УДК 336.763.1+005.334

РАСПРЕДЕЛЕННАЯ ВОЛАТИЛЬНОСТЬ: МОДЕЛЬ И СВОЙСТВА

В.И. Тинякова,
доктор экономических наук, профессор кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; tviktoria@yandex.ru;
Г.Б. Суюнова,
соискатель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; suyunovazhanna@mail.ru

Рассматриваются вопросы моделирования волатильности финансовых активов. Вводится понятие «распределенная волатильность». Подробно обсуждаются свойства распределенной волатильности и предлагается модель для ее оценки.
Ключевые слова и фразы: волатильность, распределенная водатильность, формула Блэка – Шоулса, среднеквадратическое отклонение, показатель VaR, модель ARCH.

Волатильность является одной из важнейших характеристик доходности любого финансового инструмента. Понимаемая как общая мера неопределенности в динамике стоимости финансовых активов и характеризующая изменчивость их рыночной цены, она неоднозначно интерпретируется и может быть измерена различными способами. Чаще всего этим термином называют: 1) эмоциональную характеристику активности рынка; 2) колеблемость доходности финансового актива; 3) «истинное» значе-ние величины, определяемой этим термином; 4) подразумеваемую (внутреннюю) изменчивость актива, используемую в оценках стоимости опционных контрактов; 5) риск портфеля ценных бумаг. Неоднозначность смысла, вкладываемого в этот термин, естественным образом ориентирует на создание соответствующего многообразия моделей и методов для оценки уровня волатильности.

В настоящее время наибольшей популярностью пользуются две оценки волатильности: среднеквадратическое отклонение и VaR (Value–at–Risk). Обе эти оценки обычно интерпретируют как риск и используются в различных методиках, применяемых для обоснования инвестиционных решений. Как правило, в моделях, составляющих основу методик, волатильность рассматривается как фиксированный параметр, хотя в действительности ее величина с течением времени изменяется. Это касается и модели Марковица, и формулы Блэка – Шоулса. В моделях неявно предполагается, что волатильность в виде среднеквадратического отклонения зафиксирована на таком уровне, который будет иметь место в упреждающем периоде времени. Другими словами, расчеты по этим моделям должны были бы проводиться с использованием прогнозных оценок волатильности.

В классических вариантах названных моделей прогнозные оценки не используются, в силу чего они потеряли свою практическую ценность. Поэтому исследованиям по моделированию волатильности, с помощью которых делаются попытки исправить сложившуюся ситуацию, посвящено много работ.

«Истинная» волатильность – величина ненаблюдаемая и, поэтому вопрос ее природы и оценки требует специальных подходов. В большинстве подходов [4, 7, 9] волатильность рассматривается как стохастическая величина, которая обладает специфическим свойством кластеризации значений по периодам «спокойного» поведения рынка и периодам его «возбужденного» состояния, что позволяет говорить о возможности ее прогнозирования.

Данное свойство было обнаружено Р. Инглом. Он для моделирования процессов с подобными свойствами предложил эконометрическую модель с условно гетероскедастичными остатками (модель ARCH). Простейший вариант этой модели записывается следующим образом:

$$r_t = \mu + x_t\,, \tag{1}$$

$$x_t = \sigma_t u_t\,, \tag{2}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2\,, \tag{3}$$

где r_t – доходность финансового актива; μ – средняя доходность финансового актива; x_t – отклонение от средней доходности; σ_t^2 – дисперсия доходности финансового актива; α_0, α_1 – оцениваемые коэффициенты модели; u_t – ненаблюдаемая нормально распределенная случайная составляющая модели, с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Получить с помощью моделей ARCH прогнозную оценку волатильности, которая обеспечила бы необходимую точность в определении по Блэку – Шоулсу риск-нейтральной цены опциона, не удалось. Поэтому исследования были сконцентрированы на совершенствовании уравнения (3). Сначала появились модели ARCH(p), в которых уравнение дисперсии содержало больше запаздывающих переменных

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \alpha_2 x_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p x_{t-p}^2\,. \tag{4}$$

Затем были разработаны модели GARCH, в которых общий вид уравнения для прогнозирования дисперсии записывается следующим образом:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \beta_i \sigma_{t-j}^2 . \tag{5}$$

Решить проблему оценки волатильности с помощью этих моделей не удалось. Поэтому они усложнялись и модифицировались. В настоящее время для моделирования волатильности, кроме ARCH и GARCH, используются модели, GARCH-M, AGARCH, AGARCH-M, EGARCH, EGARCH-M. Общий вид этих моделей можно найти в [2, 5, 6].

Не получив с помощью этого класса моделей устойчивых результатов, гарантирующих в любых ситуациях возможность практического использования формулы Блэка – Шоулса, исследователи обратили свое внимание на другой более сложный класс моделей, получивших название «модели стохастической волатильности». Эти модели характеризуются наличием двух источников случайности, отражающих эволюцию доходности финансового актива.

Модель стохастической волатильности первого порядка может быть записана следующим образом:

$$x_t = \sigma_t u_t ,$$
$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) + c\delta_t , \tag{7}$$

где u_t и δ_t – независимые, нормально распределенные случайные величины с нулевым средним и единичной дисперсией.

Получение оценок параметров модели стохастической волатильности представляет собой довольно сложную процедуру и обычно осуществляется с помощью метода Монте-Карло или путем использования теории фильтрации Кальмана. Известны попытки использования стохастической волатильности в расчетах стоимости экзотических опционов. Но инструментом оценки экзотических опционов эта модель не стала.

Большой интерес вызывает оценка последствий резких скачков цены финансовых активов. Резкий скачок – хотя и редкое событие, но исключительно важное для понимания уровня необходимой защиты при принятии инвестиционных решений. В подобных ситуациях, когда на финансовом рынке наблюдается экстремальное поведение цен, обычно применяется методология VaR (Value at Risk). С помощью данной методологии удается оценить допустимое снижение (увеличение) цены активов за данный промежуток времени при заданном уровне риска.

Развитие эконометрического подхода в оценке волатильности стимулировалось стремлением получить такой результат, который можно было бы использовать в расчетах стоимости опциона по формуле Блэка – Шоулса. Увлечение этими моделями прошло, как только было введено понятие «подразумеваемая волатильность». Введение этого понятия привело к тому, что оцениваемый параметр σ формулы Блэка – Шоулса был, по сути, заменен настраиваемым параметром. Такой подход стал предпочтительной альтернативой моделированию по историческим данным прогнозных оценок волатильности.

Подразумеваемая или внутренняя волатильность определяется как решение нелинейного уравнения. Нелинейным уравнением в данном случае является формула Блэка – Шоулса, неизвестной величиной σ, а правой частью этого уравнения – рыночная стоимость опциона. Получить аналитическое выражение для σ не удается. Поэтому решение этого нелинейного уравнения осуществляется численными методами. В [1] рекомендуется использовать для этих целей метод бисекций и метод Ньютона. На фондовой бирже РТС подразумеваемая волатильность при оценке стоимости опционов на фьючерсы определяется с помощью формулы

$$\sigma = A + B \cdot (1 - \exp(-C \cdot x^2)) + \frac{D \cdot arctg(E \cdot x)}{E}, \qquad (8)$$

$$x = \ln\left(\frac{Strike}{\mathrm{F}(t)}\right) / \sqrt{T}\ , \qquad (9)$$

где $Strike$ – страйк опциона; $\mathrm{F}(t)$ – цена базового фьючерса в текущий момент времени t; T – время от текущего дня до дня истечения опциона включительно, в долях года; σ – волатильность, выраженная в процентах от цены базового фьючерса; A, B, C, D, E – параметры, с помощью которых задается зависимость волатильности от разности между страйком опциона и ценой базового фьючерса.

После каждой сделки алгоритм настройки этих параметров предусматривает их модификацию, в соответствии с которой кривая волатильности (8) наиболее точно отражала как подразумеваемую волатильность последней сделки, так и предыдущих сделок, взятых с убывающими по времени весами. В основе данного алгоритма лежит метод усреднения наблюдений Кальмана.

С помощью подразумеваемой волатильности проблема решена только для европейских опционов. Поэтому вопросы поиска новых подходов остаются актуальными.

В рассмотренных в предыдущем параграфе подходах к моделированию волатильности финансовых активов реализована идея, хорошо корреспондирующаяся с гипотезой эффективного рынка, в соответствии с которой вся информация о финансовом активе содержится в его цене. В силу этого во всех моделях волатильности используется только та информация, которая содержится в цене самого моделируемого актива. Ниже предлагается подход, в котором реализуется предположение о том, что волатильность актива зависит от волатильности рынка. Но эта зависимость не корреляционно-регрессионная, хотя и такая, возможно, существует, а вероятностная в том смысле, что вероятность высокой волатильности любого актива повышается с ростом волатильности финансового рынка.

Данное предположение не противоречит гипотезе эффективного рынка, так как находится в полном соответствии с результатами, полученными

У. Шарпом в рамках одноиндексной модели [3]. В одноиндексной модели устанавливается регрессионная взаимосвязь между доходностью финансового актива и доходностью индекса. Эмпирические исследования подтверждают, что между доходностью индекса РТС и доходностью ценных бумаг, торгуемых на фондовой бирже РТС, такая взаимосвязь существует. Если существует взаимосвязь между доходностями, то в силу того, что изменение доходности индекса и актива происходит одновременно, существует взаимосвязь и между волатильностями этих двух процессов.

Реализация предлагаемого подхода предусматривает построение модели, в которой должны найти отражение основные идеи, используемые при моделировании процессов финансового рынка. В этих идеях можно увидеть дискретное и непрерывное представление случайных процессов, описывающих эволюцию цен на базовые активы опционов, механизм отражения сложной природы случайной составляющей эконометрических моделей, описание моделируемых процессов несколькими уравнениями. Модель, построение которой описывается ниже, в некотором смысле является специфической реализацией этих идей.

Специфическая реализация предусматривает формирование модели, с помощью которой можно оценить *распределенную волатильность, под которой понимается математическое ожидание случайной величины со значениями в виде усредненных оценок возможных отклонений доходности финансового актива от тренда и условными вероятностями реальности этих отклонений*.

Чтобы понять, каким образом следует формировать механизм модели распределенной волатильности, с помощью которого в ней отражаются изменения, происходящие в динамике моделируемого актива, рассмотрим те модели, которые использовались в качестве примера для подражания. Это модели, которые, по сути, стали эталонными, в силу того, что на них ориентируются все исследователи.

Важное место в этом списке занимает уравнение, которое связывают с именем Башелье и которое в модели Блэка – Шоулса описывает на микроуровне механизм формирования доходности акции

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}\ , \tag{10}$$

где μ – средний уровень доходности; Δt – небольшой отрезок времени, на котором эта модель имеет смысл; σ – риск, измеренный среднеквадратическим отклонением; ε – нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Первое слагаемое этого уравнения является непрерывной составляющей и представляет собой ожидаемый уровень доходности акции, а второе слагаемое – величину риска, который в каждом конкретном случае оказывает шоковое (заранее неизвестное) воздействие на уровень ожидаемой доходности, изменяя ее в ту или иную сторону в зависимости от знака и значения случайной величины ε.

Модель распределенной волатильности тоже имеет две составляющих, одна из которых отражает изменения, происходящие во времени, вторая – возможность шоковых эффектов. Но механизм воспроизведения шоковых явлений построен на другом принципе. Чтобы его понять обратимся к биномиальной модели (B,S)-рынка, которую принято называть CRR-моделью (моделью Кокса – Росса – Рубинштейна). Для корректного построения этой модели предполагается, что на рынке финансовые операции осуществляются с банковским счетом $B = (B_t)_{t\geq 0}$ и одной акцией, цена которой обычно обозначается через $S = (S_t)_{t\geq 0}$.

Цена на (B,S)-рынке изменяется скачками в последовательные моменты времени и описывается уравнениями

$$B_t = (1 + r_t)B_{t-1}, \tag{11}$$

$$S_t = (1 + \rho_t)S_{t-1} \tag{12}$$

с $B_0 > 0$ и $S_0 > 0$.

Банковская ставка в (11) является константой, а доходность акции $\rho = (\rho_t)_{t\geq 1}$ представляет собой бернуллиевскую последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $\rho_1, \rho_2, \ldots,$ принимающих два значения

$$\rho_t = \begin{cases} r_u, \\ r_d, \end{cases} \quad r_d < r_u \tag{13}$$

с вероятностями $p = \mathrm{P}(\rho_t = r_u)$ и $q = \mathrm{P}(\rho_t = r_d)$ соответственно.

В биномиальной модели (B,S)-рынка механизм воспроизведения шоковых эффектов построен на основе использования дискретной случайной величины.

Отсутствие трендовой составляющей не означает, что с помощью этой модели описываются процессы без тренда. Если применить методологию имитационного моделирования и с помощью данной модели воспроизвести траекторию процесса, то окажется что полученная траектория обладает трендом, который сформирован под влиянием вероятностного распределения и величины скачкообразных изменений (13) цены актива. Это интересный факт, но для нас важно то, что шоковую составляющую можно представлять как с помощью непрерывной случайной величины, так и с помощью дискретной.

Использование дискретной случайной величины для представления шоковой составляющей позволяет расширить возможности моделирования рисков. В частности, с ее помощью удается реализовать новую концепцию оценки волатильности финансовых активов. В рамках этой концепции волатильность определяется как взвешенная величина шоковых эффектов (возможных значений дискретной случайной величины), оценка которых проводится с использованием данных исторического периода. Инструментом концепции являются эконометрические модели специального вида.

В простейшем случае модель, с помощью которой можно прогнозировать величину распределенной волатильности, записывается следующим образом:

$$r_t = \mathrm{M}(r_t / r_{t-1}) + \sigma_t, \tag{14}$$

$$d = \mathrm{M}(r_t / r_t - \mathrm{M}(r_t / r_{t-1}) < 0 \bigcup r_t - \mathrm{M}(r_t / r_{t-1}) \geq 0), \tag{15}$$

$$\sigma_t = d - 2d\,\mathrm{F}(\mathbf{z}_t \mathbf{b}), \tag{16}$$

$$\mathrm{F}(\mathbf{z}_t \mathbf{b}) = \frac{e^{b_0 + b_1 z_t}}{1 + e^{b_0 + b_1 z_t}}, \tag{17}$$

$$z_t = r_{It} - \mathrm{M}(r_{It} / r_{It-1}), \tag{18}$$

где r_t – доходность базовой акции в момент времени t; $\mathrm{M}(r_t / r_{t-1})$ – условное математическое ожидание доходности базовой акции; d – средняя величина отклонения доходности акции от условного математического ожидания; σ – волатильность доходности базовой акции в момент времени t; z_t – отклонение значений индекса в момент времени t от условного математического ожидания; r_{It} – доходность индекса в момент времени t; $\mathrm{M}(r_t / r_{t-1})$ – условное математическое ожидание доходности индекса.

В отличие от выражения (10), имеющего смысл только на бесконечно малых отрезках времени, данная модель сохраняет возможность корректного применения на определенных интервалах времени. Это обстоятельство позволяет применять ее как для анализа, так и для прогнозных расчетов. Условное математическое ожидание в выражении (14), как правило, представляет собой авторегрессионную модель первого порядка, с помощью которой описывается тренд стоимости актива. В качестве тренда можно использовать и другие модели экстраполяционного типа. В частном случае тренд может отсутствовать и тогда условное математическое ожидание заменяется безусловным.

Оцениваемый параметр d является измерителем средней величины риска, с помощью которого в рамках модели определяется верхний предел и нижний предел ожидаемой средней доходности, по которым без труда рассчитываются потери покупателя и продавца ценной бумаги. Такой подход к измерению риска напоминает методику риск-метрика, предложенную компанией J.P. Morgan для расчета VaR. И в предлагаемом подходе, и в подходе компании J.P. Morgan величина риска определяется в зависимости от вероятности. Но если при оценке VaR вероятность указывается инвестором, то величина риска, рассчитываемая по d с помощью выражения (16), в явном виде зависит от вероятностного распределения и индекса, характеризующего активность фондового рынка.

В модели (14)–(18) фигурирует логистическое распределение, которое в том виде, в котором оно записано, в эконометрике принято называть логит-моделью. Для этих же целей можно использовать пробит-модель с нормальным законом распределения. Однако логит-модель для наших целей предпочтительнее. Это связано с тем, что логит-модель допускает обобщение на случай более сложного вероятностного описания риска, чем это представлено в выражении (16). Необходимость построения более сложных вероятностных конструкций возникает, например, при моделировании неполных рынков.

Волатильность, представленная в виде (16), является дифференцируемой по z функцией. Следовательно, появляется возможность проведения предельного анализа, результаты которого дают наиболее полное представление о характере локального поведения доходности актива в зависимости от активности рынка. Дифференцируя (16) по z, получаем

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial z_t} = \left\{ \frac{\partial (d - 2d\,\mathrm{F}(\mathbf{z}_t \mathbf{b})}{\partial (\mathbf{z}_t \mathbf{b})} \frac{\partial (\mathbf{z}_t \mathbf{b})}{\partial z_t} \right\} = -2d\,\mathrm{f}(\mathbf{z}_t \mathbf{b})\mathbf{b}\,, \tag{19}$$

где $\mathrm{f}(\mathbf{z}_t \mathbf{b})$ – функция плотности, связанная с соответствующим кумулятивным распределением $\mathrm{F}(\mathbf{z}_t \mathbf{b})$.

Полученное выражение предельного эффекта можно интерпретировать как величину, на которую изменяется вероятность реальности вариантов при изменении фактора на единицу, при условии, что эта единица достаточно мала. Однако механизм формирования этой величины не так прост, как в линейной модели, и представляет собой взаимодействие двух составляющих, каждая из которых имеет собственную интерпретацию.

Первая составляющая определяется плотностью распределения $\mathrm{f}(\mathbf{z}_t \mathbf{b})$, которая в предельном эффекте является изменяемой характеристикой, зависящей от $\mathbf{z}_t$. Рассмотрим механизмы формирования этой составляющей и ее содержательную интерпретацию. Прежде всего, обратим внимание на то обстоятельство, что изменение факторной переменной логит-модели, например, в сторону увеличения ее значения может привести как к увеличению, так и снижению плотности вероятности. Механизм реализации этих изменений начинает действовать с изменения значения линейной формы

$$v_t = \mathbf{z}_i \mathbf{b} = b_0 + b_1 x_t\,. \tag{20}$$

Изменение линейной формы зависит от величины и знака коэффициента регрессии b_1. В свою очередь, изменение плотности вероятности зависит не только от величины, на которую изменилось значение линейной формы, но и от того, где это значение расположено на оси v. Если оно расположено в левой половине распределения, то увеличение v приводит к возрастанию плотности, если в правой – то к снижению. Это положение хорошо иллюстрирует рисунок.

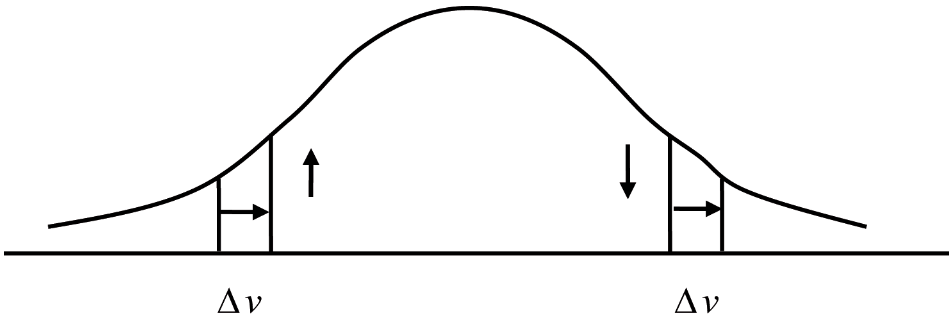

Рис. Изменение плотности вероятности в зависимости от расположения значения линейной формы

Анализ предельной эффективности фактора позволяет обнаружить, что максимально возможная предельная эффективность фактора достигается в тех точках, в которых плотность имеет наибольшее значение. Интересно, что именно в этих точках ситуация предпочтения варианта обладает самым высоким уровнем неопределенности. Это становится совершенно очевидным для логит-модели, если выражение для предельного эффекта записать через функцию распределения

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial z_t} == -2d\,\mathrm{f}(\mathbf{z}_t\mathbf{b})\,\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\mathbf{b})(1-\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\mathbf{b}))b_1\,. \qquad (21)$$

Максимальное значение первой составляющей, которая в данном выражении представлена произведением вероятностей, достигается при $\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\mathbf{b}) = \mathbf{0{,}5}$ т.е. когда имеет место самый высокий уровень неопределенности.

Вторая составляющая менее интересна для анализа. Она равна постоянной величине $-2db_1$ и в основном играет роль мультипликатора, усиливающего или снижающего вклад первой в предельную эффективность. Геометрически (рисунок) при увеличении $\mathbf{z}_t$ на единицу величина произведения $-2db_1$ определяет ширину прямоугольника с высотой $\mathrm{f}(\mathbf{z}_t\mathbf{b})$, на величину площади которого изменяется вероятность предпочтения в конкретных условиях.

Так как события, связанные с выбором альтернативы несовместны, то при рассмотрении результатов предельного анализа нужно помнить, что увеличение вероятности возможного появления одного из событий влечет за собой уменьшение на ту же самую величину вероятности возможного появления альтернативного события. Поэтому, если из двух вероятностей увеличивается при изменении $\mathbf{z}_t$ та, которая имеет большее значение, то неопределенность выбора снижается, если та, которая имеет меньшее значение, то неопределенность выбора увеличивается.

Особенность распределенной волатильности в том, что она в отличие от σ и VaR позволяет определить не только величину среднего или максимально возможного отклонения, но и через величину энтропии

$$H_t = -\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\hat{\mathbf{b}})\log_2\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\hat{\mathbf{b}}) - (1-\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\hat{\mathbf{b}}))\log_2(1-\mathrm{F}(\mathbf{z}_t\hat{\mathbf{b}})) \qquad (22)$$

оценить уровень неопределенности. Причем между абсолютной величиной распределенной волатильности и уровнем неопределенности существует взаимосвязь. Эта взаимосвязь обратно пропорциональная – чем ниже значение распределенной волатильности, тем выше уровень неопределенности.

Энтропийная характеристика распределенной волатильности может использоваться в качестве критерия для оценки того, насколько точно волатильность воспроизводит колебания моделируемого процесса. Введем для этого коэффициент

$$K_H = \frac{H(e)}{H(\sigma)}, \qquad (23)$$

где $H(e) = -\sum_t (\mathrm{F}(\mathbf{e}_t\hat{\mathbf{b}})\log_2\mathrm{F}(\mathbf{e}_t\hat{\mathbf{b}}) + (1-\mathrm{F}(\mathbf{e}_t\hat{\mathbf{b}}))\log_2(1-\mathrm{F}(\mathbf{e}_t\hat{\mathbf{b}})))$,

$$e_t = r_t - \mathrm{M}(r_t / r_{t-1}),$$

$$H(\sigma) = -\sum_t (\mathrm{F}(\boldsymbol{\sigma}_t\hat{\mathbf{b}})\log_2\mathrm{F}(\boldsymbol{\sigma}_t\hat{\mathbf{b}}) + (1-\mathrm{F}(\boldsymbol{\sigma}_t\hat{\mathbf{b}}))\log_2(1-\mathrm{F}(\boldsymbol{\sigma}_t\hat{\mathbf{b}}))).$$

Значение введенного коэффициента заключено между 0 и 1. Если , $K_H = 0$, то волатильностью воспроизводятся не те колебания, которые имеют место в реальности. При $K_H = 1$ волатильностью в точности воспроизводятся колебания исторического периода. В отличие от σ и VaR, с помощью которых воспроизводится средние и максимально возможные потери, с помощью распределенной волатильности удается получить оценку возможных потерь в каждой конкретной ситуации. Это свойство делает распределенную волатильность особенно привлекательной для практического использования.

Построение модели (14) – (18) осуществляется поэтапно с использованием метода наименьших квадратов (МНК), метода максимального правдоподобия (ММП) и метода Монте-Карло.

Список источников

1. Буренин, А. Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные [Текст] / А. Н. Буренин. – М.: Науч.-техн. об-во им. акад. С. И. Вавилова, 2008. – 512 с.

2. Лукашин, Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов [Текст] / Ю. П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.

3. Мельников, А. В. Математические методы финансового анализа [Текст] / А. В. Мельников, Н. В. Попова, В. С. Скорнякова. – М.: Анкил, 2006. – 440 с.

4. Andersen, T. G. Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts [Text] / T. G. Andersen, T. Bollerslev // International

Economic Review. – 1998. – Vol. 39, No. 4. – Pp. 885-905.

5. Engle, R. Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The "ARCH-M Model" [Text] / R. Engle, D. Lilien, R. Robins // Econometrica. – 1987. – № 55.

6. Engle, R. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation [Text] / R. Engle // Econometrica. – 1982. – № 50. – Pp. 987-1007.

7. Forecasting Volatility in the Financial Markets. Third edition [Text] / Edited by J. Knight, S. Satchell, 2007.

8. Green, W. H. Econometric Analysis, 4th ed. [Text]/ W. H. Green – New York: Macmillian Publishing Company, 2000. – 1004 p.

9. Stochastic volatility. Selected Readings [Text] / Edited by N. Shephard, Oxford. – 2005.

APPORTIONED VOLATILITY:MODEL AND FEATURES

V.I. Tinyakova,
Dr.Sc. of Economy, Professor of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods of Economics of Voronezh State University; tviktoria@yandex.ru
G.B. Suyunova,
degree-seeking student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods of Economics of Voronezh State University; suyunovazhanna@mail.ru

Issues of volatility model-building of financial are considered in the article. The concept of "distributed volatility is inducted. The properties of distributed volatility are discussed in details and a model for its evaluation are discussed an details.

Key words and phrases: volatility, distributed volatility, Black-Shouels'es formula, meansquare deviation, exponent VaR, model ARCH.