УДК 336.763.3

ПОРТФЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ НА ОСНОВЕ РИСК-ПРЕДИКТОРНЫХ ОЦЕНОК ДОХОДНОСТИ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ

Борисов Алексей Николаевич, доктор экономических наук, профессор кафедры экономики и финансов Воронежской государственной лесотехнической академии; tvi01@mail.ru

Ратушная Елена Анатольевна, соискатель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; helen-ratushnaya@yandex.ru

Предлагается модифицированный вариант одноиндексной модели У. Шарпа. Модификация направлена на включение в модель механизма упреждающего оценивания средней доходности финансовых активов. Верификация предложенной модели показала возможность ее использования в практике обоснования инвестиционных решений.

Ключевые слова: портфель ценных бумаг, риск-предикторные оценки, портфель Марковица, модель Шарпа.

Потенциальные возможности портфельного инвестирования, которые Марковиц изложил в своей знаменитой статье 1952 года [2], несмотря на усилия его учеников и последователей, до сих пор остаются только возможностями, стимулируя тем самым новые исследования по реализации этого потенциала. Значительная часть исследований концентрировалась вокруг гипотез, лежащих в основе построения эффективного портфеля. Гипотезы, сформулированные в процессе этих исследований, стали ядром современной теории эффективного рынка. Само понятие эффективного портфеля стало широко использоваться в финансовой теории как одно из предположений, при выполнении которого справедливы многие ее положения. Например, уравнение, применяемое для оценки капитала (CAPM), имеет смысл в условиях эффективного инвестирования и выводится непосредственно из модели Марковица. И все же, несмотря на теоретическую значимость этой модели, она так и не стала инструментом практических решений.

Исследования, направленные на модификацию самой конструкции модели Марковица, скорее усилили ее теоретическую значимость, чем прикладные возможности. Благодаря Тобину [4], предложившему в состав ценных бумаг портфеля ввести безрисковый актив, инвесторы получили рекомендации, которые в теории интерпретируются как теорема отделимости. В соответствии с этой теоремой инвестор формирует портфель в два этапа. На первом этапе свой капитал инвестор должен разделить на две части, одну из которых он кладет на банковский счет, а вторую – использует для приобретения акций. К сожалению, с помощью этой модели не удалось изменить прикладные возможности оптимального портфельного инвестирования.

Новая идея построения эффективного портфеля предусматривала применение модели, в которой функция цели сконструирована в виде разности между доходностью портфеля и его риском. Максимизация этого критерия позволяет получить портфель, который обеспечивает инвестору доходность без риска, возведенного в квадрат. При решении задачи с подобной функцией цели доходность не фиксируется на уровне, предпочтительном для инвестора. Это позволяет определить оптимальное соотношение между риском и доходностью. Регулирование данного соотношения осуществляется введением в критерий дополнительного параметра , интерпретируемого как несклонность инвестора к риску. Из смысла решаемой задачи понятно, что значения данного параметра должны быть расположены вокруг единицы. И все же, несмотря на явную взаимосвязь этого параметра с риском, он не является измерителем риска. Данный параметр рекомендуют понимать как обратную величину известного отношения Эрроу – Пратта

$$R_R = \frac{-v\,U''(v)}{U'(v)}, \tag{1}$$

где $U(v)$ – функция полезности, со свойствами $U'(v) \geq 0$ и $U''(v) < 0$.

Расчеты по данной модели приводят к ситуации, когда эффективный портфель представляет собой линейную комбинацию портфеля W_{min}, зависящего только от ковариационной матрицы и обеспечивающего минимальный доход при минимальном риске, и самофинансируемого портфеля W_c, генерирующего максимально возможную доходность. Самофинансируемый портфель обычно предусматривает короткие продажи, способствующие повышению его средней доходности. Следовательно, модель имеет смысл использовать для формирования портфеля только на тех рынках, на которых короткие продажи разрешены.

Особый интерес представляет модель У. Шарпа [3]. В отличие от модели Марковица, в которой учитывается взаимосвязь между финансовыми активами, в модели Шарпа реализуется идея, в соответствии с которой доходность активов зависит от доходности рынка.

В рамках этой модели демонстрируется возможность построения границы эффективных портфелей на основе регрессионных моделей, устанавливающих взаимосвязь доходности активов, включаемых в портфель, с индексом, характеризующим среднюю доходность рынка. Но вопрос об изменении инвестиционных возможностей, как реакции на возможные изменения рынка, в рамках этой модели не рассматривается. Пытаясь понять, почему в рамках модели Шарпа не предпринята попытка анализа чувствительности портфеля к изменяющемуся состоянию рынка, приходишь к выводу, что «гипноз» средних величин доминирует в этой модели над возможностями эконометрических уравнений.

Ориентация на средние значения реализована во всех указанных выше подходах к моделированию портфелей ценных бумаг. На наш взгляд, это основная причина, не позволяющая внести радикальные изменения в методику обоснования инвестиционных решений. С этой точкой зрения можно соглашаться или не соглашаться, но факты свидетельствуют о том, что портфель, построенный по данным исторического периода, теряет свою оптимальность на упреждающем отрезке времени. Вывод простой. При построении портфеля ценных бумаг необходимо ориентироваться не на средние характеристики исторического периода, а на оценки упреждающей реальности. Вопрос только в том, каким образом получить эти оценки и как их использовать в модели формирования оптимального портфеля.

Реализацию данной идеи можно осуществить в рамках одноиндексной модели У. Шарпа. Чтобы понять ту специфику этой модели, на основе которой можно осуществить модификацию в нужном направлении, рассмотрим ее формальное описание.

В рамках одноиндексной модели взаимосвязь между доходностью активов, включаемых в портфель, и доходностью рыночного индекса устанавливается с помощью однофакторной регрессионной модели

$$r_{ti} = \alpha_i + \beta_i r_{It} + \varepsilon_{ti}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

где r_{ti} – доходность i-го актива в момент времени t;

r_{It} – доходность рыночного индекса в момент времени t;

α_i, β_i – оцениваемые параметры регрессионной модели;

ε_{ti} – ненаблюдаемая случайная величина.

Через параметры линейной регрессионной модели (2) выражаются все величины, используемые при построении модели, с помощью которой формируется оптимальная структура портфеля. Расчетные формулы, используемые для этого, выглядят следующим образом:

$$\bar{r}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{r}_I \ , \tag{3}$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2 \ , \tag{4}$$

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_I^2, \tag{5}$$

где $\bar{r}_i$, $\bar{r}_I$ – математические ожидания доходности i-го актива и индекса;

σ_i^2, σ_I^2 – дисперсии доходностей i-го актива и индекса;

σ_{ij} – ковариация доходностей i-го и j-го активов.

Формулы получены благодаря свойствам случайных величин ε_{ti}, наличие которых, в силу того, что сами случайные величины не наблюдаемы, постулируется.

Чтобы понять, каким образом инвестиционный портфель ценных бумаг зависит от параметров регрессионных уравнений, выпишем выражения, характеризующие взаимосвязь доходности и дисперсии портфеля с параметрами регрессионных уравнений.

Как известно, ожидаемая доходность портфеля, состоящего из ценных бумаг, вычисляется по формуле:

$$\mathrm{E}(r_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i \, \mathrm{E}(r_i), \tag{6}$$

где w_i – вес каждой ценной бумаги в портфеле. Подставим в эту формулу выражение, отражающее зависимость в среднем математического ожидания доходности актива $E(r_i)$ от математического ожидания доходности индекса $E(r_m)$

$$\mathrm{E}(r_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[\alpha_i + \beta_i \, \mathrm{E}(r_m)\right]. \tag{7}$$

Выделим в полученном равенстве слагаемые, на которые не оказывают воздействие изменения рынка, и слагаемые, которые зависят от рыночных показателей:

$$\mathrm{E}(r_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i \alpha_i + \left(\sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i\right) \mathrm{E}(r_m). \tag{8}$$

Для придания этой формуле компактности Шарп предложил считать рыночный индекс как характеристику условной $(n+1)$-й акции в портфеле. В таком случае второе слагаемое уравнения (8) можно представить в виде:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i\right) \mathrm{E}(r_m) = w_{n+1} \, \mathrm{E}(\alpha_{n+1}), \tag{9}$$

где

$$w_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i \;, \tag{10}$$

$$\mathrm{E}(\alpha_{n+1}) = \mathrm{E}(r_n). \tag{11}$$

При этом считается, что дисперсия $(n+1)$-й ошибки равна дисперсии рыночной доходности: $\sigma^2_{\varepsilon,n+1} = \sigma^2_m$. Выражение (10) представляет собой сумму взвешенных величин «беты» каждой ценной бумаги (где весом служат w_i) и называется портфельной «бетой» (β_n). С учетом выражений (10) и (11) формулу (8) можно записать так:

$$\mathrm{E}(r_n) = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i \,. \tag{12}$$

Таким образом, ожидаемую доходность портфеля $\mathrm{E}(r_n)$ можно представить состоящей из двух частей:

а) суммы взвешенных параметров α_i каждой ценной бумаги – $w_1\alpha_1 +$, $+ w_2\alpha_2 + \ldots + w_n\alpha_n$ что отражает вклад в $\mathrm{E}(r_n)$ самих ценных бумаг;

б) компоненты $w_{n+1}\alpha_i = \left(\sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i\right) \mathrm{E}(r_m)$, т.е. произведения портфельной «беты» и ожидаемой рыночной доходности, что отражает взаимосвязь рынка с ценными бумагами портфеля.

Как известно, дисперсию портфеля можно представить в виде:

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{i,j} \,. \qquad (13)$$

Если вместо значений σ_i^2 и $\sigma_{i,j}$ подставить выражения:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon,i}^2 , \qquad (14)$$

$$\sigma_{i,j} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 , \qquad (15)$$

провести соответствующие вычисления и воспользоваться условием (10), то можно показать, что дисперсия портфеля представляется в виде:

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \sigma_{\varepsilon,i}^2 \,. \qquad (16)$$

При этом только необходимо иметь в виду, что $w_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$, т.е. $(w_{n+1})^2 = (w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + \ldots + w_n\beta_n)^2$, а $\sigma_{\varepsilon,n+1}^2 = \sigma_m^2$. Значит, дисперсию портфеля, содержащего n акций, можно представить состоящей из двух компонент:

а) средневзвешенных дисперсий ошибок $\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon,i}^2$, где весами служат w_i, что отражает долю риска портфеля, связанного с риском самих ценных бумаг (собственный риск);

б) $\beta_n^2 \sigma_m^2$ – взвешенной величины дисперсии доходности рыночного портфеля σ_m^2, где весом служит квадрат портфельной «беты», что отражает долю риска портфеля, определяемого нестабильностью самого рынка (рыночный риск).

Из изложенного следует, по крайней мере, два вывода. Модель Шарпа хорошо описывает механизм формирования доходности портфеля на историческом периоде. По Шарпу доходность есть результат взаимодействия двух процессов, описывающих динамику доходности финансовых активов и динамику активности рынка. Реализация в модели этой точки зрения позволяет при формировании портфеля учитывать третью составляющую множества инвестиционных возможностей (доходность рынка), которая в модели Марковица отсутствовала.

Второй вывод в отличие от первого содержит замечание, смысл которого в том, что в модели не предусмотрен механизм упреждающих расчетов, без которого трудно надеяться на успешное применение этой модели в практике обоснования инвестиционных решений. Такой вывод нацеливает на проведение исследований по уточнению механизма формирования доходности актива. Базовым для всей модели Шарпа является регрессионное уравнение (2). В нем явно не отражены эффекты собственной динамики доходности финансового актива. Поэтому изменения, которые мы вносим в модель Шарпа, прежде всего, касаются именно этого регрессионного уравнения. Причем эти изменения должны предусматривать возможность отражения эффектов упреждающей динамики.

Однако, помня общепризнанный факт – непрогнозируемость рынка –

будем реализовывать возможность получения предикторных оценок на качественном уровне. Для этого модифицируем уравнение (2) следующим образом:

$$r_{ti} = \alpha_i + d_i x_{ti} + \beta_i r_{It} + \varepsilon_{ti}, \qquad i = \overline{1,n}, \tag{17}$$

где d_i – оцениваемый параметр, характеризующий среднюю величину отклонения доходности от трендового уровня:

x_{ti} – дискретная случайная величина, принимающая два значения и идентифицируемая на основе гипотезы альтернативных ожиданий в процессе построения регрессионного уравнения (17) с помощью выражения

$$x_{ti} = \begin{cases} +1, & r_{ti} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i r_{It} \geq 0; \\ -1, & r_{ti} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i r_{It} < 0. \end{cases}$$

Модифицированная таким образом модель легко идентифицируется на данных исторического периода, отражая уровень доходности финансового актива в зависимости от динамики рыночного индекса и собственных колебаний, причина которых не всегда однозначно определяется. В то же время для реализации желания моделировать упреждающие оценки доходности необходимо решить вопрос с оценкой интенсивности и направленности воздействия этого ненаблюдаемого фактора на уровень доходности актива, а также определить механизм преобразования этого воздействия в учитываемую моделью величину.

Первый вопрос решается на основе предположения, что интенсивность воздействия вне зависимости от природы фактора пропорциональна отклонению расчетного значения доходности от фактически наблюдаемого. Отклонения, полученные на данных исторического периода, после специальной нормировки превращаются в значения шкалы экспертных оценок. Экспертные оценки, используемые в расчетах упреждающих оценок доходности, задаются на этой шкале.

Механизм преобразования экспертных оценок в значение, учитываемое моделью, осуществляется с помощью специально построенной логистической модели бинарного выбора [1]. Эта модель позволяет по значению экспертной рассчитать вероятность того, что введенная в модель дискретная переменная примет значение, равное –1.

В окончательном виде модель (17) может быть записана в виде

$$r_{ti} = \alpha_i + d_i - 2d_i \frac{e^{b_0 + b_1 z_t}}{1 + e^{b_0 + b_1 z_t}} + \beta_i r_{It} + \varepsilon_{ti}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{18}$$

где b_0, b_1 – оцениваемые параметры логит-модели;

z_t – значение ненаблюдаемого фактора на экспертной шкале.

Таким образом, в предлагаемом нами варианте одноиндексной модели Шарпа ожидаемая доходность финансовых активов определяется с учетом прогнозируемой оценки ожидаемых изменений.

Эмпирическую базу верификация предлагаемого подхода к построению портфеля составили котировки архивы котировок акций шести российских компаний (Лукойл, Газпром, СургутНГ, НГМК, Сбербанк, Роснефть) за период с 01.04.2009 г. по 31.12.2009 г. [5]. Результаты верификации представлены в следующей таблице.

Таблица

Структура портфелей и их доходность

Компании	Портфель Марковица	Портфель Шарпа	Модифицированный портфель
	Структура портфелей		
Лукойл	0,1389	0,0650	0,9698
Газпром	-0,2001	0,0194	0,8062
СургутНГ	0,3722	0,3156	-0,6977
НГМК	0,1562	0,1320	-0,4167
Сбербанк	0,3878	0,2816	0,1301
Роснефть	0,1450	0,1864	0,2083
	Средняя доходность на упреждающем периоде		
	-0,0528	0,0039	0,6792

Проведенные расчеты показали реальность идеи расширения модели У. Шарпа путем включения в ее состав предикторной составляющей, которая обеспечивает возможность построения портфеля с учетом упреждающих оценок ожидаемой доходности финансовых активов. Все три портфеля на историческом периоде были построены с ожидаемой доходностью 0,5%. На пострупреждающем отрезке времени, данные которого не участвовали в построении моделей, портфель Марковица оказался убыточным, портфель Шарпа показал доходность ниже ожидаемой и только модифицированный портфель Шарпа показал высокую доходность. Это свидетельствует о том, что при достаточно обоснованных экспертных оценках модифицированная модель может вполне использоваться в практике портфельного инвестирования.

Список источников

1. Давнис, В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2005. – 248 с.

2. Markowitz, H.M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments [text] / H.M. Markowitz. – Oxford; N.Y.: Blackwell, 1991. – 384 p.

3. Sharpe, W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis [текст] / W.F. Sharpe // Management Science. – 1963. – Vol. 9, №2. – P. 277-293.

4. Tobin, J. Liquidity Preferences as a Behavior Toward Risk [текст] / J. Tobin // Review Economic Studies. – 1958. – Vol. 25, № 6. – P. 65-68.

5. Официальный сайт ОАО «Фондовая биржа «РТС». URL:www.rts.ru

PORTFOLIO DECISIONS ON THE BASIS OF RISK-PREDICTION ESTIMATES OF PROFITABLENESS OF FINANCIAL ACTIVES

Borisov Aleksey Nikolaevich,
Dr. Sc. of Economy, Professor of the Chair of Economy and Finances of Voronezh State Forest Academy; tvi01@mail.ru
Ratushnaya Elena Anatolyevna,
Degree-seeking student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; helen-ratushnaya@yandex.ru

The modified variant of one-index model of W. Sharpe is offered. Updating is directed on inclusion to model of the mechanism of anticipatory estimation to average profitableness of financial actives. Verification of the offered model has shown an opportunity of its use in practice of a substantiation of investment decisions.
Keywords: a portfolio of securities, risk-prediction estimates, Markowitz portfolio, Sharpe's model.