

---

## **МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОГНОЗНОГО ОБРАЗА ФИНАНСОВОГО АКТИВА**

---

**Тинякова Виктория Ивановна,**

доктор экономических наук, профессор кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; tviktoria@yandex.ru;

**Мартынова Марина Алексеевна,**

старший преподаватель кафедры прикладной информатики Грозненского государственного нефтяного института им. акад. М.Д. Миллионщикова; marina-martynova@list.ru;

**Израилова Элиса Салаудиновна,**

старший преподаватель кафедры прикладной информатики Грозненского государственного нефтяного института им. акад. М.Д. Миллионщикова; uelisa@yandex.ru

Предлагается комбинированная модель для оценки ожидаемой доходности финансовых активов. Приводятся результаты верификации модели на примере прогнозирования доходности акций ОАО «Лукойл».

**Ключевые слова:** прогнозный образ, модель прогнозирования, финансовый актив.

Развитие финансового рынка создает ситуацию, когда, с одной стороны, все большее число активов вовлекается в сферу рыночных отношений, а с другой стороны, методы, разработанные в рамках теории финансового рынка, начинают активно применяться к объектам реального инвестирования (хеджирование, встроенные опционы и др.). Сложившаяся ситуация, в целом, оказывает положительное влияние, как на развитие самой финансовой теории, так и на развитие рыночных механизмов.

Несмотря на это, в настоящее время растет неудовлетворенность результатами практической деятельности на финансовых рынках. Продолжается поиск причин, вызывающих чувство неудовлетворенности, и рецептов успешного инвестирования. Среди причин лидирует неадекватность условий гипотезы эффективного рынка, а среди рецептов – опционные стратегии хеджирования.

На наш взгляд, основной причиной успехов и неудач на рынке является умение или отсутствие такового принимать инвестиционные решения на основе анализа сформированного представления о будущем, позволяющего оценить размеры реального риска. Ниже предлагается

подход, позволяющий получить многовариантное описание, накрывающее все многообразие будущего таким конечным набором траекторий, вероятностное распределение реализуемости которых имеет высокий уровень правдоподобия, т.е. сформировать прогнозный образ будущего.

Понятие «прогнозный образ будущего» впервые было введено в [2]. В отличие от аксиоматического подхода, доминирующего в теории эффективного рынка, идея практической реализации прогнозного образа в задачах обоснования инвестиционных решений предполагает применение методов эконометрического моделирования. Эконометрический подход предусматривает тестирование результатов моделирования на адекватность моделируемому процессу, поэтому его применение для достижения тех целей, которые мы хотим достичь в своем исследовании, вполне обосновано.

Повышение адекватности эконометрических моделей прогнозирования достигается различными способами. К сожалению, большинство из этих способов ориентировано на повышение аппроксимационной, а не экстраполяционной точности прогнозных моделей. По сути, допускается та же самая методологическая ошибка, которая имеет место, например, в задаче построения оптимального портфеля ценных бумаг. Результаты, получаемые на историческом периоде, надеются получить и в перспективном периоде. Эти надежды никогда не сбываются, что порождает абсолютное недоверие к возможности практического применения прогнозных моделей.

Замена прогнозной траектории прогнозным образом будущего нацелена не на повышение экстраполяционной точности прогнозных моделей, а на предоставление новых возможностей для решения инвестиционных задач в условиях неопределенности. Понятие прогнозного образа, предусматривающее формирование всех возможных вариантов ожидаемого будущего с идентификацией вероятностного распределения их реальности переводит задачи из класса, решаемых в условиях неопределенности, в класс решаемых в условиях риска. Из сказанного не следует делать вывод о том, что решения в условиях риска получаются проще, чем решения в условиях неопределенности. Здесь имеется в виду, что и методы, и модели, которые нужно использовать в этом случае должны иметь специфику, ориентированную на управление рисками.

Из определения прогнозного образа можно сделать выводы относительно свойств, которыми должна обладать прогнозная модель. Стремясь к адекватному отражению природы моделируемых процессов, заметим, что в их динамике наблюдаются эффекты непрерывного и дискретного изменения. Причем ни моменты времени, когда происходят скачки в значениях моделируемой переменной, ни размеры этих скачков неизвестны. Предполагается, что модель и процедура ее построения таковы, что позволяют идентифицировать и параметры непрерывной составляющей, и дискретные эффекты в самом процессе построения модели.

Отражение непрерывных изменений и дискретных эффектов, как нетрудно понять, можно получить с помощью дискретно-непрерывной модели, в которой как минимум две составляющих

$$y_t = \varphi(t, y_{t-1}, \mathbf{a}) + d(x) + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где  $y_t$  – значение прогнозируемого показателя в момент времени  $t$ ;  $\varphi(t, y_{t-1}, \mathbf{a})$  – непрерывная составляющая модели;  $d(x)$  – дискретная составляющая модели;  $t$  – текущий момент времени;  $\mathbf{a}$  – вектор оцениваемых параметров;  $x$  – переменная дискретной составляющей;  $\varepsilon_t$  – ненаблюдаемая случайная составляющая, характеризующая ту часть вариации моделируемой переменной, которая не объясняется соответствующими вариациями непрерывной и дискретной составляющих модели.

В качестве составляющей, отвечающей за отражение в модели непрерывных изменений прогнозируемого процесса можно использовать трендовую или авторегрессионную модели [3]. В принципе, нельзя отдать предпочтение одной из этих моделей. В одних случаях адекватность достигается с помощью трендовых моделей, а в других – с помощью авторегрессионных. Причем выбор того или иного варианта непрерывной составляющей зависит скорее от содержательного смысла задачи, а не от возможности построения модели со всеми статистически значимыми параметрами. Случай нестационарных процессов, когда построение авторегрессионной модели некорректно, как известно, преодолевается взятием разностей. Кроме того, в качестве непрерывной составляющей можно использовать комбинированную модель, в которой в явном виде присутствует и время, и запаздывающая переменная для отражения лагового эффекта. Таким образом, можно говорить о трех вариантах непрерывной составляющей: трендовой модели, авторегрессионной модели и смешанной модели.

Следует обратить внимание на то, что при формировании непрерывной составляющей целесообразно по возможности использовать простейшие варианты трендовой и авторегрессионной моделей. В частности, можно использовать линейный тренд, авторегрессию первого порядка и смешанную модель на их основе. Возможна даже ситуация, когда непрерывная составляющая вырождается в константу, равную среднему значению прогнозируемого показателя. Это не является помехой в получении адекватного варианта окончательной модели. «Недополученная» точность аппроксимации из-за упрощенной структуры непрерывной составляющей без труда компенсируется дискретной составляющей. Детали процедуры, реализующей этот подход, и соответствующие числовые примеры будут приведены ниже. Таким образом, в качестве непрерывной составляющей рекомендуется использовать одну из следующих моделей:

$$\varphi(t, \mathbf{a}) = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\varphi(y_{t-1}, \mathbf{a}) = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\varphi(t, y_{t-1}, \mathbf{a}) = a_0 + a_1 t + a_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

где все переменные и коэффициенты соответствуют обозначениям модели (1).

Та часть модели, которая отражает скачкообразные изменения прогнозируемого показателя, как правило, формируется в виде средней величины скачка, умноженной на дискретную переменную

$$d(x) = d \cdot x, \quad (5)$$

где  $d$  – оцениваемый коэффициент дискретно-непрерывной модели;  $x$  – дискретная переменная, с помощью которой определяется направление скачка (положительное  $x=1$ , отрицательное  $x=-1$ ).

Такая форма представления дискретной составляющей модели удобна с позиций эконометрического моделирования, так как позволяет идентифицировать средний уровень скачка. С помощью (5) демонстрируется принципиальная возможность построения эконометрической модели с непрерывной и дискретной составляющими. В то же время решение практических задач требует более сложной конструкции дискретной составляющей, так как получение всего двух вариантов прогнозных оценок, которые обеспечиваются выражением (5), явно недостаточно для формирования прогнозного образа.

Помня о необходимости идентификации скачкообразных эффектов, дискретную составляющую удобно представить линейной комбинации

$$d(x) = d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_k x_{1k}, \quad (6)$$

где  $d_1, d_2, \dots, d_k$  – оцениваемые коэффициенты дискретно-непрерывной модели;  $x_1, x_2, \dots, x_k$  – дискретные переменные, с помощью которых определяется направление скачков соответствующих уровней. Такая структура дискретной составляющей оставляет прогнозную модель в классе линейно оцениваемых.

Построение дискретно-непрерывной модели осуществляется поэтапно с постепенным наращиванием дискретной составляющей. На первом этапе оцениваются параметры непрерывной составляющей, в качестве которой для определенности выбрана авторегрессионная модель

$$\hat{y}_t = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 y_{t-1}. \quad (7)$$

С помощью построенной модели рассчитываются отклонения предсказанных значений от фактических

$$e_t^1 = y_t - \hat{y}_t, \quad (8)$$

значения которых используются для формирования дискретной переменной

$$x_{t1} = \begin{cases} +1, & e_t^1 \geq 0; \\ -1, & e_t^1 < 0. \end{cases} \quad (9)$$

На втором этапе оцениваются параметры дискретно-непрерывной модели

$$\hat{y}_{t1} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 y_{t-1} + \hat{d}_1 x_{t1}, \quad (10)$$

с помощью которой, как и в предыдущем случае, рассчитываются отклонения

$$e_t^2 = y_t - \hat{y}_{t1} \quad (11)$$

и формируется вторая дискретная переменная

$$x_{t2} = \begin{cases} +1, & e_t^2 \geq 0; \\ -1, & e_t^2 < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Оценивается модель с двумя дискретными переменными

$$\hat{y}_{t2} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 y_{t-1} + \hat{d}_1 x_{t1} + \hat{d}_2 x_{t2} \quad (13)$$

и продолжается процесс наращивания дискретной составляющей. Теоретически наращивание дискретной составляющей должно продолжаться до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность модели. На практике обычно число дискретных переменных не менее трех и не более четырех, т.е. число вариантов, из которых формируется прогнозный образ, не менее 8 и не более 16. Это нужно понимать как рекомендацию, а не предписание. Хотя дальнейшее наращивание вариантов прогнозного образа может привести к необходимости рассмотрения непрерывного образа будущего. Различие между дискретным и непрерывным образом будущего то же самое, что и различие между дискретной случайной величиной и непрерывной.

Сформированная с помощью выше описанного подхода дискретно-непрерывная модель позволяет получить только набор возможных вариантов прогнозного образа без вероятностной оценки их реальности. Поэтому следующий шаг в конструировании прогнозных моделей заключается в том, чтобы оценить эти вероятности.

Если оставить без рассмотрения субъективные методы получения вероятностных оценок, то наиболее приемлемым инструментом для этих целей является полиномиальная логит-модель множественного выбора [1]. Ее применение предполагает, что все прогнозные варианты нумеруются в произвольном порядке  $0, 1, 2, \dots, J$ . В рассматриваемых нами случаях нумерацию целесообразно проводить в соответствии с комбинациями дискретных переменных следующим образом:

$$\begin{aligned} (-1,-1,-1) &\Leftrightarrow 0; & (-1,+1,-1) &\Leftrightarrow 0; \\ (-1,-1,+1) &\Leftrightarrow 0; & (+1,-1,+1) &\Leftrightarrow 0; \\ (-1,+1,-1) &\Leftrightarrow 0; & (+1,+1,-1) &\Leftrightarrow 0; \\ (+1,-1,-1) &\Leftrightarrow 0; & (+1,+1,+1) &\Leftrightarrow 0. \end{aligned}$$

Вероятность наступления того или иного события, связанного с реализацией соответствующего варианта, описывается полиномиальной логит-моделью

$$P(y_i = j) = \frac{e^{z_i \cdot b_j}}{\sum_{j=0}^J e^{z_i \cdot b_j}}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, J. \quad (14)$$

Заметим, что вектор независимых переменных  $\mathbf{z}_i$  задается в абсолютной шкале, но его компоненты могут иметь различную природу.

Последний вопрос, который необходимо разрешить при конструировании модели прогнозного образа заключается в определении факторов, которые будут использоваться в полиномиальной модели множественного выбора. Факторы эти очень специфичны, а их роль в формировании прогнозного образа весьма существенна. Ошибки при их отборе и оценке влияния на распределение вероятностей реальности вариантов приводят к деформированному представлению о прогнозируемом образе. К сожалению, методы классического регрессионного анализа здесь не применимы, а специальные методики, ориентированные на решение данной задачи неизвестны.

Сложность решения этого вопроса еще и в том, что проявление факторов, оказывающих влияние на динамику доходности инвестиций, часто носит разовый характер. Причем действие одного фактора сменяет действие другого фактора, но границы этой смены четко не определены. Использование в эконометрике факторов подобной природы крайне ограничено. Поэтому основная идея, которую мы предлагаем использовать при решении данного вопроса, заключается в том, чтобы в качестве таких факторов использовать показатели, в которых отражены эффекты несистематических факторов. Такими показателями, на наш взгляд, могли бы стать, например, рыночные индексы.

Рыночные индексы, действительно, являются такими индикаторами, которые впитывают в себя колебания рынка, происходящие под влиянием всего многообразия как внутренних, так и внешних факторов. Отражив в своей динамике изменения, происходящие в экономике и на рынке, в частности, индекс превращается в индикатор, по значениям которого можно судить об активности рынка. В силу этого его можно рассматривать как кандидата на роль фактора, используемого в полиномиальной логит-модели. Важным моментом при этом является то, что для рыночного индекса можно строить достаточно точные прогнозные оценки. Эти оценки в свою очередь можно использовать для получения с помощью полиномиальной логит-модели прогнозных оценок вероятностей, по которым судят о степени реальности вариантов прогнозного образа.

Вопрос о модели, которую имеет смысл использовать для прогнозирования рыночного индекса, решается в пользу авторегрессионной модели. Динамика индекса, как правило, такова, что в ней без труда обнаруживается линейная связь между прошлыми его значениями и текущими

$$r_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 r_{it-1} + \delta_t \quad (15)$$

где  $r_{it}$  – уровень доходности индекса в момент времени  $t$ ;  $\alpha_0, \alpha_1$  – оцениваемые параметры модели;  $\delta_t$  – независимые, одинаково распределенные, с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией случайные ошибки.

В тех случаях, когда модель (15) не обеспечивает требуемый уровень

точности прогнозных расчетов, можно использовать адаптивный вариант этой модели. Реализация этой возможности в диссертации не рассматривается.

Таким образом, формирование прогнозного образа осуществляется с помощью трех моделей. С помощью дискретно-непрерывной модели формируются варианты прогнозного образа. С помощью авторегрессионной модели оценивается прогнозный уровень доходности рыночного индекса. И, наконец, с помощью полиномиальной логит-модели оцениваются вероятности реальности вариантов прогнозного образа. Формально модель может быть записана следующим образом:

$$\hat{\mathbf{y}}_{t+1} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 y_t + \mathbf{X} \hat{\mathbf{d}}; \quad (16)$$

$$\hat{z}_{t+1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 z_t; \quad (17)$$

$$P(y_{i+1} = j) = \frac{e^{\hat{z}_{i+1} \hat{\mathbf{b}}_j}}{1 + \sum_{j=0}^{n-1} e^{\hat{z}_{i+1} \hat{\mathbf{b}}_j}}; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1; \quad (18)$$

$$P(y_{i+1} = n) = \frac{1}{1 + \sum_{j=0}^{n-1} e^{\hat{z}_{i+1} \hat{\mathbf{b}}_j}}. \quad (19)$$

где  $\hat{\mathbf{y}}_{t+1}$  – вектор, компоненты которого представляют собой значения вариантов прогнозного образа для момента  $t+1$ ;  $\mathbf{X}$  – матрица значений дискретных переменных;  $\hat{\mathbf{d}}$  – вектор оцененных параметров дискретной составляющей прогнозной модели;  $\hat{z}_{t+1}$  – прогнозная оценка рыночного индекса (в расчетах индекс РТС), от которого зависит распределение вероятностей реальности вариантов прогнозного образа;  $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1$  – оцененные параметры авторегрессионной модели рыночного индекса;  $\hat{\mathbf{b}}_j$  – вектор оценок параметров  $j$ -го блока полиномиальной модели.

С помощью модели (16) - (19) формирование прогнозного образа осуществляется поэтапно. На первом этапе с помощью (16) рассчитываются прогнозные варианты. На втором этапе, используя (17), получают прогнозную оценку индекса, которая в рамках рассматриваемой модели является индикатором ожидаемой активности рынка. Третий этап завершает расчеты определением вероятностей реальности вариантов, сформированных на первом этапе. Вероятности рассчитываются в зависимости от прогнозной оценки индекса по формулам (18) и (19).

Верификация модели была проведена на примере прогнозирования доходности акций ОАО «Лукойл». Исторический период, данные которого использовались в расчетах, включал котировки за период с 04.10.2007 по 02.06.2008 (архив размещен на сайте РТС [www.rts.ru](http://www.rts.ru)).

Результаты пошагового построения дискретно-непрерывной модели приведены в табл. 1. Последний столбец этой таблицы показывает,

как по мере наращивания дискретной составляющей рос коэффициент детерминации модели. Окончательный вариант модели, приведенный в четвертой строке таблицы, имеет все значимые коэффициенты и высокий коэффициент детерминации.

Таблица 1  
Результаты пошагового построения дискретно-непрерывной модели

Шаг		Коэффициенты модели					R <sup>2</sup>
		a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>	
1	Оценка	-0,0059	0,9546				0,90
	стандарт. Ошибка	0,2949	0,0249				
2	Оценка	0,2922	0,9315	2,8614			0,98
	стандарт. Ошибка	0,1871	0,0158	0,1848			
3	Оценка	0,2748	0,9220	3,2454	1,8838		0,99
	стандарт. Ошибка	0,1120	0,0095	0,1130	0,1122		
4	Оценка	0,2553	0,9241	3,3977	1,9272	1,0714	0,99
	стандарт. Ошибка	0,0713	0,0060	0,0726	0,0714	0,0706	

Первый вариант прогнозной модели доходности индекса, который приведен ниже, как оказалось, имеет незначимый свободный член (стандартная ошибка превосходит его величину).

$$\hat{z}_{t+1} = -0,0183 + 0,9580z_t, \quad R^2 = 0,96.$$

(0,1780)    (0,0233)

Поэтому окончательный вариант модели был построен без свободного члена. Модель показывает, что на исследуемом отрезке времени динамика доходности рыночного индекса демонстрировала затухающую колеблемость.

$$\hat{z}_{t+1} = 0,9575z_t, \quad R^2 = 0,96.$$

(0,0228)

Прогнозная оценка рыночного индекса, рассчитанная по этой модели, равна

$$\hat{z}_{t+1} = 0,9575 \times (-6,0919) = -5,8331.$$

Полученная прогнозная оценка использовалась для расчета прогнозных оценок вероятности реальности вариантов, определяемых с помощью дискретно-непрерывной модели. Построенная для расчета прогнозных оценок полиномиальная модель имеет следующий вид:



$$\begin{aligned}
P(y=0) &= \frac{e^{0,1716-0,1192\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; & P(y=1) &= \frac{e^{0,6630-0,1120\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; \\
P(y=2) &= \frac{e^{0,7979-0,0654\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; & P(y=3) &= \frac{e^{0,7927-0,0616\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; \\
P(y=4) &= \frac{e^{0,9954-0,0733\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; & P(y=5) &= \frac{e^{0,5606-0,0627\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; \\
P(y=6) &= \frac{e^{0,0897-0,0360\hat{z}_{t+1}}}{1+\Sigma}; & P(y=7) &= \frac{1}{1+\Sigma},
\end{aligned}$$

где

$$\Sigma = e^{0,1716-0,1192\hat{z}_{t+1}} + e^{0,6630-0,1120\hat{z}_{t+1}} + e^{0,7979-0,0654\hat{z}_{t+1}} + e^{0,7927-0,0616\hat{z}_{t+1}} + e^{0,9954-0,0733\hat{z}_{t+1}} + e^{0,5606-0,0627\hat{z}_{t+1}} + e^{0,0897-0,0360\hat{z}_{t+1}}.$$

Все коэффициенты во всех блоках модели значимы по критерию Вальда. Полная информация о прогнозном образе (варианты ожидаемых значений и вероятности, с которыми эти значения ожидаются) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Прогнозный образ доходности актива

Вариант	Расчеты по модели			
	Последнее значение доходности, %	Оценки прогнозных вариантов, %	Прогнозная оценка доходности индекса	Вероятности реальности прогнозных вариантов
0	-8,4041	-13,9075	-5,8332	0,0474
1		-11,7647		0,0420
2		-10,0531		0,1197
3		-7,1121		0,1968
4		-7,9103		0,1501
5		-4,9694		0,1542
6		-3,2577		0,1769
7		-1,1149		0,1128

Если прогнозный образ интерпретировать как случайную величину с известным законом распределения, то можно вычислить математическое ожидание этой случайной величины

$$M(Y) = -6,4128.$$

Наибольшую величину вероятности в прогнозном образе имеет вариант с прогнозной оценкой, менее других отличающуюся от математического ожидания.

Понимая прогнозный образ как случайную величину, мы тем самым открываем возможность не только для определения числовых характеристик прогнозного образа, но и для применения всего математического аппарата, предназначенного для анализа и моделирования случайных величин.

### **Список источников**

1. Давнис, В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений [Текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005. – 248 с.
2. Тинякова, В.И. Адаптивно-рациональное прогнозирование экономических процессов: теоретические основы и прикладные аспекты [Текст] / Автореферат дис. ... д-ра экон. наук: 08.00.13. – СПб., 2008. – С. 24.
3. Эконометрика [Текст] / под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 576 с.

---

## **MODEL OF FORMING OF PREDICTIVE IMAGE OF FINANCIAL ASSET**

---

**Tinyakova Victoriya Ivanovna,**

Dr. Sc. of Economy, Associate Professor of Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economics of Voronezh State University; tviktoria@yandex.ru

**Martynova Marina Alekseyevna,**

superior lecturer of the Chair of Applied Computer Science of Grozny State Petroleum Institute named after M. D. Millionschikov; marina-martynova@list.ru;

**Izrailova Elisa Salaudinovna,**

superior lecturer of the Chair of Applied Computer Science of Grozny State Petroleum Institute named after M. D. Millionschikov; uelisa@yandex.ru

The combined model for estimation of expected return of financial assets is offered. The results of model's verification based on the example of forecasting of the return of the JSC "Lukoil" stock certificates.

**Keywords:** predictive image, model of prediction, financial assets.