УДК 336.763.3

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ВАРИАНТ МОДЕЛИ ШАРПА, ЕГО СВОЙСТВА И СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПОРТФЕЛЕМ

Давнис Валерий Владимирович,
доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vdavnis@mail.ru
Касаткин Сергей Евгеньевич,
кандидат экономических наук, докторант Воронежского государственного университета; k_s_e@rambler.ru
Ратушная Елена Анатольевна,
соискатель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; helen-ratushnaya@yandex.ru

Обсуждаются вопросы оптимального портфельного инвестирования на основе модификации известной одноиндексной модели Шарпа. В предлагаемом варианте предусматривается использование ожидаемых риск-эффектов, что обеспечивает стабильность основных характеристик инвестиционного портфеля на упреждающих отрезках времени.

Ключевые слова: модель Шарпа, риск-эффект, риск-упреждающие оценки, стратегии управления портфелем.

Вопрос развития аппарата портфельного инвестирования возникает каждый раз, когда обсуждаются его практические возможности. Дисбаланс между теоретической и практической значимостью модели Марковица приводит к необходимости обсуждения вопросов корректности и адекватности этой математической модели. Обычно при решении практических задач предпочтение отдается адекватности.

Адекватность не противоречит корректности и устанавливается по оценкам степени соответствия теоретических предпосылок реальной действительности. Ситуацию с портфельным инвестированием можно считать уникальной. Эта уникальность заключается в том, что любой конкретный портфель, характеристики которого определены в результате оптимизации соответствующего критерия, является корректным и одновременно адекватным данным, описывающим исследуемый исторический период.

Однако, несмотря на это, портфель теряет свойства оптимальности в упреждающие моменты времени. По этому поводу выдвигаются и обсуждаются различные причины, кроме главной. Смысл этой главной в том, что портфель, не учитывающий прогноз, не может быть эффективным на упреждающем отрезке времени. Следовательно, методика построения оптимального портфеля должна предусматривать получение прогнозных оценок доходности финансовых активов.

Успех данного подхода, как нетрудно понять, зависит от методов, которые могут быть использованы для получения необходимых прогнозных оценок. Вопрос о выборе метода не простой, и ответ на него определяется спецификой решаемой задачи. Кроме того, существует гипотеза эффективного рынка и гипотеза фрактального рынка. Каждая из этих гипотез накладывает определенные ограничения на применяемые методы. Для определенности будем рассматривать вопросы портфельного инвестирования, решение которых можно получить в рамках предположений теории эффективного рынка. Особое место в наших рассмотрениях отводится одноиндексной модели Шарпа. Именно ее возможности будут использованы при реализации идеи применения упреждающих оценок доходности в задаче построения оптимального портфеля ценных бумаг. Получение этих оценок в данном случае будет основано на представлении динамики доходности финансовых активов в виде процессов с альтернативными уровнями доходности.

Свою модель У. Шарп предложил для того, чтобы сократить объемы вычислений необходимые для построения модели Марковица. Но принципиальное отличие его модели от других подходов в том, что в ней существенно используются результаты эконометрического моделирования. На наш взгляд, возможности эконометрического моделирования в этой модели использованы не в полном объеме. Чрезмерно упрощенные эконометрические модели парной регрессии, на основе которых строится модель Шарпа, оставили место для получения модифицированных решений. Чтобы понять смысл изменений, которые предлагается внести в модель Шарпа, рассмотрим детали формирования этой модели.

На формальном уровне с помощью одноиндексной модели [1] устанавливается взаимосвязь между доходностью активов, включаемых в портфель, и доходностью рыночного индекса

$$r_{ti} = \alpha_i + \beta_i r_{It} + \varepsilon_{ti}, \qquad i = \overline{1,n}, \tag{1}$$

где r_{ti} – доходность i-го актива в момент времени t;

r_{It} – доходность рыночного индекса в момент времени t;

α_i, β_i – оцениваемые параметры регрессионной модели;

ε_{ti} – ненаблюдаемая случайная величина.

Через параметры линейной регрессионной модели (1) выражаются все величины, используемые при построении модели, с помощью которой формируется оптимальная структура портфеля. Расчетные формулы этих величин выглядят следующим образом:

$$\bar{r}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{r}_I, \tag{2}$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2, \tag{3}$$

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_I^2, \tag{4}$$

где $\bar{r}_i$, $\bar{r}_I$ – математические ожидания доходности i-го актива и индекса;

σ_i^2, σ_I^2 – дисперсии доходностей i-го актива и индекса;

σ_{ij} – ковариация доходностей между i-ым и j-ым активами.

Формулы получены благодаря свойствам случайных величин ε_{ti}, которые, в силу того, что сами случайные величины не наблюдаемы, постулируются. Естественность всех предположений относительно ε_{ti} не вызывает сомнений.

Модель (1) и выписанные формулы (2) – (4) позволяют определить выражение для ожидаемой доходности портфеля и выражение для дисперсии портфеля. На основе этих двух характеристик модель Шарпа может быть записана следующим образом

$$\mathbf{w}'_{n+1} \mathbf{\Sigma}_d \mathbf{w}_{n+1} \to \min, \tag{5}$$

$$\mathbf{w}'_{n+1} \boldsymbol{\alpha} = \mu, \tag{6}$$

$$\mathbf{w}' \mathbf{i} = 1, \tag{7}$$

$$\mathbf{w}' \boldsymbol{\beta} = w_{n+1}, \tag{8}$$

где $\mathbf{w}'_{n+1} = (w_1, \ldots, w_n, w_{n+1})$ – вектор, компоненты которого определяют структуру расширенного портфеля;

$$\mathbf{\Sigma}_d = \begin{pmatrix} \sigma_{\varepsilon,1}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon,2}^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \sigma_{\varepsilon,n}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \sigma_m^2 \end{pmatrix}$$ – диагональная матрица, на диагонали которой стоят остаточные дисперсии активов $\sigma_{\varepsilon,i}$ и дисперсия рыночного портфеля (индекса) σ_m^2;

$\mathbf{w}' = (w_1, \ldots, w_n,)$ – вектор, компоненты которого определяют структуру портфеля;

$\boldsymbol{\alpha}' = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n,)$ – вектор параметров однофакторной модели;

$\boldsymbol{\beta}' = (\beta_1, \ldots, \beta_n,)$ – вектор параметров однофакторной модели.

Отметим основные этапы, которые необходимо выполнить для построения границы эффективных портфелей в модели Шарпа:

1) выбрать n ценных бумаг, из которых формируется портфель, и определить исторический промежуток в N лет, за который будут наблюдаться значения доходности $r_{i,t}$ каждой ценной бумаги;

2) по рыночному индексу вычислить рыночные доходности $r_{m,t}$ для того же промежутка времени;

3) определить величину дисперсии рыночного показателя σ_m^2, а также значения ковариаций $\sigma_{i,m}$ доходностей каждой ценной бумаги с рыночной доходностью и найти величины β_i:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}; \tag{9}$$

4) найти ожидаемые доходности каждой ценной бумаги $\mathrm{E}(r_i)$ и рыночной доходности $\mathrm{E}(r_m)$ и вычислить параметр α_i:

$$\alpha_i = \mathrm{E}(r_i) - \beta_i \mathrm{E}(r_m); \tag{10}$$

5) вычислить дисперсии $\sigma_{\varepsilon,i}^2$ ошибок регрессионной модели;

6) подставить эти значения в уравнения:

$$\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \sigma_{\varepsilon,i}^2, \tag{11}$$

$$\mathrm{E}(r_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i \alpha_i = \mathrm{E}^*, \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i = w_{n+1}. \tag{14}$$

Оптимизация (11) – (14) приводит к необходимости решения системы линейных уравнений (15)

$$\begin{pmatrix} 2\sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & 1 & \beta_1 \\ 0 & 2\sigma_2^2 & 0 & 0 & \alpha_2 & 1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 2\sigma_3^2 & 0 & \alpha_3 & 1 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sigma_m^2 & \bar{r}_m & 0 & -1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \bar{r}_m & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mu \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{15}$$

которая с целью компактности и лучшего понимания ее структуры записана для случая, когда в портфель включаются всего три актива.

Обсуждение возможных вариантов модификации начнем с исследования регрессионных зависимостей (1). Первый вопрос, который возникает при рассмотрении этих уравнений: «Что делать, если хотя бы одно из них не адекватно?» Однозначного ответа нет. Можно соответствующий актив не включать в портфель, заменив его другим или сократить число включаемых в портфель активов. Это радикальная мера, но она позволяет сохранить модель Шарпа без изменений.

Второй вопрос касается надежности получаемых решений. Складывается впечатление, что неявно предполагается равная статистическая значимость параметров всех моделей, используемых для построения портфеля.

Теоретически такая ситуация возможна, но на практике подобные случаи не встречаются. Более того, среди активов есть такие, модели которых не содержат свободный член, т.е. $\alpha = 0$. В рамках описания модели Шарпа нет рекомендаций для этих нестандартных случаев. По сути, нет сто процентной уверенности в возможностях корректного построения модели Шарпа.

Кроме отмеченных проблем, имеющих место при построении одноиндексной модели Шарпа, есть замечание принципиального характера. Оно касается не статистической адекватности, а содержательной интерпретации однофакторной модели (1), являющейся по сути основой модели Шарпа. По Шарпу, динамика доходности актива формируется только в соответствии с динамикой доходности рынка. Те отклонения от этой закономерности, которые имеют место в реальности, относят к случайным, не связывая их с особенностями динамики доходности конкретного актива. На наш взгляд это не совсем правильная точка зрения. Безусловно динамика доходности каждого актива испытывает на себе влияние фондового рынка. Но в то же время у финансовых активов есть и собственные причины изменения доходности. По преимуществу эти причины рождаются вне рынка, они распределены во времени и в реальности не существует показателя, с помощью которого можно было бы описать интенсивность воздействия их на динамику доходности. В подобной ситуации необходимо, на наш взгляд, создать искусственный показатель, с помощью которого можно на статистически значимом уровне отразить воздействие ненаблюдаемой переменной. Рассмотрим один из возможных вариантов реализации подобного механизма, осуществляемый с помощью модели

$$r_{ti} = \alpha_i + d_i x_{ti} + \beta_i r_{It} + \varepsilon_{ti}, \quad i = \overline{1, n}. \tag{16}$$

В модели (16) сохранена линейная зависимость доходности актива от соответствующей доходности индекса и введен дискретный механизм отражения изменения доходности актива от соответствующих изменений ненаблюдаемой переменной. Одновременное использование непрерывной и дискретной составляющих впервые встречается в уравнение Башелье

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}, \tag{17}$$

где μ – средний уровень доходности;

Δt – небольшой отрезок времени, на котором эта модель имеет смысл;

σ – риск, измеренный среднеквадратическим отклонением;

ε – нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Первое слагаемое уравнения (17) является непрерывной составляющей и представляет собой ожидаемый уровень доходности акции, а второе слагаемое – величину риска, который в каждом конкретном случае оказывает шоковое (заранее неизвестное) воздействие на уровень ожидаемой доходности, изменяя ее в ту или иную сторону в зависимости от знака и значения случайной величины ε.

Рассмотрение модели (17) позволяет сделать вывод, в соответствии с которым можно признать, что структура модели (16) действительно отражает дискретно-непрерывную природу рыночных механизмов. В механизме, отражающем эту природу, на наш взгляд, должны комбинироваться, по крайней мере, две составляющие: составляющая, отвечающая за эволюционное изменение моделируемого процесса, и составляющая, отвечающая за дискретное (скачкообразное) изменение. Скачкообразное изменение связано с риск-эффектами (проявлениями риска), которые по своей природе случайны.

Моделирование риск-эффектов является, пожалуй, самой сложной проблемой. Обычно в моделях, например Башелье, Блэка-Шоулза, риск используется в виде усредненной характеристики – среднеквадратического отклонения. Возможность воспроизведения риск-эффектов решается путем введения случайной величины. Именно такой подход реализован в уравнение Башелье. В нем риск-эффект отражается величиной пропорциональной нормально распределенной стандартизованной случайной величине. Но возможность получения оценок упреждающих риск-эффектов не предусматривается Поэтому подход, который использован в уравнение Башелье для моделирования риск-эффектов, имеет ограниченное применение. Он удобен для имитационных моделей, основное назначение которых воспроизведение механизмов, действующих в реально протекающих процессах. Но для описания динамики финансовых активов на упреждающем отрезке времени данный подход, вряд ли может быть полезным. В нем не предусмотрена возможность учета информации из других источников кроме датчика случайных чисел. Поэтому естественно возникает необходимость в рассмотрении другого подхода к моделированию риск-эффектов.

Предлагаемый в этой статье подход, связан с необходимостью содержательной интерпретации ненаблюдаемой переменной и восстановлением на данных исторического периода ее значений. Решение рассматриваемой проблемы основано на предположении, что значения ненаблюдаемой переменной для каждого актива, включаемого в портфель, пропорциональны случайным отклонениям, которые можно рассчитать после того, как для всех активов построены соответствующие модели (1), т.е.

$$e_{ti} = r_{ti} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i r_{It}, \ t = \overline{1,T}, \ i = \overline{1,n}. \tag{18}$$

Полученные отклонения в регрессионном анализе считаются случайными, не содержащими информацию о моделируемом показателе. Если рассматривать ситуации только в рамках фондового рынка, то с такой интерпретацией полученных остатков следует согласиться. Но если рассматривать события за рамками фондового рынка, то можно практически всегда, обратившись к фундаментальному анализу, найти объяснения отклонению доходности от тренда в каждый рассматриваемый момент времени. Причем с течением времени одна причина сменяет другую. Но в данном случае важно знать не природу этой причины, а интенсивность, с которой она может воздействовать на изменение доходности актива. В некотором смысле причина теряет реальность своего содержания, превращаясь в абстрактный фактор, который воздействует на доходность актива с различной интенсивностью.

Но несмотря на абстрактность фактора, он не может быть единым для всех финансовых активов. В один и тот же момент времени на финансовые активы за рамками рынка могут воздействовать различные события. Либо одно и то же событие воздействует на разные финансовые активы с разной интенсивностью. Это означает, что каждый актив имеет свой фактор внешнего воздействия, который необходимо построить, используя соответствующие отклонения (18).

Отклонения e_{ti} имеют двойное назначение. С одной стороны, с их помощью удается все ситуации, имевшие место на историческом периоде, разделить на два класса, в один из которых попадают те случаи, когда доходность финансового актива превышала трендовый уровень, а в другой – те случаи, когда доходность была ниже трендового уровня. Для отражения в модели этого деления на классы удобно ввести дихотомическую переменную, принимающую значение +1 в случае превышения фактической доходностью трендового уровня, и – значение –1 в противном случае. Выражение для формирования этой переменной записывается следующим образом

$$x_{ti} = \begin{cases} +1, & e_{ti} \geq 0 \\ -1, & e_{ti} < 0 \end{cases}, \quad t = \overline{1,T}, \quad i = \overline{1,n}. \qquad (19)$$

Включение в число регрессоров так сформированной переменной приводит к ситуации, когда динамика включаемого в портфель актива описывается уравнением (16).

В соответствии с этой моделью доходность актива зависит от доходности индекса и скачкообразных изменений, которые имеют место в динамике самого актива. Эти скачкообразные изменения можно интерпретировать как риск-эффекты, которые не имеют объяснения внутри рынка, но которые в каждый момент времени оказывают воздействие на уровень доходности актива, изменяя ее то в одну, то в другую сторону. Средняя величина этих изменений на историческом периоде равна величине оцененного параметра d.

Если для построения модели Шарпа использовать регрессионное уравнение (16), то структура ковариационной матрицы существенно изменится, в силу чего изменится и сама модель. Кроме того цель, которую мы преследуем, вводя дихотомическую переменную не будет достигнута. Нас интересует упреждающий период, для которого необходимо оценить риск-эффект. А для этого, прежде всего, необходимо знать оценку значения внешнего фактора.

Для формирования внешнего фактора, от значений которого зависит дихотомическая переменная, будем использовать те же самые отклонения. Возникает вопрос о корректности такого подхода. На наш взгляд опасения напрасны. В эконометрике есть прием, предназначенный для построения инструментальных переменных. Этот прием нами, по сути, и используется. Строится инструментальная переменная, которая на историческом периоде выполняет роль факторной переменной, а на упреждающем периоде – роль оценочной шкалы. В этой шкале с помощью экспертов будут оцениваться ожидаемые ситуации упреждающего периода. Процедура построения инструментальной переменной выглядит следующим образом:

Сначала нормируются отклонения (18) по формуле

$$\delta_{ti} = \frac{e_{ti} - e_i^{\min}}{e_i^{\max} - e_i^{\min}}, \ t = \overline{1,T}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{20}$$

а затем проводится преобразование

$$z_{ti} = (\delta_{ti} + \xi_{ti}) \times 100, \tag{21}$$

где ξ_{ti} – равномерно распределенная случайная величина с небольшим диапазоном возможных значений.

С помощью случайной величины удается получить эффект частичной рандомизации, который функциональную связь между остатками e и сформированным внешним фактором z превращает в корреляционную. Это открывает возможность использования внешнего фактора в качестве объясняющей переменной скачкообразных изменений. Умножение на 100 предусмотрено с целью возможного использования внешнего фактора в качестве шкалы экспертного оценивания. Создание такой шкалы является обязательным в тех случаях, когда есть намерения использовать модель в прогнозных расчетах. С ее помощью удается адаптировать экспертные оценки к реалиям рынка. Для этого проводится анализ ситуаций нестабильного поведения цен на активы, которое имело место в прошлом. Результаты анализа соотносятся со значениями на построенной таким образом шкале, формируя тем самым у аналитиков представление о субъективных измерениях внешних по отношению к рынку событий, в зависимости от их воздействия на доходность активов, включаемых в портфель.

Последний вопрос, который необходимо решить, чтобы построить модифицированный вариант модели Шарпа, заключается в определении зависимости между дискретной переменной x_{ti} и внешним фактором z_{ti}. Понятно, что для этих целей целесообразно использовать аппарат регрессионного анализа, предусматривающий построение моделей с дискретной зависимой переменной [3]. Это логит- или пробит-модель. Возможность построения этих моделей предусмотрена во многих статистических пакетах, в частности, Statistica, EViews.

С помощью этих моделей рассчитываются вероятности того, что дихотомическая переменная примет одно из своих значений. Логит-модель более удобна для проведения расчетов. Она допускает обобщение на случай, когда зависимая переменная принимает больше двух значений. Кроме того у логистического распределения более толстые хвосты чем у нормального распределения. Все это позволяет сделать выбор в пользу логистической модели. Для наших целей удобно использовать логит-модель, записанную для случая, когда зависимая переменная принимает значение 0, т.е.

$$\mathrm{P}(s_{ti}=0\,|\,z_{ti})=\frac{e^{b_0+b_1 z_{ti}}}{1+e^{b_0+b_1 z_{ti}}}, \tag{22}$$

где s_{ti} – зависимая переменная логит-модели, значения которой сформированы в соответствии с выражением

$$s_{ti}=\begin{cases}1, & x_{ti}>0;\\ 0, & x_{ti}<0.\end{cases} \tag{23}$$

Необходимость преобразования x_{ti} в s_{ti} при формировании зависимой переменной обусловлена спецификой записи функции правдоподобия логит-модели.

Таким образом, смысл модификации модели Шарпа заключается в том, что доходность финансового актива, включаемого в портфель, описывается не одним, а двумя уравнениями регрессии: линейным и нелинейным. С помощью линейного регрессионного уравнения реализуется предположение, в соответствии с которым в каждый момент времени доходность актива может находиться на одном из альтернативных уровней

$$\hat{r}_{ti}=\hat{\alpha}_i+\hat{d}+\hat{\beta}_i r_{It} \tag{24}$$

или

$$\hat{r}_{ti}=\hat{\alpha}_i-\hat{d}+\hat{\beta}_i r_{It}. \tag{25}$$

С помощью нелинейного регрессионного уравнения реализуется возможность получения расчетных значений вероятности, с которой реализуется альтернативный уровень доходности. Расчет вероятности того, что доходность i-го актива в момент времени t будет на верхнем уровне осуществляется по формуле

$$\mathrm{P}_i(s_{ti}=1\,|\,z_{ti})=1-\mathrm{P}_i(s_{ti}=0\,|\,z_{ti})=1-\frac{e^{b_{0i}+b_{1i} z_{ti}}}{1+e^{b_{0i}+b_{1i} z_{ti}}}, \tag{26}$$

а вероятности того, что доходность будет на нижнем уровне – по формуле вероятности противоположного события.

После обсуждения вопросов, связанных с построением уравнения регрессии (16), лежащим в основе модификации модели Шарпа, становится понятным, что в этом, достаточно простом уравнении, реализуется две идеи. Идея Шарпа о зависимости доходности финансового актива от доходности индекса и идея о скачкообразном изменении цен, а следовательно и доходности активов, реализованная в биномиальной модели рынка, которую Кокс – Росс – Рубинштейн используют для расчета риск-нейтральной цены опционов.

Модель оптимального инвестирования, построенная с использованием уравнения (16) позволяет инвестору реализовать несколько стратегий управления портфелем ценных бумаг:

– стратегию альтернативной доходности;

– стратегию наиболее вероятной доходности;

– стратегию ожидаемой доходности.

При реализации первой стратегии в модели Шарпа вместо α_i используются скорректированные значения $\alpha_i + d_i$, если инвестор ожидает рост доходности акций, и – значение $\alpha_i - d_i$, если ожидается снижение доходности акций. По сути, в рамках этой стратегии инвестор должен строить два портфеля и отдавать одному из них предпочтение. Формального критерия для обоснования выбора нет, но, как правило, эмпирические исследования позволяют выработать необходимое правило.

При реализации второй стратегии рассчитываются вероятности, с помощью которых определяется перспективные направления вложений в ценные бумаги. Если более высокой является вероятность того, что ожидаемая доходность больше трендовой величины, то при построении портфеля используется величина $\alpha_i + d_i$, в противном случае – $\alpha_i - d_i$. Вероятности обеспечивают формальный выбор стратегии, но сами вероятности являются результатом субъективного мнения, измеренного в экспертной шкале, за которую обычно принимается внешний фактор, о котором говорилось выше.

Трудность реализации данного подхода в том, что эксперты должны оценить поведение доходности на упреждающем отрезке времени каждого актива, включаемого в портфель. Но эта трудность все же преодолима. Хуже другое. Интенсивность воздействия внешнего фактора в этой стратегии, как и в предыдущей, не учитывается.

Стратегия ожидаемой доходности в отличие от предыдущих стратегий учитывает интенсивность воздействия на доходность активов внешнего фактора. Реализуется этот механизм путем операции взятия условного математического ожидания. Условие задается субъективным мнением, с помощью которого эксперты оценивают ожидаемую на упреждающем отрезке времени доходность финансовых активов. По каждому активу строится своя экспертная оценка $\hat{z}_{t+1i}$, $i = \overline{1,n}$, а затем с помощью (26) рассчитываются соответствующие вероятности P_i.

Благодаря так определенным вероятностям удается от альтернативной неопределенности упреждающего периода перейти к риск-упреждающей оценке, понимаемой как ожидаемое проявление риска. Риск-упреждающая оценка обеспечивает реализацию модифицированного варианта модели Шарпа с подкорректированным свободным членом

$$\hat{r}_{ti} = \hat{\alpha}_i + \hat{d}_i x_{ti} + \hat{\beta}_i r_{It} = \hat{\alpha}_i + \hat{d}_i[1\times(1-P_I)+(-1)\times P_i] + \hat{\beta}_i r_{It} =$$

$$= \hat{\alpha}_i + \hat{d}_i - 2d_i P_i + \hat{\beta}_i r_{It}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{27}$$

Система уравнений (15) в этом случае записывается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 2\sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1+d_1-2d_1P_1 & 1 & \beta_1 \\ 0 & 2\sigma_2^2 & 0 & 0 & \alpha_2+d_2-2d_2P_2 & 1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 2\sigma_3^2 & 0 & \alpha_3+d_3-2d_3P_3 & 1 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sigma_m^2 & \bar{r}_m & 0 & -1 \\ \alpha_1+d_1-2d_1P_1 & \alpha_2+d_2-2d_2P_2 & \alpha_3+d_3-2d_3P_3 & \bar{r}_m & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mu \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Если обозначить $\tilde{\alpha}_i = \hat{\alpha}_i + \hat{d}_i - 2d_iP_i$, то формально мы оказываемся в условиях модели Шарпа и для получения структуры оптимального портфеля при фиксированном значении вероятности P_i можем использовать схему расчетов этой модели. Но реально в модели появляется параметр, зависящий от экспертной оценки. В случае, когда эксперты не уверены в своих оценках и все вероятности равны 0,5, модифицированный вариант становится моделью Шарпа. Понятно, что модифицированная модель обеспечивает получение более эффективных портфелей только в том случае, когда экспертные оценки снижают уровень неопределенности упреждающего периода. Привлечение квалифицированных экспертов, как правило, обеспечивает снижение неопределенности.

Список источников

1. Аскинадзи, В.М. Инвестиционные стратегии на рынке ценных бумаг [текст] / В.М. Аскинадзи. – М.: ООО «Маркет ДС Корпорейшн», 2004. – 106 с.

2. Борисов, А.Н. Аппарат портфельного инвестирования в пространстве прогнозных оценок [текст] / А.Н. Борисов, Е.А. Ратушная // Финансы. Экономика. Стратегия. – Воронеж, 2010. – № 9. – С. 41 – 46.

3. Давнис, В.В. Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2005. – 248 с.

4. Тинякова, В.И. Проблемы обоснования инвестиционных решений: адекватность, корректность, прогноз [текст] / В.И. Тинякова, Е.А. Ратушная // Национальные интересы: приоритеты и безопасность. – М., 2010. – №7(64). – С. 73 – 77.

MODIFIED VERSION OF SHARPE'S MODEL, ITS PROPERTIES AND INVESTMENT PORTFOLIO MANAGEMENT STRATEGY

Davnis Valeriy Vladimirovich,
Dr. Sc. of Economy, Professor, Chief of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru
Kasatkin Sergey Yevgenyevich,
Ph. D. of Economy, Doctoral Candidate of Voronezh State University; k_s_e@rambler.ru
Ratushnaya Yelena Anatolyevna,
Degree-seeking student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; helen-ratushnaya@yandex.ru

Questions of optimal portfolio investment on the base of modification of established Sharpe's model are discussed. In offered version the usage of expected risk-effect is provided, that provides the stability of basic characteristics of investment portfolio on forward interval of time.
Keyword: Sharpe's model, risk-effect, portfolio investment strategy.