
СТРАТЕГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ НА ОСНОВЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ОЖИДАЕМЫХ ПОТЕРЬ (EVaR)

Л.П. Яновский,

доктор экономических наук, профессор кафедры экономики АПК Воронежского государственного аграрного университета;
leonidya60@yandex.ru

О.С. Кульнева,

специалист ООО «Лорд Финанс» (г. Воронеж);
kulnevaos@rambler.ru

Ключевые слова и фразы: инвестиционная стратегия, инвестиционный портфель, когерентные меры риска, VAR, показатель ожидаемых потерь EVaR.

Аннотация: В работе анализируются свойства, достоинства и недостатки различных мер риска. Предложена и протестирована стратегия построения инвестиционного портфеля на основе показателя ожидаемых потерь (EvaR).

Инвестиционная деятельность сопряжена с инвестиционным риском, под которым понимается вероятность потери инвестиций и (или) дохода от них.

Существуют различные критерии оценки риска. Перечислим некоторые из них.

1. Волатильность (σ) характеризует разброс возможных исходов.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.$$

2. Бета-коэффициент (β) характеризует систематический риск и оценивает чувствительность риска акции по отношению к риску всего рынка в целом:

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_m)}{D(r_m)}.$$

3. В реальности премии за риск конкретных активов могут отклоняться от расчетных премий за систематический риск этих активов, и величина этих отклонений может быть охарактеризована как несистематический (специфический) риск активов, который описывается альфа-коэффициентом (α),

показывающим переоценку или недооценку рынком систематического риска для данного актива:

$$\alpha_i = r_i - r_f - \beta_i(r_m - r_f).$$

Однако все эти критерии обладает одним существенным недостатком: они не измеряют «капитал под риском», т. е. капитал, покрывающий по-тери, вызываемые данными факторами риска. Поэтому на их основе трудно применять анализ качества управления портфелем с учетом риска.

Все это объясняет ту огромную популярность, которой в современном риск-менеджменте пользуется подход к измерению рисков на основе показателя «стоимости под риском» (value at risk, VaR).

VaR – это выраженная в данных денежных единицах (базовой валюте) оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью.

Пусть фиксирован некоторый портфель открытых позиций. VaR портфеля для данного доверительного уровня $(1 - \alpha)$ и данного периода поддержания позиций t определяется как такое значение, которое обеспечивает покрытие возможных потерь x держателя портфеля за время t с вероятностью $(1 - \alpha)$:

$$P(VaR \geq x) = 1 - \alpha.$$

Как следует из определения, величина VaR для портфеля заданной структуры – это наибольший ожидаемый убыток, обусловленный колебаниями цен на финансовых рынках, который рассчитывается:

- 1) на определенный период времени в будущем (временной горизонт);
- 2) с заданной вероятностью его непревышения (уровень доверия);
- 3) при данном предположении о характере поведения рынка (метод расчета).

Показатель VaR как статистика, характеризующая риск инвестиционного портфеля, несомненно, обладает многими достоинствами, главными из которых являются относительная простота представления информации о риске (в виде только одного значения в стоимостном выражении) и практическая полезность для управления портфелем. Однако поскольку VaR представляет собой только одну заданную квантиль распределения прибылей и убытков, он имеет и целый ряд существенных недостатков.

Во-первых, VAR не учитывает возможных больших потерь, которые могут произойти с маленькими вероятностями (меньшими, чем α).

Во-вторых, VAR не может различить разные типы хвостов распределения потерь и поэтому недооценивает риск в случае, когда распределение потерь имеет «тяжелые хвосты» (т.е. его плотность убывает медленнее, чем плотность нормального распределения).

В-третьих, VAR не является когерентной мерой, в частности, он не обладает свойством субаддитивности. Можно привести примеры, когда VAR портфеля больше, чем сумма VARов двух подпортфелей, из которых он состоит. Это противоречит здравому смыслу. Действительно, если рассматривать меру риска как размер капитала, резервируемого для покрытия рыночного риска, то для покрытия риска всего портфеля нет необходимости резервировать больше, чем сумму резервов составляющих подпортфелей.

Напомним, что меру риска $\rho(X)$, определенную на всем множестве возможных прибылей и убытков G , называют *когерентной* (coherent), если и только если она удовлетворяет следующим аксиомам:

1. *Монотонность*: если $X_1, X_2 \in G$ и $X_1 \leq X_2$, то $\rho(X_1) \leq \rho(X_2)$. Это означает, что при сравнении двух портфелей, которые систематически показывают разный уровень доходности, риск портфеля с меньшей доходностью будет выше.

2. *Трансляционная инвариантность*: если $X \in G$ отрицателен, то для любого $\alpha \geq 0$, $\rho(\alpha + X) = \rho(X) - \alpha$. Иными словами, добавление в портфель безрискового актива на сумму α уменьшает риск этого портфеля на эту же величину.

3. *Положительная однородность степени 1*: для любых $\lambda \geq 0$ и $X \in G$: $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$. Это означает, что изменение размера портфеля в λ раз должно приводить к изменению его риска в такое же число раз.

4. *Субаддитивность*: для любых $X_1, X_2 \in G$: $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$. Это свойство показывает, что мера риска должна учитывать возможность диверсификации портфеля, предполагающей, что риск портфеля не должен быть больше суммы рисков составляющих его элементов.

Одной из мер риска, удовлетворяющих условиям когерентности, является показатель ожидаемых потерь (EVaR)-статистика, позволяющая оценить потери по портфелю, выходящие за пределы VaR.

Обозначим через X потери портфеля через N дней, тогда, EVaR с уровнем доверия $(1 - \alpha)$ равен: $EVaR_{1-\alpha}(X) = E(X|X > VaR_{1-\alpha})$ (рисунок).

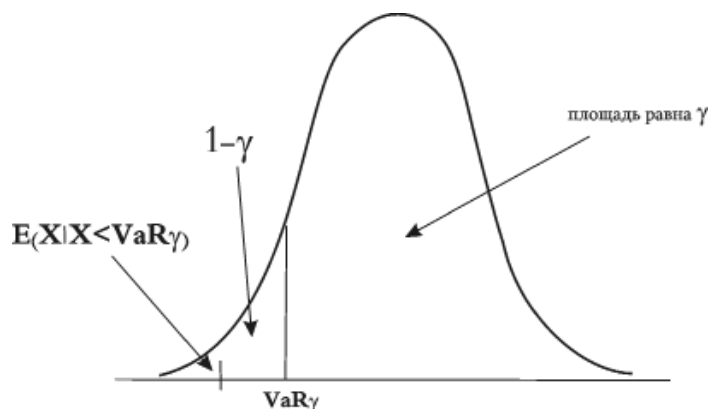


Рисунок. Средние ожидаемые потери

Значение EVaR может быть определено следующими методами: используя закон распределения, методом исторического моделирования и методом Монте-Карло.

Для доходности с непрерывной функцией распределения $f(x)$ показатель ожидаемых потерь определяется следующим образом:

$$EVaR_{1-\alpha}(X) = \frac{\int_{-\infty}^{VaR_{1-\alpha}} xf(x)dx}{\int_{-\infty}^{VaR_{1-\alpha}} f(x)dx}.$$

Метод исторического моделирования заключается в следующем. Ранжируем выборку $\{d_i\}$ доходностей актива по возрастанию и вычисляем величину:

$$EVaR_{1-\alpha}(X) = \frac{1}{t_{\max}} \sum_{i=1}^M d_i,$$

где $0, \dots, t_{\max}$ – интервал времени, на котором производится выборка доходностей; $M = 1 + [(1-\alpha)(t_{\max} - 1)]$.

Далее докажем, что EVaR является когерентной мерой риска. Для этого сначала заметим, что соотношение EVaR и VaR может быть выражено формулой:

$$EVaR_{1-\alpha}(X) = \int_{1-\alpha}^1 VaR_u(X) du.$$

Для EVaR имеет место аналог закона больших чисел: для последовательности потерь $(L_i)_{i \in \mathbb{N}}$, являющимися одинаково распределенными независимыми случайными величинами, справедливо равенство:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^{\lceil n(1-\alpha) \rceil} L_{i,n}}{\lceil n(1-\alpha) \rceil} = EVaR_{1-\alpha}(X),$$

где $L_{1,n} \geq \dots \geq L_{n,n}$ – порядковые статистики L_1, \dots, L_n и $\lceil n(1-\alpha) \rceil$ – наибольшее целое число, не превосходящее $n(1-\alpha)$.

Монотонность, трансляционная инвариантность и положительная однородность степени 1 следуют непосредственно из представления $EVaR_{1-\alpha}(X) = \int_{1-\alpha}^1 VaR_u(X) du$ и соответствующих свойств для VaR. Остается доказать только субаддитивность.

Рассмотрим последовательность случайных величин L_1, \dots, L_n с соответствующей порядковой статистикой $L_{1,n} \geq \dots \geq L_{n,n}$ и заметим, что для произвольного m , удовлетворяющего двойному неравенству $1 \leq m \leq n$, имеем:

$$\sum_{i=1}^m L_{i,n} = \sup\{L_{i_1} + \dots + L_{i_m} : 1 \leq i_1 < \dots < i_m \leq m\}.$$

Теперь рассмотрим две случайные величины L и \tilde{L} с совместной функцией распределения F и последовательность одинаково распределенных независимых двумерных случайных векторов $(L_1, \tilde{L}_1), \dots, (L_n, \tilde{L}_n)$ с одинаковой функцией распределения F . Записывая $(L + \tilde{L})_{i,n} := L_{i,n} + \tilde{L}_{i,n}$ для порядковой статистики $(L + \tilde{L})_{1,n}, \dots, (L + \tilde{L})_{m,n}$, получаем

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m (L + \tilde{L})_{i,n} &= \sup\{(L + \tilde{L})_{i_1} + \dots + (L + \tilde{L})_{i_m} : 1 \leq i_1 < \dots < i_m \leq m\} \leq \\ &\leq \sup\{L_{i_1} + \dots + L_{i_m} : 1 \leq i_1 < \dots < i_m \leq m\} + \sup\{\tilde{L}_{i_1} + \dots + \tilde{L}_{i_m} : 1 \leq i_1 < \dots < i_m \leq m\} = \\ &= \sum_{i=1}^m L_{i,n} + \sum_{i=1}^m \tilde{L}_{i,n}. \end{aligned}$$

Полагая $m = \lfloor n(1 - \alpha) \rfloor$ и устремляя n в бесконечность, получаем

$$EVaR_\alpha(L + \tilde{L}) \leq EVaR_\alpha(L) + EVaR_\alpha(\tilde{L}).$$

Рассмотрим процесс формирования портфеля ценных бумаг на основе теории Марковица с учетом риска, рассчитанного с методом EVaR, и проверим гипотезу о том, что портфель ценных бумаг, состоящий только из акций, наиболее доходных в историческом плане, является менее доходным, чем портфель, в состав которого входят акции, обладающие потенциалом роста доходности. Данное предположение базируется на том, что акции недооцененных в текущем году компаний должны вырасти в следующем году.

В ходе реализации проверки данного предположения, были рассмотрены доходность десяти российских компаний: ОАО «Сургутнефтегаз», ОАО «Татнефть», ОАО «ГМК «Норильский никель», ОАО «Аэрофлот», ОАО «ЛУКОЙЛ», ОАО «АВТОВАЗ», ОАО «Сбербанк России», ОАО «Иркутскэнерго», ОАО «РБК Информационные Системы», ОАО «Ростелеком» в период с 2004 года по 2007 год.

Для каждого года в указанном периоде данные компании были ранжированы по уровню доходности. После этого были сформированы два портфеля ценных бумаг, в каждый из которых были включены акции пяти компаний из указанного списка, и проведено сравнение их фактических доходностей и риска.

Чтобы определить долю каждого актива в портфеле ценных бумаг, решим следующую задачу максимизации ожидаемой доходности при заданном уровне риска:

$$m_w \rightarrow \max; \sum_{i=1}^n w_i = 1; EVaR_\alpha(w) = \sigma, \quad (1)$$

где w_i – доля i -го актива, включенного в портфель; d_i – доходность i -го актива, включенного в портфель; $m_w = \sum_{i=1}^n d_i w_i$ – ожидаемая доходность портфеля ценных бумаг; $EVaR_\alpha(w)$ – оценка риска портфеля ценных бумаг с уровнем доверия α ; σ – допустимый риск.

Здесь важную роль играет когерентность EVaR. Свойство субаддитивности $EVaR \left(EVaR_\alpha(w) = \sum_{i=1}^n EVaR_\alpha(w_i) \right)$ позволяет записать условие $EVaR_\alpha(w) = \sigma$ в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^n EVaR_\alpha(w_i) = \sigma.$$

Поэтому задача (1) сводится к задаче линейного программирования:

$$m_w \rightarrow \max; \sum_{i=1}^n w_i = 1; \sum_{i=1}^n EVaR_\alpha(w_i) = \sigma. \quad (2)$$

В нашем случае $\alpha = 0,95$ и $n = 5$.

Первый портфель сформируем из наиболее доходных компаний прошлого года. Активы во второй портфель будем добавлять по следующему принципу: первая часть портфеля составляют наиболее доходные в прошлом году компании; вторая часть портфеля состоит из компании, обладающих потенциалом роста. В нашем случае в портфель будем включать две компании, обладающие в прошлом году максимальной доходностью, и три компании, занимающие позиции с шестой по восьмую по уровню доходности прошлого года.

Рассмотрим процесс формирования портфелей на 2005 год. Для этого сначала ранжируем акции компаний по уровню доходности 2004 года и рассчитаем значение EVaR для каждой компании. Уровень доверия взят в размере 5%.

Таблица 1

Доходность и EVaR_{0,95} акций

Вид ценных бумаг и срочных сделок	Аукционный режим		Режим переговорных сделок		Сделки репо		Суммарно	
	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок
Суммарно по видам бумаг и срочных сделок	1484744	6225854	22650	8 095	196	9	1507591	6233958
Акции	200220	360384	13118	5644	196	9	213534	366037
Корпоративные облигации	2	3	-	-	-	-	2	3
Паи ПИ-Фов	-	-	710443	1	-	-	0,7	1
Фьючерсы на акции	124415	1621410	597	1 370	-	-	125013	1622780
Фьючерсы на индексы	991317	3926573	1672	296	-	-	992989	3926869
Прочие фьючерсы	132578	247896	3981	388	-	-	136559	248284
Опционы на акции								
Опционы на фьючерсы на акции	4424	16169	1004	253	-	-	5428	16422
Опционы на фьючерсы на индексы	29296	52582	2276	143	-	-	31573	52725
Прочие опционы	2489	837	-	-	-	-	2489	837

Первый портфель состоит из акций компаний, ОАО «Сбербанк России», ОАО «РБК Информационные Системы», ОАО «Татнефть», ОАО «Иркутскэнерго», ОАО «Аэрофлот».

Второй портфель состоит из акций компаний с наибольшей доходностью: ОАО «Сбербанк России», ОАО «Иркутскэнерго», и акций компаний с ожидаемым ростом доходности: «ГМК «Норильский никель», ОАО «Сургутнеф-

тегаз», ОАО «ЛУКОЙЛ».

Акции компаний ОАО «Ростелеком» и ОАО «Аэрофлот» в портфели не включаются, так как они обладают наименьшей доходностью и вероятность того, что их доходность станет выше доходностей компаний, занимающих первые позиции списка мала.

Решение задачи (2) для обоих портфелей с различными ограничениями снизу на долю каждого актива приведено в табл. 2.

Итак, два портфеля на 2005 год сформированы. Теперь проведем тестирование полученных результатов. Для этого вычислим реальную доходность обоих портфелей в 2005 году при различных ограничениях снизу на долю каждого актива в портфеле и определим наиболее доходный в 2006 году портфель. В табл. 3 приведены расчеты доходности обоих портфелей.

Таблица 2

**Решение задачи максимизации доходности
при заданном уровне риска**

Нет ограничения снизу на долю каждого актива		Ограничение снизу на долю каждого актива: 5%		Ограничение снизу на долю каждого актива: 10%	
Компания	Доля в портфеле	Компания	Доля в портфеле	Компания	Доля в портфеле
Портфель на основе наиболее доходных в 2004 году акций					
Сбербанк	0,9434	Сбербанк	0,6416	Сбербанк	0,3398
Иркутск-энерго	0,0000	Иркутск-энерго	0,0500	Иркутскэнерго	0,1000
Аэрофлот	0,0566	Аэрофлот	0,2084	Аэрофлот	0,3602
РБК	0,0000	РБК	0,0500	РБК	0,1000
Татнефть	0,0000	Татнефть	0,0500	Татнефть	0,1000
Портфель с учетом потенциала роста					
Сбербанк России	0,9345	Сбербанк России	0,627455	Сбербанк России	0,3205
Иркутск-энерго	0,0000	Иркутскэнерго	0,050000	Иркутскэнерго	0,1000
ЛУКОЙЛ	0,0000	ЛУКОЙЛ	0,050000	ЛУКОЙЛ	0,1000
Сургутнефтегаз	0,0000	Сургутнефтегаз	0,050000	Сургутнефтегаз	0,1000
ГМК «Норникель»	0,0655	ГМК «Норникель»	0,222546	ГМК «Норникель»	0,3795

Сравнение доходностей портфелей в 2005 году показало, что портфель, составленный из акций, обладающих потенциалом роста, более доходен, чем портфель, состоящий из акций, обладающих наибольшей доходностью в историческом плане. Более того, это портфель имеет меньший EVaR.

В табл. 4 приведено сопоставление доходности и EVaR рассматриваемых портфелей. Как можно видеть из табл. 4, с увеличением доли активов, обладающих потенциалом роста, превышение доходности портфеля второго портфеля над доходностью первого портфеля растет. Риск же второго портфеля уменьшается.

Таблица 3

Доходности портфелей в 2005 году

Вид ценных бумаг и срочных сделок	Аукционный режим		Режим переговоров		Сделки репо		Суммарно	
	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок	Стоимостной объем сделок, млн. руб	Количество сделок
Суммарно по видам бумаг и срочных сделок	1484744	6225854	22 650	8 095	196	9	1507591	6233958
Акции	200220	360384	13 118	5 644	196	9	213534	366 037
Корпоративные облигации	2	3	-	-	-	-	2	3
Паи ПИФов	-	-	710 443	1	-	-	0,7	1
Фьючерсы на акции	124415	1621410	597	1 370	-	-	125013	1622780
Фьючерсы на индексы	991317	3926573	1 672	296	-	-	992989	3926869
Прочие фьючерсы	132578	247896	3 981	388	-	-	136559	248 284
Опционы на акции								
Опционы на фьючерсы на акции	4 424	16 169	1 004	253	-	-	5 428	16 422
Опционы на фьючерсы на индексы	29 296	52 582	2 276	143	-	-	31 573	52 725
Прочие опционы	2 489	837	-	-	-	-	2 489	837

Итоговое сопоставление доходностей и риска за период с 2005 по 2007 год дано в табл. 5. Как можно видеть из табл. 5, при стабильных 2005 и 2006 годах стратегия включения потенциально недооцененных компаний давала

положительный результат. Портфель, обладающий потенциалом роста, стабильно давал бóльшую доходность по сравнению с портфелем, составленным из активов, доходных в историческом плане, при любом ограничении снизу на долю актива. Причем при увеличении доли потенциально недооцененных активов доходность портфеля увеличивалась. При этом фактический риск такого портфеля на протяжении этих лет был ниже.

В то же время во время кризиса 2007 – 2008 годов роста недооцененных акций не произошло. В этот период стоит покупать только акции наиболее стабильных компаний (акции с малым бета) и облигации.

Таблица 4

Сравнение доходности при разных методах формирования портфеля ценных бумаг в 2005 году

Портфель	Ограничение снизу на долю актива в портфеле					
	0%		5%		10%	
	Доходность	EVaR _{0.95}	Доходность	EVaR _{0.95}	Доходность	EVaR _{0.95}
Наиболее доходные	0,004145	-0,046500	0,003532	-0,046500	0,002919	-0,046500
Акции с потенциалом роста	0,004197	-0,043787	0,003622	-0,037288	0,003047	-0,030790
Разность	-0,000052	-0,002713	-0,000090	-0,009212	-0,000128	-0,015710

В 2009 году, в период выхода из кризиса, стратегия включения потенциально недооцененных компаний снова дала положительный результат. Причем только включение достаточно большой доли акций с перспективой роста помогло избежать убытков.

Таким образом, приходим к выводу, что предложенная стратегия дает хорошие результаты в стабильные периоды экономики и во время выхода из кризиса, в то время как в кризисные годы она не работает, так как ожидаемого роста стоимости акций не происходит.

Использование метода EVaR в качестве меры риска позволило оценить потери, превышающие заданный доверительный уровень, и избежать непредвиденных потерь. При этом в силу того, что эта мера обладает свойством когерентности, что позволяет свести задачу оптимизации (1) к задаче линейного программирования, методы решения которой известны и хорошо изучены.

**Сравнение доходности при разных методах
формирования портфеля ценных бумаг**

Портфель	Ограничение снизу на долю актива в портфеле					
	0%		5%		10%	
	Доход- ность	EVaR _{0.95}	Доход- ность	EVaR _{0.95}	Доход- ность	EVaR _{0.95}
2005 год						
Наиболее доходные	0,004145	-0,033573	0,003532	-0,035837	0,002919	-0,038102
Акции с потенциалом роста	0,004197	-0,031139	0,003622	-0,027409	0,003047	-0,023680
Разность	-0,000052	-0,002433	-0,000090	-0,008428	-0,000128	-0,014422
2006 год						
Наиболее доходные	0,002619	-0,045834	0,001972	-0,041543	0,003141	-0,059888
Акции с потенциалом роста	0,002619	-0,045834	0,002021	-0,039186	0,003239	-0,055174
Разность	0,000000	0,000000	-0,000049	-0,002357	-0,000098	-0,004714
2007 год						
Наиболее доходные	0,001532	-0,034909	0,001350	-0,044363	0,000986	-0,053296
Акции с потенциалом роста	0,001359	-0,034720	0,001278	-0,037887	0,000915	-0,040553
Разность	0,000172	-0,000189	0,000072	-0,006476	0,000071	-0,012743
2008 год						
Наиболее доходные	-0,003585	-0,103198	-0,003265	-0,130736	-0,003131	-0,123317
Акции с потенциалом роста	-0,004504	-0,090527	-0,003879	-0,128361	-0,007397	-0,121385
Разность	0,000919	-0,012671	0,000614	-0,002376	0,004266	-0,001932
2009 год						
Наиболее доходные	-0,001954	-0,062466	-0,000877	-0,064527	0,000200	-0,066588
Акции с потенциалом роста	-0,001954	-0,062466	-0,064432	-0,000828	0,002858	-0,065049
Разность	0,000000	0,000000	-0,000050	-0,000096	-0,002659	-0,001539

Список источников

1. Булашев С.В. Статистика для трейдеров / С.В. Булашев. – М.: Компания Спутник+, 2003. – 245 с.
2. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг / А.Н. Буренин – М.: НТО Вавилова С.И., 2008. – 440 с.
3. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / под ред. А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. – М: Альпина Паблишер, 2003. – 786 с.
4. Artzner P., Delbaen F. L., Eber J.-M., Heath D. Coherent measures of risk // Mathematical Finance. 1999. P. 203-228.

STRATEGY OF AN INVESTMENT PORTFOLIO CONSTRUCTION ON THE BASIS OF ECONOMIC VALUE AT RISK (EVAR)

L.P. Yanovsky,

Doctor of Economics, Professor of the Chair of Economy of Agricultural Sector, the Voronezh State Agrarian University; leonidya60@yandex.ru

O.S. Kulneva,

Expert of «Lord Finans» LTd. (Voronezh); kulnevaos@rambler.ru

Key words and phrases: investment strategy, an investment portfolio, coherent measures of risk, VAR, EVaR.

Abstract: Characteristics, merits and demerits of various measures of risk are analyzed in the work. Strategy of an investment portfolio construction on the basis of EvaR is offered and tested.