problem by applying scientific assessment]. *Catalogue. Engineering magazine,* 2011, 77, no. 1, pp. 75-78. (In Russ.)

5. Zotiev D.B. Normalizovannye srednie i problrma svertyvaniya pokazateley kachestva. [Standardized average and quality rating compression problem]. *Catalogue. Engineering magazine,* 2009, 146, no. 5, pp. 43-48. (In Russ.)

6. Zotiev D.B. O normalizovannyh srednih kriteriyah, interpoliruyuschih ekspertnye otsenki [About standardized average criteria that interpolates scientific assessment]. *Catalogue. Engineering magazine*, 2012, 184, no. 7, pp. 50-56. (In Russ.)

7. Kondashova N.V., Danilov I.S. Sovershenstvovanie algoritma rascheta integralinogo pokazatelya ustoychivogo razvitiya ekonomicheskogo sub'ekta [Improving calculation algorithm of economic entity sustainable growth integrated index]. *Modern economies: issues and options*, 2022, no. 5, pp. 54-66. (In Russ.)

8. Calvo T., Kolesárová A., Komorníková M., Mesiar R. Aggregation operators: Properties, classes and construction methods, Aggregation operators. New trends and applications. *Aggregation operators*, 2002, pp. 3-103. (In Eng.)

9. Goswami S.S., Behera D. K. Evaluation of the best smartphone model in the market by integrating fuzzy-AHP and PROMETHEE decision-making approach. *Decision*, 2021, 48, no. 1, pp. 71-96. (In Eng.)

10. Marler R., Arora J. The weighted sum method for multi-objective optimization: New insights. Structural and *Multidisciplinary Optimization*, 2010, no. 41, pp. 853-862. (In Eng.)