

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

УДК 336.763.3

ФОРМИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПОРТФЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННО-ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Давнис Валерий Владимирович,

доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vavnis@mail.ru

Хабибулин Дмитрий Анатольевич,

аспирант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; itmme@econ.vsu.ru

Предлагается для моделирования портфельных решений на фондовом рынке применять имитационно-эконометрический подход. В рамках этого подхода разработана модель портфельного ансамбля. Приведены результаты эмпирических исследований, демонстрирующие возможность ее практического использования в задачах формирования инвестиционных стратегий.

Ключевые слова: портфельный ансамбль, волатильность, имитационно-эконометрическая модель, поступреждающее тестирование.

Основная идея использования имитационно-эконометрических моделей для построения портфеля ценных бумаг состоит в том, чтобы с помощью этих моделей сформировать образ будущего в виде многовариантного описания и использовать данные этого описания для построения портфеля. В связи с чем возникает необходимость в формировании образа будущего. Связано это с тем, что портфель Марковица является инструментом утраченных возможностей. Сформированный на данных исторического периода он, как правило, теряет свои свойства на упреждающем отрезке времени.

Возникает закономерный вопрос о принципиальной возможности построения портфеля, который в упреждающем периоде обеспечит требуемый уровень средней доходности. Такой портфель естественно существует. В рамках эмпирических исследований это нетрудно показать, если в исходных

данных предусмотреть поступающий период и, используя данные этого периода, построить портфель. Построенный таким образом портфель является оптимальным на упреждающем отрезке времени. Он обеспечивает на поступающем периоде требуемый уровень средней доходности. Его структура, как правило, значительно отличается от структуры портфеля, для построения которого использовались данные исторического периода. Существование подобного портфеля свидетельствует о принципиальной возможности его построения. Вопрос только в том, как это сделать, не заглядывая в будущее. Если нельзя, то, как сформировать правдоподобное представление о будущем.

Результаты эмпирических исследований ориентируют на реализацию идеи, в соответствии с которой построению портфеля должна предшествовать процедура прогнозных расчетов. Если предположить, что прогнозные оценки являются достаточно точной экстраполяцией доходности активов, включаемых в портфель, то эти прогнозные оценки можно использовать в качестве исходных данных для построения портфеля ценных бумаг. К сожалению, это очень ненадежный подход. Известно, что прогнозы рыночных процессов редко сбываются. Поэтому надежность стратегий инвестирования, основанных на прогнозных оценках, напрямую связана с надежностью этих оценок.

Эта же самая идея, но реализуемая с помощью аппарата формирования прогнозного образа упреждающего периода, сможет обеспечить, на наш взгляд, построение более надежных стратегий инвестирования. При реализации этого подхода для построения портфеля используются не отдельные прогнозные оценки, а целый набор данных из описания прогнозного образа. Понятно, что успех данного подхода зависит от того, на сколько точно воспроизведены возможные варианты динамики доходности финансовых активов на упреждающем отрезке времени. Критерии, с помощью которых можно было бы оценить в целом точность прогнозного образа, нет. Эконометрические критерии как, например, дисперсионное отношение Фишера или статистическая значимость по Стьюденту, в данной ситуации приемлемы, но при условии, что упреждающий период будет мало отличаться от исторического. К сожалению, оценка реального различия между историческим и упреждающим периодом выходит за рамки, гарантируемые статистической надежностью. Поэтому наиболее приемлемым следует признать подход, в основу которого положена та же самая идея, которая реализована в CRR-модели, используемой для расчета риск-нейтральной цены опциона.

Смысл этого подхода в том, чтобы будущее представить набором вариантов, содержащих в своем составе такие, которые, как станет ясно из наступившей реальности, мало от нее отличаются и такие, которых существенно отличаются. В качестве инструмента формирования подобного набора целесообразно использовать имитационно-эконометрические

модели. Их свойства, на наш взгляд, вполне смогут обеспечить формирование множества упреждающих инвестиционных возможностей, мало отличающихся от тех, которые станут известны инвестору только в конце упреждающего периода.

Соглашаясь с тем, что имитационно-эконометрические модели обладают необходимым набором свойств, обеспечивающих формирование прогнозного образа, описание которого можно использовать в качестве исходных данных для построения портфеля, отметим очевидную специфику применения этих моделей в подобных целях. Эта специфика требует дальнейшего развития идеи формирования прогнозного образа для случаев, когда моделируется система и представление о будущем этой системы складывается из представления о будущем ее составляющих элементов. Сразу заметим, что к задачам подобного рода приходится обращаться не только для получения результатов, подтверждающих плодотворность этой идеи, но и в силу необходимости достижения высокого уровня подражания сложным системам.

Отсутствие на финансовых рынках устойчивых закономерностей свидетельствует о наличии специфических тенденций в развитии и функционировании его отдельных элементов. Именно наличие этих специфических тенденций заставляет переместить центр тяжести исследований динамики рынка на исследование динамики его отдельных составляющих, переплетение которых образует рыночный жгут ожидаемых траекторий доходности финансовых активов.

Принимая идею автономного моделирования ожидаемых ситуаций по каждому финансовому активу, включаемому в портфель, мы тем самым принимаем решение относительно аппарата, который целесообразно использовать для этих целей. Этим аппаратом, безусловно, являются имитационно-эконометрические модели. Реализация этой идеи на интуитивном уровне выглядит довольно просто. Для каждого актива строится имитационно-эконометрическая модель, с помощью которой имитируется необходимый набор данных. Но результатом применения этих моделей является единый набор данных, используемый для построения портфеля ценных бумаг. Поэтому возникает естественный вопрос: «В предлагаемом подходе используется совокупность автономных модели или система автономных моделей?».

Ответ может показаться несколько неожиданным. В предлагаемом подходе используется и не совокупность автономных моделей, и не система моделей. Не совокупность потому, что эти модели объединяет функциональный признак – все они предназначены для обоснования портфельного решения. Но это и не система моделей, так как изъятие любой из этих моделей или включение дополнительной модели в число используемых не требует пересчета остальных моделей. Между моделями нет явных связей. В то же время в составе исходных данных каждой модели находится единый для

всех моделей информационный источник. Благодаря этому источнику между моделями устанавливается неявная взаимосвязь, которая проявляется в результатах имитирования. Этот тип моделей, на наш взгляд, имеет смысл выделить в отдельный класс. Для этого класса моделей целесообразно ввести специальный термин.

Имитационные модели, объединяемые только функциональным признаком, будем называть ансамблем. Чтобы ансамбли были легко узнаваемы, в их название следует включать наименование функционального признака. В соответствии с изложенной точкой зрения ниже будем рассматривать портфельный ансамбль рационально-стохастических моделей. Из названия нетрудно понять предназначение ансамбля и его состав.

Портфельный ансамбль определяется теми моделями, с помощью которых формируются прогнозные образы доходности финансовых активов, включаемых в портфель ценных бумаг. Мы не будем специально рассматривать вопросы, связанные с первоначальным отбором активов, включаемых в портфель. Логика имитационных расчетов никак не связана с первоначальным отбором активов, хотя финальный результат, безусловно, зависит от этого отбора.

Портфельный ансамбль рационально-стохастических моделей представляет собой обобщение имитационно-эконометрической модели [1], реализующей принцип рационально-стохастического воспроизведения закономерностей исторического периода. Для проведения расчетов в k -м имитационном эксперименте модель портфельного ансамбля может быть записана следующим образом:

$$\theta_k = \text{EX}, \quad (1)$$

$$\sigma_{Ik}^{[p]} = d_I - 2d_I \Lambda_I(\theta_k), \quad (2)$$

$$\xi_{ik} = \text{RND}, \quad (3)$$

$$\sigma_{Aik}^{[p]} = d_{Ai} - 2d_{Ai} \Lambda_{Ai}(\xi_{ik}), \quad (4)$$

$$\sigma_{AIIk}^{[p]} = d_{Ai} - 2d_{Ai} \Lambda_{AII}(\sigma_{Ik}^{[p]}), \quad (5)$$

$$\varepsilon_{ik} = N(\mu_i, \sigma_i^2), \quad (6)$$

$$r_{it+1}^k = a_{i0} + a_{i1} r_{it} + \sigma_{Aik}^{[p]} + \sigma_{AIIk}^{[p]} + \varepsilon_{ik}, \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

где r_{it+1}^k – уровень доходности i -го финансового актива, полученный в результате k -го имитационного эксперимента для момента времени $t+1$; оцениваемые коэффициенты i -ой модели ансамбля; d_I – коэффициент, оцениваемый в дискретно-непрерывной модели доходности индекса; d_{Ai} – коэффициент, оцениваемый при построении дискретно-непрерывной i -ой модели доходности финансового актива (оценивается совместно с

коэффициентами a_{i0}, a_{i1}); $\sigma_{Ik}^{[p]}$ – распределенная волатильность доходности индекса, используемая в качестве единого фактора для моделей ансамбля; $\sigma_{Aik}^{[p]}$ – собственная распределенная волатильность доходности финансового актива, моделируемого с помощью i -ой модели портфельного ансамбля; $\sigma_{Ai}^{[p]}$ – распределенная волатильность доходности i -ого финансового актива, генерируемая активностью финансового рынка; θ_k – экспертная оценка ожидаемой активности финансового рынка, которая была использована в k -м имитационном эксперименте; ξ_{ik} – равномерно распределенная случайная величина, которая используется в i -й модели портфельного ансамбля при проведении k -го имитационного расчета; ε_{ik} – нормально распределенная случайная величина с известными математическим ожиданием μ_i и дисперсией σ_i^2 , генерируемая с помощью датчика случайных чисел для расчетов по i -й модели портфельного ансамбля в k -м имитационном эксперименте; EX – процедура экспертного оценивания; RND – генератор равномерно распределенных случайных чисел; $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ – генератор нормально распределенных случайных чисел для i -ой модели портфельного ансамбля; $\Lambda_i(\cdot)$ – функция логистического распределения, характеризующая вероятность высокой и низкой активности финансового рынка; $\Lambda_{Ai}(\cdot)$ – функция логистического распределения, характеризующая вероятность высокой и низкой доходности i -ого финансового актива, моделируемого с помощью i -й модели портфельного ансамбля; $\Lambda_{Ai}(\cdot)$ – функция логистического распределения, характеризующая вероятность высокой и низкой доходности i -ого финансового актива в зависимости от активности рынка; n – количество финансовых активов, включаемых в портфель.

Портфельный ансамбль рационально-стохастических моделей, по сути, представляет собой растиражированную имитационно-эконометрическую модель, реализующую принцип рационально-стохастического воспроизведения закономерностей исторического периода. В ансамбль эти модели, как подчеркивалось выше, объединяет функциональное назначение. Но формальных критериев, позволяющих оценить, на сколько хорошо портфельный ансамбль выполняет свое функциональное назначение нет. Естественно, это снижает доверие к предлагаемому подходу обоснования инвестиционных решений. Снять это недоверие можно только эмпирическими исследованиями, основанными на процедуре скользящего поступреждающего тестирования.

Идея поступреждающего тестирования обсуждалась в начале статьи применительно к эмпирическому доказательству того, что на упреждающем отрезке времени портфель Марковица теряет свои оптимальные свойства. Процедура скользящего поступреждающего тестирования является многошаговой процедурой. Логика ее проведения предусматривает на каждом шаге после очередного тестирования изменение исходного набора данных путем включения в его состав данных поступреждающего периода, которые были использованы на данном шаге для контроля. Это позволяет

на очередном шаге использовать для построения портфельного ансамбля обновленный набор данных, а для его тестирования – новый упреждающий период.

Сама процедура тестирования предусматривает построение портфеля ценных бумаг на данных прогнозного образа, который был создан с помощью портфельного ансамбля рационально-стохастических моделей. Если для построения портфеля используются данные прогнозного образа, то для проверки его эффективности используются фактические данные поступающего периода. Многократное применение процедуры скользящего тестирования позволяет накопить статистику случаев, когда портфель был доходным, а когда убыточным. Это позволяет получить статистически значимую оценку эффективности предлагаемого подхода к обоснованию инвестиционных решений. Учитывая, что сто процентных гарантий успешной инвестиционной деятельности на финансовом рынке не существует, нужно согласиться с необходимостью статистического обоснования ожидаемых результатов. Приемлемый уровень статистической надежности определяется инвестором. В некотором смысле это риск, измеренный частотой успешного формирования портфельных стратегий.

Теперь рассмотрим результаты эмпирических исследований. Основная цель этих исследований в том, чтобы показать возможность практического использования предлагаемого подхода к обоснованию инвестиционных решений. В процессе расчетов, в основном ориентированных на достижение главной цели, были попутно получены результаты, подтверждающие правильность предположений о некоторых свойствах портфельного ансамбля имитационно-стохастических моделей. Кроме того, чтобы показать целесообразность введения в структуру имитационной модели рациональной составляющей, расчеты проводились и с помощью имитационных моделей, реализующих принцип стохастического воспроизведения закономерностей исторического периода и с помощью имитационных моделей, реализующих принцип рационально-стохастического воспроизведения.

В качестве исходных данных для вычислительного эксперимента использовались котировки акций компаний, наименования которых приводятся в табл. 1 вместе с расчетами. Детали расчетов здесь не приводятся, так как основная цель не выяснение проблем, связанных с построением портфельного ансамбля моделей, а оценка возможностей этого подхода. В этой таблице приводятся оценки параметров моделей портфельного ансамбля без рациональной составляющей.

Табл. 1 содержит по каждому финансовому активу оцененные коэффициенты аналитической части модели, параметр распределенной волатильности, коэффициенты логит-распределения и параметры нормального распределения, которое использовалось для генерирования случайных составляющих. Фактически построено шесть моделей портфельного ансамбля, без учета возможной взаимосвязи между финансовыми активами. С помощью этих моделей был сформирован

прогнозный образ упреждающего периода, данные описания которого можно использовать для построения портфеля ценных бумаг.

Объем имитационных расчетов был не очень большим. Для каждого момента времени предусматривалось имитирование десяти вариантов. Длина упреждающего периода полагалась равной десяти. В результате прогнозный образ каждого актива был сформирован из множества в 100 точек. Для решения практической задачи, возможно, это недостаточный объем вычислительных экспериментов, но для иллюстрации предлагаемого подхода вполне достаточно. Повторные серии экспериментов показали, что даже при десяти вариантах наблюдается устойчивость результатов имитирования.

Таблица 1
Значения параметров стохастических моделей портфельного ансамбля

Параметры	Компании					
	Газпром	Лукойл	СургутНГ	Сбербанк	МТС	НГМК
a_0	0	0	0	0	0	0
a_1	0,3964	0,1484	0,2661	0,3652	0,3104	0,1708
d	1,2868	1,5967	1,4236	1,5119	0,6224	1,6257
b_0	21,9980	29,5667	16,8607	20,8159	16,2562	35,3370
b_1	-47,3481	-57,0463	-31,9859	-47,2174	-25,0237	-65,9378
μ	-0,1117	-0,1908	0,1123	0,3234	-0,2326	0,0206
σ	1,4202	0,9524	1,3128	1,3717	0,9109	1,0745

Характерной для всех моделей ансамбля оказалась аналитическая (трендовая) составляющая. У нее статистически незначимый свободный член (нулевой) и явная тенденция к паданию доходности по всем активам, включаемым в портфель. Получить доход от инвестирования в портфель, составленный из таких активов, очень сложно. По остальным параметрам, характеризующим стохастическое воспроизведение закономерностей исторического периода, наблюдается довольно большое разнообразие. Это естественно, так как изменчивость доходности каждого актива поддерживается собственным набором специфических факторов.

Оценка параметров портфельного ансамбля рационально-стохастических моделей осуществляется без изменения уже построенных моделей, параметры которых приведены в табл. 1. По сути, в уже построенные модели встраивается рациональная составляющая. Несмотря на независимость оценивания дополнительных параметров портфельного ансамбля, введение рациональной составляющей объединяет модели ансамбля появлением единого рационального ожидания.

В табл. 2 приведены оцененные значения параметров портфельного ансамбля рационально-стохастических моделей построенных по тому же самому набору данных.

Таблица 2
Значения параметров рационально-стохастических моделей
портфельного ансамбля

Параметры	Индекс	Компании					
		Газпром	Лукойл	СургутНГ	Сбербанк	МТС	НГМК
a_{I0}	-0,0597	-	-	-	-	-	-
a_{I1}	0	-	-	-	-	-	-
a_0	-	0	0	0	0	0	0
a_1	-	0,3964	0,1484	0,2661	0,3652	0,3104	0,1708
d_I	1,7700	-	-	-	-	-	-
d	-	1,2868	1,5967	1,4236	1,5119	0,6224	1,6257
b_{I0}	34,2098	-	-	-	-	-	-
b_{I1}	-0,6720	-	-	-	-	-	-
b_{A0}	-	21,9980	29,5667	16,8607	20,8159	16,2562	35,3370
b_{A1}	-	-47,3481	-57,0463	-31,9859	-47,2174	-25,0237	-65,9378
b_{A0}	-	3,6064	4,3051	2,7878	2,3037	-0,9515	3,3042
b_{A1}	-	-7,0683	-8,4368	-4,9294	-4,4948	1,1659	-6,4738
μ	-	-0,1117	-0,1908	0,1123	0,3234	-0,2326	0,0206
σ	-	1,4202	0,9524	1,3128	1,3717	0,9109	1,0745

Модели ансамбля, за исключением модели индекса, имеют идентичную структуру, определяемую с точностью до статистической значимости параметров. Имеется ввиду, что исходная спецификация всех моделей одинакова, а те различия, которые могут появиться после оценки параметров связаны со статистической незначимостью некоторых оценок. Интересно, что в данном портфельном ансамбле у всех трендовых составляющих свободный член оказался нулевым. В то же время у трендовой составляющей индекса свободный член оказался статистически значимым, а коэффициент при лаговой переменной – незначимым. Такое единообразие не всегда имеет место.

В процессе оценивания параметров предполагается, что между активами не существует статистическая взаимосвязь, а тем более функциональная. В силу этого каждая модель строится независимо от другой. Но, несмотря на такую логику построения портфельного ансамбля, все активы почти одновременно изменяют свою волатильность при изменении активности рынка, которая находит отражение в доходности индекса. Структура моделей ансамбля предусматривает данную неявную взаимосвязь и отражает ее в имитируемых значениях. Благодаря этому в результатах имитационных расчетов наблюдается проявление функционального признака, о котором говорилось при введении понятия портфельного ансамбля. Корреляционные исследования результатов имитационных расчетов, приводимые ниже, подтверждают реальность описанного механизма.

Таблица 3
Корреляционная зависимость между волатильностями,
генерируемыми рынком

	Газпром	Лукойл	СургутНГ	Сбербанк	МТС	НГМК
Газпром	1					
Лукойл	1,0000	1				
СургутНГ	0,9994	0,9991	1			
Сбербанк	0,9997	0,9995	0,9998	1		
МТС	-0,9941	-0,9935	-0,9953	-0,9957	1	
НГМК	1,0000	0,9999	0,9996	0,9998	-0,9943	1

Приведенная в табл. 3 матрица парных коэффициентов корреляции показывает, что если в доходности финансовых активов учитывать только те изменения, которые происходят под влиянием активности рынка, то доходности были бы тесно связаны между собой. Такая взаимосвязь делает малоэффективным портфельное инвестирование, поскольку поведение актива и поведение портфеля почти идентичны. Эффект диверсификации получается только в случае активов, с разнонаправленной динамикой доходности, как, например, акции Сбербанка и акции МТС.

Исследуем теперь взаимосвязь между волатильностями, которые имитируются моделями портфельного ансамбля и интерпретируются как собственная изменчивость доходности активов. Результаты корреляционного анализа приведены в табл. 4.

Данные, приведенные в этой таблице, демонстрируют отсутствие зависимости между процессами, характеризующими локальную изменчивость активов. Следовательно, мы можем сделать вывод о том, что портфельный ансамбль рационально-стохастических моделей осуществляет воспроизведение процессов на упреждающем отрезке времени в соответствии с нашими предположениями о природе неопределенности на финансовом рынке.

Таблица 4
Корреляционная зависимость между волатильностями,
характеризующими собственную изменчивость доходности активов

	Газпром	Лукойл	СургутНГ	Сбербанк	МТС	НГМК
Газпром	1					
Лукойл	0,6140	1				
СургутНГ	-0,0638	-0,0569	1			
Сбербанк	0,4959	0,4984	0,0269	1		
МТС	-0,1275	-0,0856	0,0341	-0,0491	1	
НГМК	-0,2239	-0,1590	0,0251	0,2772	0,0577	1

Воспроизведение процессов в соответствии с их природой, безусловно, является одной из важнейших характеристик имитационных моделей и систем. Но основное функциональное назначение портфельного ансамбля в том, чтобы сформировать набор данных для построения портфеля ценных бумаг, который на упреждающем отрезке времени будет обладать более высокой эффективностью, чем портфель, построенный по данным исторического периода.

Завершая исследование возможностей портфельного ансамбля, построим матрицу парных коэффициентов корреляции между финальными статистическими результатами имитирования. Данные анализа взаимосвязей приведены в табл. 5.

Таблица 5

Корреляционная зависимость между процессами,
описывающими прогнозный образ упреждающего периода

	Газпром	Лукойл	СургутНГ	Сбербанк	МТС	НГМК
Газпром	1					
Лукойл	0,8036	1				
СургутНГ	0,4257	0,2960	1			
Сбербанк	0,7483	0,6523	0,2518	1		
МТС	-0,3876	-0,3020	-0,1919	-0,2371	1	
НГМК	0,3950	0,2769	0,3431	0,4674	-0,2066	1

Данные табл. 6 показывают уровень взаимосвязи между процессами отраженными в прогнозном образе по преимуществу ниже среднего. Это правдоподобный результат. Он свидетельствует о хорошем уровне подражания реальным процессам. Сформированный прогнозный образ позволяет построить портфель ценных бумаг.

Таблица 6

Структура портфелей и их доходность

Компании	Портфель Марковица	Имитационно-эконометрический	
		портфель 1	портфель 2
Газпром	-0,0492	0,7313	0,7018
Лукойл	-0,1014	0,1362	-0,0088
СургутНГ	0,4188	-0,0799	-0,1869
Сбербанк	0,5978	-0,7242	-0,6408
МТС	0,0369	0,4549	0,9026
НГМК	0,0970	0,4817	0,2321
Средняя доходность на поступреждающем периоде			
	-0,0594	0,1183	0,1563

Методики построения приведенных в табл. 6 портфелей в основном отличаются информационной базой. Портфель Марковица строился с использованием данных исторического периода. Портфель 1 построен с использованием данных, описывающих прогнозный образ, сформированный портфельным ансамблем, модели которого не содержат рациональной составляющей. Портфель 2 построен с использованием прогнозного образа, при формировании которого было учтено субъективное мнение экспертов об ожидаемой активности фондового рынка. Именно этот портфель оказался наиболее предпочтительным на упреждающем отрезке времени.

Вычислительные эксперименты подтвердили практическую реализуемость предлагаемого подхода.

Список источников

1. Давнис, В.В. Имитационно-эконометрическое моделирование доходности финансового актива [Текст] / В.В. Давнис, Д.А. Хабибулин // Экономические науки. – 2010. – №6(67). – С. 236-240.

FORMING OF INVESTMENT PORTFOLIOS ON THE BASE OF IMITATING AND ECONOMETRICAL MODELS

Davnis Valeriy Vladimirovich,

Dr. Sc. of Economy, Professor, Chief of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods of Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru

Khabibulin Dmitry Anatolyevich,

Post-graduate student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods of Economy of Voronezh State University; itmme@econ.vsu.ru

Imitating and econometrical approach is offered for model-building of portfolio decisions in the stock market. Within the framework of the approach the model of portfolio ensemble is worked out. The results of empirical investigation, demonstrating the possibility of its practical use in the aims of forming the investment strategies are given.

Keywords: portfolio ensemble, volatility, imitating and econometrical model, post predicted testing.