

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

УДК 631:338.2: 519.86

JEL C53

О НОВЫХ ПОДХОДАХ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ УРОЖАЙНОСТИ ЗЕРНОВЫХ КУЛЬТУР

Буховец Алексей Георгиевич¹, д-р техн. наук, проф.

Семина Евгений Александрович¹, канд. экон. наук

Горностаев Андрей Константинович², маг.

¹ Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I, ул. Мичурина, 1, Воронеж, Россия, 394087

² МИРЭА – Российский технологический университет, пр-т Вернадского, 78, Москва, Россия, 119454

Предмет: рассмотрение новых подходов в решении практических задач может осуществляться двояким образом. Возможна разработка новых методов применительно к ранее полученным данным, а возможно использовать традиционные методы в отношении данных, полученных инновационными способами. В любом случае имеет место получение новой информации о предмете исследования. В данной работе представлены оба варианта. *Цель:* рассмотреть использование аналитических моделей в прогнозировании урожайности с точки зрения применения новых методических подходов, таких как фрактальная теория и методика районирования, основанная на размытых множествах. Представить результаты сравнительного анализа использования традиционных методов и подходов, в основу которых положена фрактальная теория. Обсудить связь этих моделей с исходными предположениями и их влияние на качество прогнозов. *Дизайн исследования:* вводится новое понятие оперативного прогноза, в основе которого лежат данные дистанционного зондирования с помощью искусственных спутников Земли и использования NDVI-индекса. Показано, что в основе предложенной модели лежат физиологические особенности сельскохозяйственных растений. Обсуждаются подходы к улучшению качества оперативного прогноза за счёт использования нового интегрального показателя, базирующегося на предложенной динамической модели вегетационного индекса. *Результаты:* практически полезными способами, позволяющими оперативно оценивать влияние внешних факторов, могут стать методы дистанционного зон-

дирования Земли. Как показывает обширная практика, для этих целей хорошо подходит нормализованный разностный вегетационный индекс NDVI. Предложенная нами динамическая модель индекса NDVI отражает особенности развития сельскохозяйственной культуры, например, озимой пшеницы. В дальнейшем эта модель была использована для прогноза урожайности.

Ключевые слова: прогнозирование урожайности, районирование территорий, рандомизированные системы итерированных функций, вегетационный индекс NDVI.

DOI: 10.17308/meps/2078-9017/2023/2/8-19

Введение

Продовольственная безопасность страны может быть обеспечена лишь при устойчивом развитии сельского хозяйства, которое является одной из системообразующих отраслей экономики России. Даже самые развитые страны вкладывают значительные финансовые средства в развитие своего аграрного сектора. При этом одним из ключевых является вопрос устойчивого производства зерна. Зернопроизводство является довольно сложной системой со своими особенностями, связанными с климатическими, агроэкологическими, экономическими и технологическими условиями, формами ведения хозяйственной деятельности. Для обеспечения региона зерном важно планировать необходимые и предвидеть возможные объемы производства, заранее определять структуру посевных площадей, рынки сбыта и мероприятия, направленные на снижение материально-денежных затрат на выращивание, уборку и хранение. В основе решения этих задач лежит прогнозирование, которое позволяет заблаговременно спланировать ряд необходимых мероприятий и принять меры по оптимизации зернопроизводства.

Современные методы прогнозирования характеризуются как использованием новых аналитических схем, так и новой методологией, новыми цифровыми технологиями. Традиционно предполагалось, что предсказание урожайности сельскохозяйственных культур можно вести, опираясь только на временные ряды [3, 12]. При таком подходе полагали, что сложившиеся за ряд лет тенденции будут продолжены в будущем, и, следовательно, для получения надёжных прогнозных значений достаточно правильного определения структуры временного ряда: вида тренда, циклических и случайных составляющих, характера стационарности. Однако вызывают законное сомнение результаты прогноза, полученного только на основании единственного количественного критерия – показателя ошибки или коэффициента детерминации в случае линейной модели. Математические методы, как известно, позволяют строить достаточно точные интерполяционные кривые, которые при экстраполяции зачастую могут терять содержательный смысл. Как правило, это происходит ввиду изменений агротехнологических процес-

сов, которые за последнее десятилетие претерпели коренные преобразования. С другой стороны, попытки учитывать только современный уровень агротехнологических приемов зачастую приводят к слишком коротким временным рядам. Так, на наш взгляд, некорректными представляются прогнозные расчеты, выполненные по пяти уровням временного ряда с горизонтом прогнозирования 10-15 лет.

Введение в практику современных цифровых технологий, связанных с дистанционным зондированием с помощью ИСЗ (искусственных спутников Земли), открывает новые возможности для прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур. Использование оперативной информации, получаемой с искусственных спутников, позволяет дать предварительную оценку возможной урожайности. Предлагаемая нами модель, в отличие от других моделей [9, 11], сравнительно с небольшими по площади объектами – полями, а не с усреднёнными по всему массиву значениями урожайности.

Методы и результаты исследования

Объектом исследования при среднесрочном прогнозировании были взяты 32 района Воронежской области. Предметом послужили данные об урожайности зерновых культур за предыдущий 41 год. Для повышения качества прогноза урожайности нами был предложен подход, позволяющий учитывать внешнее воздействие окружающей среды на прогнозируемые значения [5]. С этой целью была разработана методика предварительного районирования территории Воронежской области, основанная на средних значениях урожайности зерновых культур, в частности озимой пшеницы и ячменя [7], как культур, составляющих основную часть зернопроизводства региона. В рамках данного подхода урожайность предлагалось рассматривать как некоторый системный показатель, характеризующий комплексное воздействие окружающей среды на конкретную сельскохозяйственную культуру. В алгоритме построения такого районирования были задействованы методы теории размытых множеств [4], позволившие отказаться от традиционных методов группировок. При этом однородность классов характеризовалась таким образом, что у наиболее типичных представителей класса анализируемый показатель, в нашем случае – урожайность, имел максимальное значение, а по мере удаления от них его величина монотонно уменьшалась. В дальнейшем прогноз проводился по каждому отдельно взятому однородному в некотором смысле району. Проведённое районирование для озимой пшеницы, по данным 32 районов Воронежской области, позволило выделить шесть территориально связанных классов, в которых производство указанной культуры осуществлялось в течение длительного временного периода с применением схожих технологий возделывания, и рассматривать их как объекты, находящиеся в сравнительно однородных агроклиматических условиях. При этом районы с наиболее высоким уровнем урожайности рассматривались как типичные представители своего класса,

которые характеризуют эти условия наиболее полно. Результаты районирования позволяют прогнозировать урожайность только для этих районов, а ожидаемые показатели в других районах рассчитывать посредством специальной корректировки. Всё это приводит к значительному сокращению объемы вычислений и вместе с тем к увеличению надежности результатов.

В качестве модели генерирования временного ряда урожайности нами был выбран процесс построения фрактальных множеств. В общем виде он представляется как численное решение уравнения Ланжевена [13, с. 77]

$$\frac{\partial X}{\partial t} = (1 - \xi)(Z - X), \quad (1)$$

которое может быть записано в виде следующей разностной схемы:

$$X_{n+1} = \xi X_n + (1 - \xi)Z_j^{(n)}, \quad (2)$$

где $\{Z_j / p_j\}_{j=1}^K$ – дискретная случайная величина; $0 < \xi < 1$ – параметр, определяющий влияние предыдущего значения X_n на последующее X_{n+1} , а также степень влияния случайной составляющей Z_j на значения уровней ряда. Итеративное выполнение соотношения (2) является основой модели рандомизированных систем итерированных функций (РСИФ) [3], поскольку составляющая $Z_j^{(n)}$ на каждом n -м шаге выбирается случайным образом в соответствии с указанным законом распределения. В рамках предложенного подхода нормально распределённая случайная величина Z в уравнении Ланжевена была заменена дискретной.

Для надёжного определения характера временного ряда предварительно предлагается использовать L-преобразование Лежандра [2], которое позволило подтвердить правильность сделанного предложения. Перепишем формулы преобразования Лежандра в виде разностных соотношений. Если $\{x_i, y_i\}_{i=1}$ – двумерное представление аттрактора РСИФ на плоскости, то формулы L – преобразования примут вид:

$$\begin{cases} x_n^* = \frac{y_{n+1} - y_n}{x_{n+1} - x_n}, \text{ если } x_{n+1} \neq x_n \\ y_n^* = y_{n+1} - x_n x_n^*. \end{cases} \quad (3)$$

В качестве примера были рассмотрены данные об урожайности озимой пшеницы за 41 год по шести различным установленным нами классам [14]. Проведённые численные эксперименты подтверждают высказанное предположение о механизме формирования рассматриваемых показателей. Аналогичные результаты были получены при применении преобразований к данным других классов. Следствием этого является мотивированное применение математического аппарата фрактального анализа для прогнозирования [6].

Сравнение результатов прогнозирования, полученных с помощью предложенной методики, с традиционными методами, такими как авторегрессионные модели ARMA [5], модели сингулярно-спектрального анализа,

позволили отдать предпочтение моделям РСИФ. Более полно результаты разработанной нами методики прогнозирования урожайности и результаты её практического применения отражены в [6].

Оперативное прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур. Развитие современных инновационных технологий создаёт возможность для перехода от традиционных долгосрочных прогнозов урожайности сельскохозяйственных культур к оперативному отслеживанию состояния посевов и оценки возможной урожайности. Такой подход позволяет вносить определённые коррективы в технологические процессы, контролировать развитие и рост растений, а в конечном счёте выходить на оперативное прогнозирование урожайности. Для этих целей, как показывает обширная практика [8, 15], хорошо подходит нормализованный разностный вегетационный индекс NDVI (Normalized Difference Vegetation Index), значения которого получаются в результате дистанционного зондирования Земли с помощью космических аппаратов [11]. Величина индекса NDVI определяется как отношение разности интенсивностей инфракрасной и красной областей спектра к сумме этих же интенсивностей [10]. Практическое использование данных о величине значений NDVI, получаемых из космоса, связано с оценкой содержания хлорофилла в вегетативных органах растений [1, 17]. Подход, предложенный нами, в отличие от других работ, выполненных по этой тематике, был разработан применительно к сравнительно небольшим полям, не превосходящим площади 200 га. Предложенная нами динамическая модель индекса NDVI [18] отражает особенности развития конкретной сельскохозяйственной культуры, в данном случае – озимой пшеницы, учитывает одновременное наличие двух противоположных тенденций [17] и имеет следующий вид:

$$Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}, \quad (4)$$

где $Y(t)$ – текущее значение нормализованного разностного индекса; a и b – параметры, характеризующие динамический процесс изменения вегетационного индекса; t – время (в днях); C – константа интегрирования, отвечающая за масштаб измерения.

По своей сути динамическая модель NDVI является параметрической. Она зависит от двух основных параметров: b отражает процессы роста зелёной массы за счёт наращивания хлорофилла и, как следствие, увеличение значений индекса NDVI. Другой параметр a характеризует процессы выработки пластических веществ в растениях за счёт фотосинтеза. При этом последний параметр также отвечает за уменьшение значений вегетационного индекса. Значения параметров a и b отражают суммарное влияние всех факторов на развитие посевов, а также биологические свойства культуры: её генотип, влияние агрометеорологических и геофизических условий. Наиболее информативной с точки зрения прогноза урожайности оказалась та

часть динамической кривой, которая характеризует фазы органогенеза с IV по XII [10, 19].

В качестве исходных данных для верификации модели (4) были использованы массивы значений NDVI посевов озимой пшеницы в Воронежской, Курской и Белгородской областях по результатам измерения с марта по август за 2017 и 2018 гг. Эти данные были получены с помощью космического аппарата MODIS с разрешающей способностью 250 м. При этом первоначальные данные были предварительно очищены от мешающих факторов (облачность, дымка и пр.) с помощью специальных масок. Оценки всех параметров динамической модели, полученные по методу наименьших квадратов, были статистически значимыми на уровне менее 5%.

На рис. 1 приведен пример построенной модели для аппроксимации значений индекса NDVI по имеющимся статистическим данным.

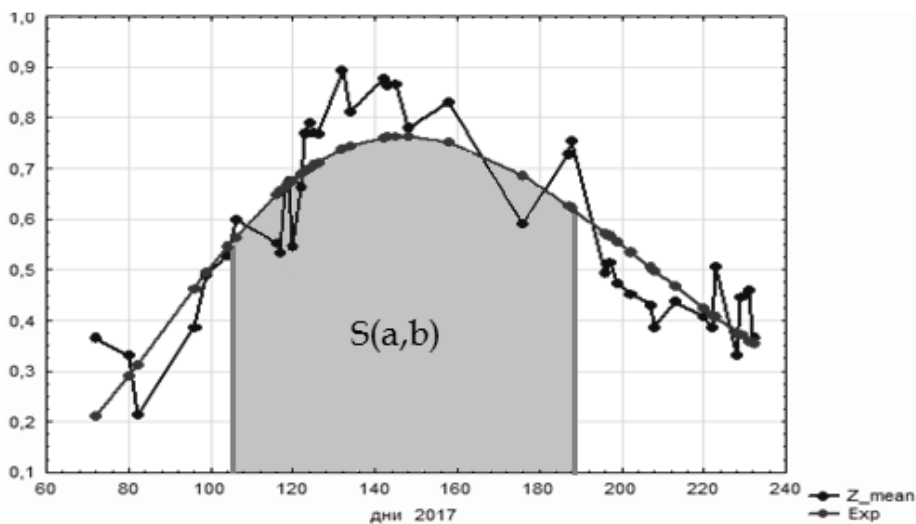


Рис. 1. Пример построения модели $Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}$

Анализ связи урожайности $Y(t)$ со значениями NDVI показывает, что можно определить временной интервал, в котором темп скорости вегетационного индекса изменяется. С этой целью следует решить уравнение $Y''(t) = 0$, корни которого $t_1 = (b - \sqrt{b})/a$ и $t_2 = (b + \sqrt{b})/a$ будут определять границы интенсивного нарастания величины пластической массы зёрен. Чтобы оценить куммулятивный эффект этого процесса, в рассмотрение вводится интегральный показатель:

$$S(a, b) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Y(t) dt = \frac{C}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} t^b e^{-at} dt, \quad (5)$$

который можно считать средним значением функции $Y(t)$ на промежутке интегрирования $[t_1, t_2]$. Предложенный нами показатель, представляющий интеграл динамической кривой по указанным периодам фаз органогенеза,

продемонстрировал на эмпирических данных тесную корреляционную связь с урожайностью.

Как показывает статистический анализ, параметры C , a и b сильно связаны и значимо на уровне менее 5% коррелируют друг с другом и с параметром S . В свою очередь параметр S коррелирует со значениями Y . В ходе дальнейших исследований было установлено, что две переменные S – среднее значение интегрального показателя и Y – урожайность, как свидетельствует QQ-графики [16], имеют одинаковые распределения. Результаты построения регрессионной зависимости урожайности Y от значений интегрального показателя S приведены в таблице 1.

Таблица 1

Оценки параметров регрессионной зависимости урожайности U от интегрального показателя S

Regression Summary for Dependent Variable: U - Урожайн (Spreadsheet3_c						
R= ,43766685 R²= ,19155228 Adjusted R²= ,18370327						
F(1,103)=24,405 p<.00000 Std.Error of estimate: 14,025						
N=105	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(103)	p-value
Intercept			-37,0614	17,98326	-2,06088	0,041834
S - Интеграл	0,437667	0,088595	129,8269	26,28018	4,94011	0,000003

Полученное уравнение будет иметь вид:

$$Y = -37,06 + 129,83 S, \quad (R^2 = 0,19) \quad (6)$$

В дальнейшем уравнение (4) было использовано для прогноза урожайности. Пусть, например, величина S примет значение, равное 0,75. Тогда прогнозное значение Y составит 60,31 ц/га, 95% доверительный интервал будет (55,86 ÷ 64,76); 90% доверительный интервал (56,58 ÷ 64,03).

Предложенная динамическая модель показала хорошее согласие с эмпирическими данными и возможность быть использованной в решении оперативных задач прогнозирования урожайности [18]. Основное преимущество данного подхода к прогнозированию урожайности заключается в том, что прогноз делается на основе поступающих с космического аппарата данных, т.е. является оперативным.

Заключение

Развитие методов прикладной статистики, введение в практику новых математических разделов открывает возможности для совершенствования практических методик анализа эмпирической информации. Появившаяся в конце прошлого века теория фракталов даёт возможность сформулировать новые подходы к эмпирическим данным, с иной точки зрения рассмотреть механизм генезиса данных. В этом плане использование теории фракталов для решения задач прогнозирования представляет определённый практический интерес.

Наряду с этим появление инновационных технологий, таких как дистанционное зондирование Земли с помощью искусственных спутников, позволяет получать новые данные, обработка которых ввиду их сложности создаёт определённые трудности. Построение динамических моделей, позволяющих учитывать, как особенности природы самих данных, так и математические аспекты задачи, тесно связано с решением практических задач аграрного сектора экономики. Дальнейшее накопление эмпирического материала позволит в будущем ввести в построенную модель данные об агроэкологическом окружении и установить связь параметров динамической модели NDVI с ранее полученным районированием.

Список источников

1. Андрианова Ю.Е. *Хлорофилл и продуктивность растений* / Ю.Е. Андрианова, И.А. Тарчевский. Москва, Наука, 2000, с. 134.
2. Арнольд В.И. *Математические методы классической механики*. Москва, Наука, 1974, с. 475.
3. Афанасьев В.Н. *Анализ временных рядов и прогнозирование* / В.Н. Афанасьев, М.М. Юзбашев. Москва, Финансы и статистика, 2001. 228 с.
4. Буховец А.Г. Зависимость выбора алгоритма классификации от гипотез о характере расположения объектов в признаковом пространстве // *Типология и классификация в социологических исследованиях* / Академия наук СССР, Институт социологических исследований. Москва, Наука, 1982, с. 143-179.
5. Буховец А.Г. Прогнозирование урожайностей озимой пшеницы и ячменя для районов Воронежской области на 2015 год / А.Г. Буховец, Е.А. Семин // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2015, no. 4(64), с. 124-137.
6. Буховец А.Г. *Современные подходы и методы в прогнозировании урожайности отдельных видов зерновых культур* / А.Г. Буховец, Е.А. Семин, Т.Я. Бирючинская; Воронежский государственный аграрный университет им. императора Петра I. Воронеж, Воронежский государственный аграрный университет им. императора Петра I, 2016. 214 с.
7. Буховец А.Г. Типологическое районирование урожайности озимой пшеницы Воронежской области / А.Г. Буховец, Е.А. Семин // *Вестник Воронежского государственного аграрного университета*, 2014, no. 1-2(40-41), с. 279-288.
8. Возможности дистанционной оценки урожайности озимой пшеницы на основе вегетационного индекса фотосинтетического потенциала / Ф.В. Ерошенко [и др.] // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*, 2016, т. 13, no. 4, с. 99-112.
9. Горелова М.В. Содержание понятия устойчивости и его экономическая сущность в сфере аграрного производства / М.В. Горелова, Л.А. Шишкина // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2018, no. 3(99), с. 17-27.
10. Ерошенко Ф.В. Возможности дистанционной оценки урожайности озимой пшеницы на основе вегетационного индекса фотосинтетического потенциала / Ф.В. Ерошенко, С.А. Барталев, И.Г. Сторчак, Д.Е. Плотников // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*, 2016, т. 13, no. 4, с. 99-112.
11. Загайтов И.Б. Прогностические модели в планировании развития АПК / И.Б. Загайтов, В.С. Филонов, С.И. Яблоновская // *Экономическое прогнозирование: модели и методы: материалы X международной научно-практической конференции*, Воронеж, 05–07 июня 2014 года. Воронеж, Научная книга, 2014, с. 79-85.
12. Романовский М.Ю. *Введение в экофизику. Статистические и динамические модели* / М.Ю. Романовский, Ю.М. Романовский. Москва–Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. 280 с.
13. Семин Е.А. Прогнозирование урожайности зерновых культур с использованием рандомизированных систем

итерированных функций / Е.А. Семин, А.Г. Буховец, М.В. Горелова // *Вестник Воронежского государственного аграрного университета*, 2014, no. 4(43), с. 174-184.

14. Технология мониторинга состояния посевов по данным дистанционного зондирования Земли на юге Западной Сибири / Л.А. Сладких, Е.И. Сапрыкин, М.Г. Захватов, Е.Ю. Сахарова // *ГЕОМАТИКА*, 2016, no. 2, с. 39-48.

15. Халафян А.А. *STATISTICA 6. Статистический анализ данных*. Москва, ООО «Бином-Пресс», 2010. 528 с.

16. Шатилин И.С. Математическая модель фотосинтетической деятельности посева озимой пшеницы / И.С. Шатилов, А.М. Замараев // *Известия ТСХА*, вып. 2, 1987, с. 31-39.

17. Dynamic model of crops' normalized difference vegetation index in central federal district environment / A.G.

Bukhovets, E.A. Semin, M.V. Kucherenko, S.I. Yablonovskaya // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science: III International Scientific Conference: AGRITECH-III-2020: Agribusiness, Environmental Engineering and Biotechnologies*, Volgograd, Krasnoyarsk, 18–20 июня 2020 года / Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Volgograd, Krasnoyarsk, Institute of Physics and IOP Publishing Limited, 2020, p. 42019.

18. Forecasting the winter wheat yield based on the vegetation index NDVI dynamic model / A.G. Bukhovets, E.A. Semin, M.V. Kucherenko, S.I. Yablonovskaya // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, Volgograd, 17–18 июня 2021 года / Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering. Krasnoyarsk, Russian Federation: IOP Publishing Ltd, 2021, p. 12191.

NEW APPROACHES TO FORECASTING THE YIELD OF GRAIN CROPS

Bukhovets Aleksey Georgievich¹, Dr. Sci. (Eng.), Full Prof.

Semin Evgeniy Aleksandrovich¹, Cand. Sci. (Econ.), Assoc. Prof.

Gornostaev Andrey Konstantinovich², M.A. student

¹ Voronezh State Agricultural University, Mitchurina st., 1, Voronezh, Russia, 394087;
e-mail: abuhovets@mail.ru

² MIREA – Russian Technological University, Vernadsky ave., 78, Moscow, Russia,
119454; e-mail: agornostaevv@gmail.ru

Importance: the consideration of new approaches in solving practical problems can be carried out in two ways. It is possible to develop new methods in relation to previously obtained data, and it is possible to use traditional methods in relation to data obtained in innovative ways. In any case, there is a receipt of new information about the subject of research. Both options are presented in this paper. *Purpose:* the purpose of the research is to consider the use of analytical models in yield forecasting from the point of view of applying new methodological approaches, such as fractal theory and the fuzzy set-based zoning technique. To present the results of a comparative analysis of the use of traditional methods and approaches based on fractal theory. To discuss the relationship of these models with the initial assumptions and their impact on the quality of forecasts. *Research design:* a new concept of operational forecasting is introduced, which is based on remote sensing data using artificial Earth satellites and the use of NDVI index. It is shown that the proposed model is based on the physiological characteristics of agricultural plants. Approaches to improving the quality of the operational forecast through the use of a new integral indicator based on the proposed dynamic model of the vegetation index are discussed. *Results:* methods of remote sensing of the Earth can become practically useful ways to quickly assess the influence of external factors. As extensive practice shows, the normalized difference vegetation index NDVI is well suited for these purposes. The dynamic model of the NDVI index proposed by us reflects the features of the development of an agricultural crop, for example, winter wheat. Subsequently, this model was used to predict yields.

Keywords: yield forecasting, zoning of territories, randomized systems of iterated functions, vegetation index NDVI.

References

1. Andrianova Yu.E. *Chlorophyll and plant productivity* / Yu.E. Andrianova, I.A. Tarchevsky. Moscow, Nauka, 2000, p. 134. (In Russ.)
2. Arnold V.I. *Mathematical methods of classical mechanics*. Moscow, Nauka, 1974, p. 475. (In Russ.)
3. Afanasyev V.N. *Time series analysis and forecasting* / V.N. Afanasyev, M.M. Yuzbashev. Moscow, Finance and Statistics, 2001. 228 p. (In Russ.)
4. Bukhovets A.G. Dependence of the choice of the classification algorithm on hypotheses about the nature of the location of objects in the feature space. *Typology and classification in sociological research* / Academy of Sciences of the USSR, Institute of Sociological Research. Moscow, Nauka, 1982, pp. 143-179. (In Russ.)
5. Bukhovets A.G. Forecasting of winter wheat and barley yields for the districts of the Voronezh region for 2015 / A.G. Bukhovets, E.A. Semin. *Modern economics: problems and solutions*, 2015, no. 4(64), pp. 124-137. (In Russ.)
6. Bukhovets A.G. *Modern approaches and methods in forecasting the yield of certain types of grain crops* / A.G. Bukhovets, E.A. Semin, T.Ya. Biryuchinskaya; Voronezh State Agrarian University. Emperor Peter I. Voronezh, Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter I, 2016. 214 p. (In Russ.)
7. Bukhovets A.G. Typological zoning of winter wheat yield in the Voronezh region / A.G. Bukhovets, E.A. Semin. *Bulletin of the Voronezh State Agrarian University*, 2014, no. 1-2(40-41), pp. 279-288. (In Russ.)
8. Possibilities of remote assessment of winter wheat yield based on the vegetative index of photosynthetic potential / F.V. Eroshenko [et al.]. *Modern problems of remote sensing of the Earth from space*, 2016, vol. 13, no. 4, pp. 99-112. (In Russ.)
9. Gorelova M.V. The content of the concept of sustainability and its economic essence in the field of agricultural production / M.V. Gorelova, L.A. Shishkina. *Modern Economy: problems and solutions*, 2018, no. 3(99), pp. 17-27. (In Russ.)
10. Eroshenko F. In the possibility of remote assessment of winter wheat yield based on the vegetative index of photosynthetic potential / F.V. Eroshenko, S.A. Bartalev, I.G. Storchak, D.E. Plotnikov. *Modern problems of remote sensing of the Earth from space*, 2016, vol. 13, no. 4, pp. 99-112. (In Russ.)
11. Zagaytov I.B. Prognostic models in planning the development of agriculture / I.B. Zagaytov, V.S. Filonov, S.I. Yablonovskaya. *Economic forecasting: Models and methods: materials of the X International Scientific and Practical Conference*, Voronezh, 05-07 June 2014. Voronezh, Publishing and Printing Center «Scientific Book», 2014, pp. 79-85. (In Russ.)
12. Romanovsky M.Yu. *Introduction to econophysics. Statistical and dynamic models* / M.Yu. Romanovsky, Yu.M. Romanovsky. Moscow-Izhevsk, SIC «Regular and chaotic dynamics», 2007. 280 p. (In Russ.)
13. Semin E.A. Grain crop yield forecasting using randomized systems of iterated functions / E.A. Semin, A.G. Bukhovets, M.V. Gorelova. *Bulletin of the Voronezh State Agrarian University*, 2014, no. 4(43), pp. 174-184. (In Russ.)
14. Technology for monitoring the state of crops according to remote sensing data of the Earth in the south of Western Siberia / L.A. Sladkikh, E.I. Saprykin, M.G. Grabatov, E.Yu. Sakharova. *GEOMATICS*, 2016, no. 2, pp. 39-48. (In Russ.)
15. Khalafyan A.A. *STATISTICA 6. Statistical data analysis*. Moscow, LLC «Binom-Press», 2010. 528 p. (In Russ.)
16. Shatilov I.S. Mathematical model of photosynthetic activity of winter wheat sowing / I.S. Shatilov, A.M. Zamaraev. *Izvestiya TSKHA*, iss. 2, 1987, pp. 31-39. (In Russ.)
17. Dynamic model of crops' normalized difference vegetation index in central federal district environment / A.G. Bukhovets, E.A. Semin, M.V. Kucherenko, S.I. Yablonovskaya. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science: III International Scientific Conference: AGRITECH-III-2020: Agribusiness, Environmental Engineering and Biotechnologies*, Volgograd, Krasnoyarsk, June 18-20, 2020

/ Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Volgograd, Krasnoyarsk, Institute of Physics and IOP Publishing Limited, 2020, p. 42019. (In Eng.)

18. Forecasting the winter wheat yield based on the vegetation index NDVI dynamic

model / A.G. Bukhovets, E.A. Semin, M.V. Kucherenko, S.I. Iablonovskaia. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, Volgograd, June 17-18, 2021 / Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering. Krasnoyarsk, Russian Federation, IOP Publishing Ltd, 2021, p. 12191. (In Eng.)