УДК 311.3/.4

JEL C02

НОВЫЙ МЕТОД ПРОВЕРКИ СТАЦИОНАРНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ОБ ОТКРЫТИИ КОРОТКОЙ ПОЗИЦИИ

Зотьев Дмитрий Борисович, д-р физ.-мат. наук, проф.

Чернышова Дарья Игоревна, студ.

Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», Ядринцевская ул., 53, Новосибирск, Россия, 630099; e-mail: zotev@inbox.ru; beyourself20@mail.ru

Предмет: слабо стационарные случайные процессы в экономике, реализованные в виде временных рядов. *Цель*: улучшить метод проверки стационарности по автоковариационной функции, метод проверки стационарности по математическому ожиданию дополнить случаем близкого к нулю среднего значения временного ряда; найти примеры практического применения информации о слабой стационарности. *Дизайн исследования:* исследование носило теоретический, математико-статистический характер. Проверка корректности полученных результатов осуществлялась на модельных и реальных примерах временных рядов. В том числе на примере котировок акций ЗАО «Татнефть» за короткий период времени. *Результаты*: новый метод проверки временного ряда на стационарность по автоковариационной функции, а также дополненный метод проверки на стационарность по математическому ожиданию. Исследована проблема выбора подходящего момента для открытия короткой позиции на фондовом рынке. Информацию о стационарности средних значений котировок акций или фьючерсов предлагается использовать как индикатор для принятия решения об открытии короткой позиции. В сочетании с обычными методами технического анализа это может способствовать снижению рисков как для трейдеров, так и для брокеров.

Ключевые слова: слабая стационарность, автоковариационная функция, автокорреляционная функция, стационарный временной ряд, слабая эргодичность, короткая позиция, шорт-операция.

DOI: 10.17308/meps/2078-9017/2025/4/20-34

Введение

В данной статье случайным процессом (СП) называется зависящая от времени случайная величина $X(t)$, т.е. случайная функция [5]. Если при $t \in [0; +\infty)$ измерить величину $X(t)$, то она примет вполне определенное значение $x(t)$. Так возникает функция времени $x(t)$, которая называется реализацией случайного процесса $X(t)$. Важнейшей характеристикой СП является функция $m_X(t) = E(X(t))$. Линейная взаимосвязь случайных величин $X(t)$ и $X(t')$ характеризуется автоковариационной функцией (АКФ)[1]:

$$K_X(t,t') = E\Big[\big(X(t) - m_X(t)\big) \cdot \big(X(t') - m_X(t')\big)\Big] \qquad \forall t \, \forall t' \tag{1}$$

Заметим, что $\sigma^2(X(t)) = K_X(t,t)$. Коэффициент корреляции между $X(t)$ и $X(t')$ выражается автокорреляционной функцией $R_X(t,t') = K_X(t,t') / \left(\sqrt{K_X(t,t)} \cdot \sqrt{K_X(t',t')}\right)$. Со случайными процессами тесно связаны временные ряды, которые являются реализациями дискретных СП либо дискретизациями функций $x(t)$, реализующих непрерывные СП. Временным рядом называется последовательность $x(t_i)$, где $i = 0, 1, 2, \ldots$ и $t_i = i\Delta t$ – дискретные моменты времени.

Стационарный случайный процесс $X(t)$ характеризуется тем, что все его вероятностные характеристики не меняются при любом сдвиге момента начала наблюдения по оси t вправо. Если все эти характеристики можно определить по одной-единственной (любой) реализации $x(t)$, то такой процесс называется эргодическим. Свойство эргодичности влечет за собой стационарность. Строго проверить эргодичность или хотя бы стационарность весьма сложно, но на практике часто достаточно более слабых свойств, которые называются слабой стационарностью и слабой эргодичностью (см. §1). При этом вопросу об эргодичности уделяется мало внимания.

Отчасти это связано с отсутствием эффективных критериев эргодичности в типичной для экономики ситуации, когда исследователь вынужден анализировать случайный процесс по одному-единственному временному ряду. Например, во введении к [6, с. 365–366] сказано следующее. «The concept of ergodicity is fundamental in the analysis of economic time series and of dynamic models calibrated by time series data. It is, therefore, surprising that no general testing procedure has been proposed to examine this important hypothesis. The objective of this paper is to fill this gap for the case of Markov processes». Авторам [9] удалось найти лишь две сравнительно новых публикации [6, 12], в которых обсуждается вопрос о практической проверке эргодичности. В [12] рассматривается весьма частная задача эргодического расчета вероятности значений временного ряда с конечным алфавитом. В [9] предлагается метод проверки эргодичности временного ряда по его среднему значению (свойство 1э §1). При этом авторы используют автокор-

[1] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. 10-е изд., стер. Москва, Высшая школа, 2004. 479 с.

реляционную функцию, предполагая ее эргодичность и отмечая объективную сложность проверки данного свойства.

Термины «стационарность» и «эргодичность» часто используются, как синонимы. В книге[2] на стр. 384, 385 предлагается вычислять АКФ и среднее значение СП $X(t)$ по одной реализации $x(t)$, при этом эргодичность не предполагается. Требуется только, чтобы СП был стационарным. В фундаментальном учебнике[3] термин «эргодичность» встречается один раз – в сноске на стр. 209, где его значение не поясняется. Дана лишь ссылка на книгу[4], в которой можно найти причину смешения понятий эргодичность и стационарность. А именно из текста на стр. 559 и 562 вытекает, что стационарный СП является слабо эргодическим, если коэффициент корреляции между любыми случайными величинами $X(t)$ и $X(t+\tau)$ равен нулю для достаточно больших τ. Это условие выглядит весьма естественным для экономики, однако в книге[5] предполагается, что СП является стационарным в сильном смысле. Но без обширной статистики реализаций данного СП это свойство практически не проверяемо.

Таким образом, слабая эргодичность все же нуждается в проверке, даже если слабая стационарность установлена. В [3] были предложены алгоритмы проверки необходимых (но не достаточных) условий слабых эргодичности и стационарности, т.е., стационарности по среднему $m_X(t)$ и по АКФ $K_X(t,t')$. В алгоритме [3] проверки слабой стационарности по $m_X(t)$ предполагается, что $m_X(t) \neq 0$. Случай $m_X(t) = 0$ требует отдельного рассмотрения, которое сделано в настоящей статье. В ней также представлен алгоритм проверки слабой стационарности по $K_X(t,t')$, близкий по своей идее к алгоритму [3], но более эффективный и удобный. Как можно видеть в [3], метод проверки слабой стационарности основан на предположении о слабой эргодичности, поэтому положительный результат проверки свидетельствует также в ее пользу. Алгоритм [3] проверки слабой эргодичности является существенно более сложным, в данной статье он не рассматривается. Проверка СП на слабую стационарности должна предшествовать проверке слабой эргодичности [3], но также имеет самостоятельное значение. Например, при отсутствии слабой стационарности временных рядов может наблюдаться эффект ложной корреляции [3], который не всегда находит правильное объяснение [1]. Слабая стационарность временных рядов доходностей акций гарантирует корректную применимость теории Марковица [11] эффективного портфеля, собранного из таких акций.

Существующие методы проверки слабой стационарности СП, не сводящиеся к субъективной оценке внешнего вида временного ряда, связаны с такими методами, как ADF, PP и KPSS [10]. Как и большинство статистиче-

[2] Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. Москва, Наука, 1968. 464 с.

[3] Айвазян А.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики. Москва, ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 432 с.

[4] Кендалл М., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды: пер. с англ. Москва, Наука, 1976. 736 с.

[5] Там же.

ских тестов, при отрицательном исходе они достаточно надежно отвергают нулевую гипотезу (о стационарности), но при положительном исходе, в сущности, лишь оставляют у исследователя надежду. Эта проблема отражена в суждении: «A common problem to these tests is their low power, i.e. they tend to accept the null hypothesis more frequently than desired» [7, c. 73]. Статистические тесты для проверки стационарности могут применяться дополнительно к описанному в этой статье методу.

В качестве примера экономического приложения рассмотрена задача принятия решения об открытии короткой позиции на фондовом рынке. Если колебания котировок акции на временном периоде, предшествующем моменту начала игры на понижение, проявляют свойства слабо стационарного СП, то трейдер имеет дополнительные основания рассчитывать на то, что после закрытия короткой позиции цена этой акции вернется к среднему значению. В этом контексте может использоваться метод проверки временного ряда на слабую стационарность, представленный в настоящей статье.

Методы и результаты исследования

1. Слабые стационарность и эргодичность случайных процессов

Свойство слабой стационарности: значение $m_X(t)$ не зависит от t, а функция $K_X(t,t')$ (1) зависит только от интервала времени $t^{'}-t$, так что $K_X(t,t')=k_X(t'-t)$ для некоторой функции $k_X(\tau)$, где $k_X(\tau)=k_X(-\tau)$. Если эти условия выполнены, то $\sigma^2\big(X(t)\big)=k_X(0)$, т.е. дисперсия σ_X^2 случайной величины $X(t)$ не зависит от t. Отсюда $R_X\big(t,t^{'}\big)=k_X(t^{'}-t)/\sigma_X^2=\rho_X(t^{'}-t)$. Функции $k_X(\tau)$ и $\rho_X(\tau)$ также называются автоковариационной и автокорреляционной.

Для непрерывного, слабо стационарного процесса слабая эргодичность означает, что справедливы свойства 1э и 2э. Свойство 1э также называют эргодичностью по математическому ожиданию или просто «эргодичностью», а свойство 2э – эргодичностью по автокорреляционной функции[6] [2].

1э. Константу $m_X=m_X(t)$ можно вычислить, как среднее по времени значение $\overline{x}$ произвольной реализации $x(t)$ процесса $X(t)$, т.е. справедливо равенство (2):

$$m_X=\bar{x}=\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\cdot\int_0^T x(t)\,\mathrm{d}t \tag{2}$$

2э. Автоковариационную функцию $k_X(\tau)$ можно вычислить по любой реализации $x(t)$ процесса $X(t)$, так что справедливо равенство (3):

$$k_X(\tau)=\lim_{T\to+\infty}\frac{1}{T}\cdot\int_0^T\Big[x(t)-m_X\Big]\cdot\Big[x(t+\tau)-m_X\Big]\mathrm{d}t \tag{3}$$

В случае дискретного слабо стационарного, слабо эргодического процесса формулы (2) и (3) следует заменить на (4) и (5):

[6] Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. 10-е издание, стер. Москва, Высшая школа, 2004. 479 с.

$$m_X = \bar{x} = \lim_{n \to +\infty} \frac{\sum_{i=0}^{n} x(t_i)}{n+1} \tag{4}$$

$$k_X(j\Delta t) = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n+1} \cdot \sum_{i=0}^{n} \left[x(t_i) - m_X\right] \cdot \left[x(t_{i+j}) - m_X\right] \quad j = 0, 1, 2\ldots \tag{5}$$

Временные ряды, возникающие на практике, имеют конечное число членов, которое мы обозначим $N + 1$. Член $x(t_i)$ будем обозначать x_i. Если СП представлен временным рядом, отвечающим периоду времени $[0; T]$, то вместо (2) и (4) используется приближенная формула (6):

$$m_X \approx \frac{\sum_{i=0}^{N} x_i}{N+1}, \quad \text{где} \quad N\Delta t = T \tag{6}$$

При этом вместо (3) и (5) можно использовать приближенную формулу (7):

$$k_X(j\Delta t) \approx c_j = \frac{1}{N+1-j} \cdot \sum_{i=0}^{N-j} (x_i - m_X) \cdot (x_{i+j} - m_X) \quad j = 0, 1, \ldots, L \tag{7}$$

Приближенные равенства в (6) и (7) предполагают, что $\Delta t \ll T$ и $L \ll N$. Условие $L \ll N$ обычно заменяют на $L \leq N/4$. Последовательность чисел c_j называется автоковариацией временного ряда x_i.

Для СП, представленного временным рядом x_i при $i = 0, 1, \ldots, N$, условие слабой стационарности можно проверить следующим образом:

С1. Вычислим среднее значение уровней ряда $\bar{x}$. Рассматривая множество чисел $\{x_i : i = 0, 1, \ldots, N\}$ как генеральную совокупность, оценим объем n выборки из этой совокупности, который с желаемой надежностью $P \geq 0{,}95$ обеспечивает границу $\varepsilon \leq 0{,}1$ относительной погрешности среднего значения выборки $\bar{x}_{\text{в}}$ по отношению к $\bar{x}$ (предполагается, что $\bar{x}$ не близко к нулю). Предположим, что $\bar{x} \neq 0$. Погрешность $|\bar{x} - \bar{x}_{\text{в}}|/|\bar{x}|$ можно оценить числом (8):

$$\varepsilon = t_{(P+1)/2} \cdot \frac{\sigma}{|\bar{x}| \cdot \sqrt{n}}, \tag{8}$$

где $t_{(P+1)/2}$ обозначает $(P+1)/2$ – квантиль распределения Стьюдента с $n - 1$ степенями свободы[7]. Для корректного использования формулы (8) следует удалить из временного ряда x_i тренд. Таким образом, для случайной выборки объема n вероятность события $\{|\bar{x} - \bar{x}_{\text{в}}|/|\bar{x}| \leq \varepsilon\}$ равна P. При этом число n должно быть существенно меньшим, чем $N + 1$, иначе (приблизительная) стационарность величины $\bar{x}_{\text{в}}$ будет тривиальным следствием ее близости к $\bar{x}$. Например, пусть $n \leq (N+1)/2$.

Для того, чтобы проверить стационарность $m_X(t)$ при каждом $m = 0, 1, \ldots, N - n + 1$, вычислим $\bar{x}_{\text{в}}(m) = \sum_{j=m}^{m+n-1} x_j/n$ и найдем (9):

[7] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. 10-е издание, стер. Москва, Высшая школа, 2004. 479 с.

$$\delta = \max_{0 \le m \le N-n+1} \left| \bar{x}_{в}(m) - \bar{x} \right| / |\bar{x}| \tag{9}$$

Если $\delta \le \varepsilon$, то относительные отклонения средних значений $\bar{x}_{в}(m)$ функции $x(t)$ при $m\Delta t \le t \le (m+n-1)\Delta t$ от ее среднего значения $\bar{x}$ не превышают статистической погрешности оценки $\bar{x}_{в} \approx \bar{x}$, полученной из случайной выборки n уровней ряда. Таким образом, неравенства $\delta \le \varepsilon$ подтверждают (хотя и не доказывают) гипотезу о том, что $m_X(t)$ не зависит от t. Если $\delta > \varepsilon$, но $\delta - \varepsilon \ll \delta$, то эту гипотезу также можно признать подверждённой. Неравенство $\delta \gg \varepsilon$ следует считать свидетельством того, что $m_X(t)$ существенно зависит от t. Вследствие субъективности условия $\delta \gg \varepsilon$ некоторые соотношения между δ и ε, например $\delta = 2\varepsilon$, попадают в «серую зону», из которой трудно извлечь определенное суждение.

Предположим, что $\bar{x} = 0$. Тогда вместо относительной погрешности (8) вычисляем $|\bar{x} - \bar{x}_{в}|$, а вместо (9) пусть $\delta = \max\limits_{0 \le m \le N-n+1} |\bar{x}_{в}(m) - \bar{x}|$. Если $\varepsilon \ll \sigma$, то рассуждения аналогичны случаю $\bar{x} \ne 0$ (после формулы (9)). Если неравенство $\varepsilon \ll \sigma$ не выполняется, то следует увеличить число $N+1$ уровней временного ряда и размер выборки n, а затем повторить проверку.

С2. Для того, чтобы проверить стационарность АКФ $K_X(t_1, t_2)$, вычислим автоковариацию c_j^m для временного ряда $x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n-1}$ при каждом $m = 0, 1, \dots, N-n+1$:

$$c_j^m = \frac{1}{n-j} \cdot \sum_{i=m}^{m+n-1-j} \left(x_i - \bar{x}_{в}(m)\right) \cdot \left(x_{i+j} - \bar{x}_{в}(m)\right) \quad j = 0, 1, \dots, L \le n/4$$

Предположим, что СП $X(t)$ является слабо стационарным. Тогда $c_j^m \approx K_X(m\Delta t, (m+j)\Delta t)$.

Вычислим автокоррелограмму $\rho_j^m = c_j^m / c_0^m$. Для любого фиксированного $j \in \{1, \dots, L\}$ число ρ_i^m – это выборочный коэффициент корреляции, который с вероятностью p попадает в доверительный промежуток[8]:

$$\left[\tanh\left(\operatorname{atanh}\left(\varrho_j\right) + \frac{\varrho_j}{2(n-1)} - \frac{u_{(p+1)/2}}{\sqrt{n-3}}\right); \tanh\left(\operatorname{atanh}\left(\varrho_j\right) + \frac{\varrho_j}{2(n-1)} + \frac{u_{(p+1)/2}}{\sqrt{n-3}}\right)\right] \tag{10}$$

где $u_{(p+1)/2}$ – квантиль стандартного нормального распределения, отвечающая вероятности $(p+1)/2$. Коэффициент корреляции

$$\varrho_j = R_X(m\,\Delta t, (m+j)\,\Delta t) = \frac{K_X(m\,\Delta t, (m+j)\,\Delta t)}{K_X(m\,\Delta t, m\,\Delta t)},$$

где значения $K_X(m\Delta t, (m+j)\Delta t)$ следует вычислять по формуле (7). Каждый из промежутков (10) содержит в себе точку ρ_j^m с достаточно высокой вероятностью p. Гипотеза о стационарности АКФ $K_X(t_1, t_2)$ подтверждает-

[8] Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. Руководство для экономистов. пер. с нем. и предисловие В.М. Ивановой. Москва, Финансы и статистика, 1983. 304 с.

ся, если при каждом $j \in \{1, \dots, L\}$ и каждом $m = 0, 1, \dots, N - n + 1$ выполнено условие:

$$\tanh\left(\operatorname{atanh}(\varrho_j) + \frac{\varrho_j}{2(n-1)} - \frac{u_{(p+1)/2}}{\sqrt{n-3}}\right) \le \varrho_j^m \le$$

$$\le \tanh\left(\operatorname{atanh}(\rho_j) + \frac{\rho_j}{2(n-1)} + \frac{u_{(p+1)/2}}{\sqrt{n-3}}\right) \qquad (11)$$

Существенные нарушения каких-то из неравенств (11) будут свидетельствовать о том, АКФ не стационарна. Следует иметь в виду, что для эффективного применения доверительного промежутка (10) коэффициент корреляции ρ_j должен быть близок по модулю к 1. Если это не так, то объем выборки n должен быть достаточно большим.

Заметим, что результаты применения алгоритмов, описанных в пунктах С1 и С2, не зависят от выбора реализации $x(t)$ слабо эргодического процесса.

Рассмотрим модельный пример слабо стационарного процесса. Пусть Z – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[0; 2\pi]$, $A \neq 0,\ B$ и $\omega > 0$ – любые константы, случайный процесс определяется уравнением $X_Z(t) = A\sin(\omega t + Z) + B$.

Обозначим $f(x)$ плотность распределения случайной величины Z, тогда:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} & \text{при } 0 \le x \le 2\pi \\ 0 & \text{при } x < 0 \ \text{ или } x > 2\pi \end{cases}$$

$$E\left(X_Z(t)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} (A\sin(\omega t + z) + B) \cdot f(z)\mathrm{d}z =$$

$$= \int_0^{2\pi} (A\sin(\omega t + z) + B) \cdot \frac{1}{2\pi}\mathrm{d}z = B \qquad (12)$$

$$K_{X_Z}(t_1, t_2) = E\left[\left(X_Z(t_1) - B\right) \cdot \left(X_Z(t_2) - B\right)\right] =$$

$$= \int_0^{2\pi} A\sin\left(\omega t_1 + z\right) \cdot A\sin\left(\omega t_2 + z\right) \cdot \frac{1}{2\pi}\mathrm{d}z =$$

$$= \frac{A^2}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \left[\cos\left(\omega\left(t_2 - t_1\right)\right) - \cos\left(\omega\left(t_2 + t_1\right) + 2z\right)\right]\mathrm{d}z =$$

$$= \frac{A^2}{2} \cdot \cos\left(\omega\left(t_2 - t_1\right)\right) \qquad (13)$$

Из (12) и (13) видно, что данный процесс слабо стационарен и $k_{X_Z}(\tau) = A^2/2 \cdot \cos(\omega\tau)$.

Проверим это «экспериментально». Пусть $A = 1,\ B = 2$ и $\omega = 0{,}4$.

Зафиксируем реализацию $x(t)$ данного процесса, которой отвечает значение $z = 0$. Тогда $x(t) = \sin(0{,}4t) + 2$. Рассмотрим временной ряд x_i, являющийся дискретизацией функции $x(t)$, где $i = 0, 1, \ldots, 89$ и $\Delta t = 1$. В данном случае $N + 1 = 90$, поэтому положим $n = 45$. Среднее значение уровней ряда $\bar{x} = 2{,}036$, стандартное отклонение $\sigma = 0{,}7$. Пусть $p = 0{,}95$, тогда $(p + 1)/2 = 0{,}975$. Оценим относительную погрешность $|\bar{x} - \bar{x}_{\text{в}}|/|\bar{x}|$ согласно (8) и получим:

$$\varepsilon = t_{0{,}975} \cdot \frac{\sigma}{2{,}036 \cdot \sqrt{45}} = 0{,}1,$$

где $t_{0{,}975\approx} \approx 2$ – квантиль распределения Стьюдента с 44 степенями свободы. Согласно (9) $\delta = 0{,}04$. Поскольку $0{,}04 < \varepsilon$, то стационарность среднего $m_X(t)$ подтверждается по методу С1. Метод С2 столь же убедительно показал, что АКФ стационарна.

Теперь рассмотрим примеры, в которых методы С1 и С2 дают отрицательные результаты. Добавим к случайному процессу $X_Z(t)$ тренд $t/5$. Оценка ε относительной погрешности $|\bar{x} - \bar{x}_{\text{в}}|/|\bar{x}|$ не изменится, т.к. перед ее вычислением по формуле (8) мы должны будем удалить (добавленный) тренд. Итак, принимаем $\varepsilon = 0{,}1$ и $P = 0{,}95$. Максимальная относительная погрешность δ (9) равна $0{,}41$. Т.к. $0{,}41 \gg \varepsilon$, то нестационарность $m_X(t)$ подтверждается по С1.

Теперь сделаем частоту ω в случайном процессе $X_Z(t)$, зависящей от времени, так что $\omega = 1 + \sin(t)$. Вычисляя АКФ аналогично (13), получим для $K_{X_Z}(t_1, t_2)$ выражение:

$$\frac{A^2}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \left[\cos\left(\omega_2 t_2 - \omega_1 t_1\right) - \cos\left(\omega_2 t_2 + \omega_1 t_1 + 2z\right)\right] \mathrm{d}z =$$
$$= \frac{A^2}{2} \cdot \cos\left(\omega_2 t_2 - \omega_1 t_1\right)$$

Видно, что АКФ $K_{X_Z}(t_1, t_2)$ не является стационарной. Рассмотрим реализацию данного процесса $x(t) = \sin((1 + \sin(t)) \cdot t) + 2$. При $N = 499$, $n = 100$ и $j = 5$ неравенство (11) нарушается в 84-х случаях из 401-го. Метод С2 убедительно показал, что данный СП не стационарен по АКФ.

2. Слабая стационарность котировок и принятие решений о проведении шорт-операции

Фондовый рынок, при всем многообразии происходящих на нем действий, основывается на операциях «покупки-продажи» финансовых инструментов тем или иным способом. Одна из них – операция шорт (от англ. short – «короткий»), которая также называется короткой позицией [8]. Она заключается в том, что через посредника – брокера трейдер продает на бирже финансовые инструменты, в частности, акции или фьючерсы. Цель короткой позиции – заработать на изменении курса ценной бумаги: продать ее в момент, когда ожидается понижение цены (открыть короткую позицию), а после понижения цены купить обратно (закрыть короткую позицию). Разница между ценами продажи и покупки составит прибыль трейдера.

Прежде, чем открывать короткую позицию, необходимо прогнозировать снижение котировок акций или фьючерсов. При этом трейдер должен быть уверен в том, что цена активов после понижения вернется на тот уровень, который она имела при вхождении в short-операцию. Такая уверенность может быть важна в одной из следующих ситуаций:

Во-первых, трейдер, состоящий в статусе физического лица, имеет возможность открывать короткую позицию, используя финансовые инструменты, находящиеся в его портфеле. В таком случае он заинтересован не только выгодно реализовать сделку, но и сохранить стоимость своих активов. Если после успешного закрытия короткой позиции котировка ценной бумаги не вернется на уровень вхождения в short-операцию, то трейдер может потерять на ее стоимости, что приведет к снижению прибыли вплоть до убытка.

Во-вторых, трейдер-юридическое лицо не имеет возможности осуществлять short-операции, используя собственные активы. В таком случае он может занять у своего брокера аналогичные финансовые инструменты, оставив обеспечение, и поручить открыть короткую позицию по ним. По завершении операции (закрытии короткой позиции) трейдер возвращает выкупленные обратно активы своему брокеру и получает прибыль в виде разницы между ценой продажи и покупки за вычетом комиссии. При этом он заинтересован в том, чтобы стоимость оборачиваемых инструментов вернулась на прежний уровень. В противном случае аналогичные бумаги в его собственном портфеле обесценятся.

В-третьих, информация о возвращении стоимости активов на уровень до вхождения в short-операцию может быть актуальна и для самого брокера. В случае, когда он знает, что рынок будет вести себя известным образом, брокер может уменьшить свою «подушку безопасности», выдавая трейдеру для проведения операций ценные бумаги в долг под сравнительно меньшее гарантийное обеспечение. Последнее называется «маржой» и составляет рассчитанный на основании ставки риска процент от суммы долга. Ставка риска варьируется в зависимости от финансового инструмента и прогнозируемого поведения рынка. Поэтому при уверенности в том, что выданные в долг активы вернутся на прежний ценовой уровень, брокер может снизить ставку риска, тем самым мотивируя трейдера на продолжение short-операций и привлекая к ним других участников финансового рынка.

Уверенность в том, что котировки финансовых инструментов рано или поздно неизбежно возвращаются на некий средний уровень, встречается в одной из концепций технического анализа «Возвращение к среднему» («Mean Reversion»). Она предполагает, что в долгосрочной перспективе цены активов колеблются около своих исторически-средних значений. Соответствующий временной ряд котировок обладает свойством «Возвращающийся к среднему» («Mean Reverting»).

Достаточно быстрое возвращение курса ценных бумаг к среднему считается тем более вероятным, чем больше в данный момент отклонение от среднего. Среди показателей технического анализа [4], используемых для прогноза понижения котировок, важную роль играют Z-оценка и MA (скользящая средняя).

Z-оценка показывает, во сколько раз текущее отклонение курса финансового инструмента от его среднего уровня больше, чем его среднеквадратическое отклонение. Обычно, если $Z \geq 1{,}5$ (активы переоценены) или $Z \leq -1{,}5$ (активы недооценены), то принимается решение о продаже или покупке соответственно, так как прогнозируется понижение или повышение в цене (для возвращения к среднему уровню $Z = 0$). Применительно к short-операциям значение $Z \geq 1{,}5$ может стать сигналом к открытию короткой позиции.

MA (скользящая средняя) используется в техническом анализе для сглаживания колебаний временного ряда котировок финансового инструмента. Значение MA часто используется, как среднее, к которому возвращаются котировки данного актива в рамках концепции «Возвращение к среднему».

Так или иначе, но среднее значение курса торгующихся активов может служить ориентиром только для периода времени, анализируемого ретроспективно. Нет никаких гарантий того, что долгосрочная концепция «Возвращение к среднему» сработает в ближайшей перспективе. В этом случае можно рассмотреть наличие свойства слабой стационарности у временного ряда котировок акций либо фьючерсов.

Если на некотором периоде времени, непосредственно предшествующем моменту принятия решения об открытии короткой позиции, ряд котировок проявляет себя как слабо стационарный, то возникает дополнительное основание предполагать, что цена финансового инструмента (которая в данный момент снижается) вернется к среднему уровню. Это позволит трейдеру успешно закрыть короткую позицию, получая прибыль в кеше и в дальнейшем сохраняя стоимость актива. Это условие выполняется, если момент открытия короткой позиции приходится на совпадение снижающейся цены актива и среднего уровня ряда его котировок.

Стоит добавить, что уверенность в слабой стационарности ряда котировок ценных бумаг позволяет трейдеру мониторить фондовый рынок не столь интенсивно. В таком случае, если после открытия короткой позиции цена актива повышается, то трейдер может позволить себе не реагировать, предполагая возвращение цены на средний уровень. Однако такая стратегия сопряжена с риском для трейдера, поэтому, используя ее, следует все же подстраховать себя через т.н. «стоп-лосс» – автоматическое закрытие короткой позиции при достижении ценой актива заданного уровня.

По существу, в этих рассуждениях используется только стационарность математического ожидания $m_X(t)$, стационарность АКФ $K_X(t_1,t_2)$ не столь критична для принятия решения об игре на понижение. Однако при неподтвержденной стационарности АКФ нет уверенности в том, что стандартное отклонение $\sigma_X(t)$ является постоянным. Последнее обстоятельство препятствует использованию Z-оценки. Впрочем, в рамках излагаемого метода принятие решения об открытии короткой позиции принимается независимо от Z-оценки. Рассмотрим практический пример.

При проверке случайного процесса X, выраженного временным рядом котировок акций компании «ЗАО Татнефть»[9] за 17.02.25 с 12:27 по 14:06, на стационарность по математическому ожиданию $m_X(t)$ имеем $N+1=100$ и полагаем $n=50$. Тогда $\bar{x}=729{,}32$ и $\sigma=0{,}685$. При $p=0{,}95$ из формул (8) и (9) получаем следующие значения:

$$\varepsilon = t_{0,975}\cdot\frac{0{,}685}{729{,}32\cdot\sqrt{50}} = 0{,}0003 \qquad \delta = 0{,}0004$$

Несмотря на то, что $\delta>\varepsilon$, имеет место $\delta-\varepsilon \ll \delta$ (с небольшой «натяжкой» можно считать, что $0{,}0004-0{,}0003 \ll 0{,}0004$). Таким образом, результат проверки по методу С1, хотя и близкий к «серой зоне», свидетельствует о стационарности среднего уровня данного временного ряда.

При проверке на стационарность по АКФ по методу С2 получены следующие результаты.

Таблица 1

Результаты проверки на стационарность по АКФ временного ряда котировок акций

j	Количество нарушений неравенства (11)
1	4
2	2
3	3
4	14
5	23
6	18
7	20
8	20
9	21
10	30
11	26
12	26

Источник: составлено автором.

Таким образом, стационарность АКФ не подтверждается. Однако, учитывая сравнительно малое число нарушений неравенства (11) при $j=1,2,3$,

[9] Котировки акций «Татнефть ЗАО». Доступно: https://www.finam.ru/quote/moex/tatn/export.

можно утверждать, что стандартное отклонение котировок незначительно меняется во времени. Таким образом, к данному временному ряду можно применять Z-оценки.

Линейный тренд, изображенный на рис. 1, на самом деле весьма незначителен, поэтому им можно пренебречь.

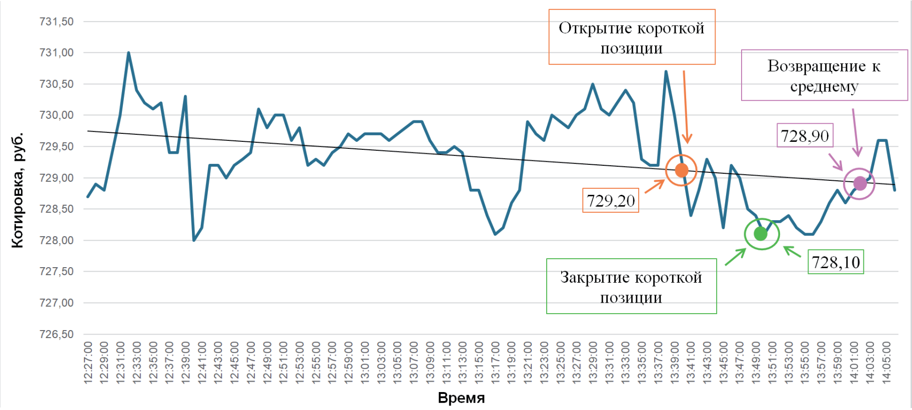

Рис. 1. Котировки акций компании «ЗАО Татнефть» за 17.02.25 с 12:27 по 14:06

(Источник: составлено автором)

Приблизительная стационарность среднего уровня данного ряда, подтвержденная по методу С1, позволяет прогнозировать возврат котировок на средний уровень (линия тренда). Оранжевая точка изображает момент открытия короткой позиции, зеленая – момент закрытия, а фиолетовая – момент возврата котировок на средний уровень. Четыре предшествующих ему «возврата» являются флуктуациями, на которые трейдер не стал реагировать.

Заключение

В данной работе представлен новый метод (С2) проверки на стационарность автоковариационной функции временного ряда, который разработан на основе метода 2с [3] и является его усовершенствованной версией. Также описан метод 1с [3] проверки на стационарность среднего значения временного ряда, который в настоящей статье дополнен случаем нулевого среднего и обозначен С1. Методы С1 и С2 являются необходимыми условиями, однако в типичной для экономики ситуации единственного временного ряда, реализующего случайный процесс, на большее рассчитывать не приходится. В качестве приложения описанных методов рассмотрена проблема принятия решения об открытии короткой позиции на фондовой бирже. Предлагается проверить методами С1 и С2 временной ряд котировок акций, и в случае подтверждения слабой стационарности трейдер будет иметь дополнительное основание для принятия решения о входе в short-операцию.

Список источников

1. Баврина А.П., Борисов И.Б. Современные правила применения корреляционного анализа // *Медицинский альманах*, 2021, no. 3 (68), с. 70-79.

2. Заико А.И. Эргодические случайные процессы. Определения и алгоритмы измерения характеристик // *Вестник УГАТУ*, 2012, т. 16, no. 6 (51), с. 74-85.

3. Зотьев Д.Б., Чернышова Д.И. Об эргодичности экономических процессов, представленных временными рядами. // *Вестник Самарского университета. Экономика и управление*, 2024, т. 15, no. 4, с. 45-62.

4. Мэрфи Д.Д. *Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика*. Пер. с англ.: Новицкая О., Сидоров В. Москва, Сокол, 1996. 592 с.

5. Яглом А.М. *Корреляционная теория стационарных случайных функций*. Ленинград, Гидрометеоиздат, 1981. 265 с.

6. Domowitz I., El-Gamal M.A. A consistent nonparametric test of ergodicity for time series with applications // *Journal of Econometrics,* 2001, vol. 102, no. 2, pp. 365-398.

7. Gimeno R., Manchado B., Minguez R. Stationarity tests for financial time series // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier,* 1999, v. 269, iss. 1, pp. 72-78.

8. Guo X., Wu C. Short Selling Activity and Effects on Financial Markets and Corporate Decisions // *Encyclopedia of Finance*, 2022, 3 ed., pp. 2313-2340.

9. Hongrui Wang, Cheng Wang, Yan Zhao, Xin Lin, Chen Yu Toward A Practical Approach for Ergodicity Analysis // *Theoretical and Applied Climatology,* 2019, vol. 138, nos. 3-4, pp. 1435-1444.

10. Jonathan K.A., Sampson T.-A., Kwasi B.G., Doris A., Wilhemina A.P. Evaluating the Performance of Unit Root Tests in Single Time Series Processes // *Mathematics and Statistics*, 2020, no. 8(6), pp. 656-664.

11. Markowitz H.M. *Mean Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets.* Oxford, Basil Blackwell, 1990. 387 p.

12. Morval G. and Weiss B. Forward estimation for ergodic time series // *Ann. l'Institut Henri Poincare Probab. Stat*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 859-870.

A NEW METHOD FOR CHECKING THE STATIONARITY OF TIME SERIES AND MAKING DECISIONS ABOUT OPENING A SHORT POSITION

Zotev Dmitry Borisovich, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof.
Chernyshova Daria Igorevna, stud.

Novosibirsk State University of Economics and Management, Yadrintsevskaya St., 53, Novosibirsk, Russia, 630099; e-mail: zotev@inbox.ru; beyourself20@mail.ru

Importance: weakly stationary random processes in the economy, implemented in the form of time series. *Purpose*: to improve the method of checking stationarity by the autocovariance function, to complement the method of checking stationarity by the mathematical expectation with the case of the mean value of the time series close to zero; to find examples of practical application of information about weak stationarity. *Research design*: was theoretical, mathematical and statistical in nature. The accuracy of the obtained results was verified using model and real examples of the time series, in particular, the example of the share quotations of Tatneft CJSC over a short period of time. *Results*: the new method for checking the time series for stationarity by the autocovariance function and the complemented method for checking stationarity by the mathematical expectation. The study of the problem of choosing the right moment to open a short position on the stock market has been conducted. Information about the stationarity by average values of stock or futures quotations is proposed to be used as an indicator for making decisions about opening a short position. This can help reduce risks for both traders and brokers when combined with technical analysis methods.

Keywords: weak stationarity, autocovariance function, autocorrelation function, stationary time series, weak ergodicity, short position, short operation.

References

1. Bavrina A.P., Borisov I.B. Sovremenny`e pravila primeneniya korrelyacionnogo analiza. *Medicinskij al`manax*, 2021, no. 3 (68), pp. 70-79. (In Russ.)
2. Zaiko A.I. E`rgodicheskie sluchajny`e processy`. Opredeleniya i algoritmy` izmereniya xarakteristik. *Vestnik UGATU*, 2012, T.16. no. 6 (51), pp. 74-85. (In Russ.)
3. Zot`ev D.B., Cherny`shova D.I. Ob e`rgodichnosti e`konomicheskix processov, predstavlenny`x vremenny`mi ryadami. *Vestnik Samarskogo universiteta. E`konomika i upravlenie*, 2024, T. 15, no. 4, pp. 45-62. (In Russ.)
4. Me`rfi D.D. *Texnicheskij analiz f`yuchersny`x ry`nkov: teoriya i praktika.* Tran. from Eng.: Noviczkaya O., Sidorov V. Moscow, Sokol, 1996. 592 p. (In Russ.)
5. Yaglom A.M. *Korrelyacionnaya teoriya stacionarny`x sluchajny`x funkcij.* Leningrad, Hydrometeoizdat, 1981. 265 p. (In Russ.)

6. Domowitz I., El-Gamal M.A. A consistent nonparametric test of ergodicity for time series with applications. *Journal of Econometrics*, 2001, vol. 102, no. 2, pp. 365-398. (In Eng.)

7. Gimeno R., Manchado B., Minguez R. Stationarity tests for financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier*, 1999, v. 269, iss. 1, pp. 72-78. (In Eng.)

8. Guo X., Wu C. Short Selling Activity and Effects on Financial Markets and Corporate Decisions. *Encyclopedia of Finance*, 2022, 3 ed., pp. 2313-2340. (In Eng.)

9. Hongrui Wang, Cheng Wang, Yan Zhao, Xin Lin, Chen Yu Toward A Practical Approach for Ergodicity Analysis. *Theoretical and Applied Climatology*, 2019, vol. 138, nos. 3-4, pp. 1435-1444. (In Eng.)

10. Jonathan K.A., Sampson T.-A., Kwasi B.G., Doris A., Wilhemina A.P. Evaluating the Performance of Unit Root Tests in Single Time Series Processes. *Mathematics and Statistics*, 2020, no. 8(6), pp. 656-664. (In Eng.)

11. Markowitz H.M. *Mean Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets.* Oxford, Basil Blackwell, 1990. 387 p. (In Eng.)

12. Morval G. and Weiss B. Forward estimation for ergodic time series. *Ann. l'Institut Henri Poincare Probab. Stat*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 859-870. (In Eng.)