УДК 338.51

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ЦЕНУ СТРОИТЕЛЬНОЙ ПРОДУКЦИИ

Гасилов Валентин Васильевич,
доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой экономики строительства Воронежского государственного архитектурно-строительного университета; V_Gasilov@mail.ru
Преображенский Михаил Артемьевич,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и химии Воронежского государственного архитектурно-строительного университета (ВГАСУ); pre4067@yandex.ru
Зарецких Алексей Александрович,
аспирант кафедры экономики строительства Воронежского государственного архитектурно-строительного университета; v_gasilov@mail.ru.

Рассмотрены методы исключения неаналитического вклада стохастических воздействий в результаты наблюдений цены недвижимости, опирающиеся только на рыночную информацию. Предложен алгоритм разделения исследуемой зависимости на детерминированную и стохастическую части, основанный на их принципиально разном аналитическом поведении. Результат реализации алгоритма Фурье – сглаживания данных наблюде-ния цен применен к реальному рынку жилой недвижимости.

Ключевые слова: цена, объект недвижимости, стохастический процесс, разложение Фурье, аналитический.

Зависимость цены строительной продукции от времени определяется как динамическими воздействиями, приводящими к гладкому тренду (чаще всего периодическому и экспоненциальному), так и стохастическими процессами. Случайные воздействия на цену связаны в основном с процессами, происходящими в природе; психологическими особенностями субъектов инвестиционно-строительного комплекса; социально-экономическими процессами, происходящими на территориях реализации проектов; процессами на смежных рынках и др.

Построение количественной модели строительного рынка требует исключения неаналитического вклада стохастических воздействий в результаты наблюдений от воздействий, приводящих к гладкому аналитическому тренду. Методы сглаживания статистических массивов могут базироваться, в частности, на локальном поведении данных в окрестности каждой точки наблюдений. Алгоритм сглаживания в этом случае включает только операции, действие которых не выходит за пределы локального промежутка времени [1]. Однако лежащее в основе такого алгоритма предположение о локальной стационарности второй производной аппроксимируемой функции в окрестности каждой точки наблюдения может нарушаться в условиях нестационарного рынка, когда возможны резкие нестохастические внешние воздействия, связанные, например, с изменениями макроэкономической ситуации.

В этом случае адекватным рыночным реалиям будет другой механизм отделения гладкого тренда от резких изменений. Такой механизм должен основываться не на локальном поведении функции, а на анализе всей совокупности исходных данных как целого. Этот метод исключения неаналитического поведения случайных процессов слабо зависит от конкретного поведения исследуемой функциональной зависимости и, поэтому, имеет более широкую область применимости.

Экономической основой разделения исследуемой зависимости на детерминированную и стохастическую части является их принципиально разное аналитическое поведение. Стохастические процессы, в отличие от детерминированных, описываются функциями, не обладающими свойствами гладкости и дифференцируемости. Математический аппарат, позволяющий выделить случайные воздействия, основывается на разложении исследуемой функции в ряд Фурье [2]. Анализ скорости сходимости ряда позволяет решить данную задачу.

Метод решения основан на том, что члены ряда Фурье:

$$\mathrm{f}(\mathrm{t})=\frac{1}{2}\mathrm{a}_0+\mathrm{a}_1\,cos(\mathrm{t})+\mathrm{a}_2\,cos(2\mathrm{t})+\ldots+\mathrm{b}_1\,sin(\mathrm{t})+\mathrm{b}_2\,sin(2\mathrm{t})+\ldots \qquad (1)$$

для гладкой и непрерывной функции, производная которой имеет разрыв, убывают со скоростью n^{-2}. Если сама функция становится разрывной в некоторой точке, то члены ряда убывают со скоростью n^{-1}. Формальное разложение бесконечно острого импульса является расходящимся [3]. Эти особенности ряда Фурье и позволяют отличить истинный ход функции от наложенной на нее помехи – гармоническое разложение функции имеет более быструю сходимость, чем гармоническое разложение результата случайного воздействия.

Для того чтобы воспользоваться этим характерным отличием в сходимости между детерминированными и стохастическими процессами необходимо избавить разложение Фурье от вклада слабо сходящихся компонент, возникающих вследствие различных граничных условий на концах интервала аппроксимации $[0, T_{max}]$. В противном случае ряд Фурье будет иметь слабую сходимость даже и для весьма гладких функций. Если не выполняются условия $f(0)=f(T_{max})$; $f'(0)=f'(T_{max})$, то формальный разрыв на границе будет полностью определять скорость сходимости. Поэтому необходимо модифицировать аппроксимируемую функцию по формуле:

$$\bar{f}(0)=\bar{f}(t)-(\alpha+\beta\cdot t)=0, \tag{2}$$

где коэффициенты α и β определяются из условий и, следовательно $\alpha=f(0); \beta\frac{f(0)-f(T_{max})}{T_{max}}$. Кроме того, считая $\bar{f}(t)$ нечетной функцией, мы добьемся скорости сходимости ряда Фурье как n^{-3}, что достаточно во всех практических применениях.

При этом, как известно [1], коэффициенты разложения Фурье нечетной функции могут быть выражены через элементы статистического массива следующим образом:

$$b_k=\frac{2}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\bar{f}(k\cdot\Delta t)sin\left(\frac{k\pi\alpha}{n}\right). \tag{3}$$

При этом все коэффициенты a_k принимают нулевые значения.

Алгоритм сглаживания базируется на том, что реально нет необходимости вычислять все коэффициенты разложения Фурье. На самом деле гармоническое разложение (1) не содержит обертонов выше фиксированной частоты ν_0, называемой граничной. Это означает, что все коэффициенты b_k, номер которых превышает граничное значение, столь малы, что вкладом соответствующих слагаемых можно пренебречь. Следовательно, на практике статистический массив обычно содержит данных больше, чем необходимо для аппроксимации искомой функции и ее сглаживания.

Максимальный номер отличного от нуля слагаемого определяется условием $\frac{\pi\cdot k_{max}t}{T_{max}}=2\pi\nu_0 t$ и, следовательно, $k_{max}=2\nu_0 T_{max}$, откуда получаем условие, определяющее параметр сглаживания p:

$$p\equiv\frac{k_{max}}{n}=2\nu_0\Delta t. \tag{4}$$

Если $p>1$, то объем доступной статистической информации столь мал, что невозможно описание исследуемой зависимости даже в отсутствие помех. Значение $p=1$ определяет минимальный набор статистической информации, необходимой для расчета набора коэффициентов $b_1, b_2,\ldots,b_{kmax}$. В этом случае информация, необходимая для сглаживания отсутствует. И, наконец, формально сглаживание данных возможно при выполнении условия $p<1$. Однако практически сглаживание возможно только при $p<0.5$, а эффективным оно становится $p<0.2$.

Алгоритм определения граничной частоты может базироваться в частности на экономическом анализе рассматриваемой системы. В этом случае, при отсутствии помех, все коэффициенты, начиная с $b_{kmax}+1$ принимают нулевое значение и конечное разложение имеет вид:

$$\bar{f}(0)=\sum_{i=1}^{k_{max}}b_i\,sin\left(\frac{\pi\, i\, t}{T_{max}}\right) \tag{5}$$

В этом случае правильно описывается поведение системы не только в равноотстоящих точках $t_k = k \cdot \Delta t$, но и во всех точках интервала $\left[0, T_{max}\right]$.

Наличие помех коренным образом меняет ситуацию. Коэффициенты $b_{k-max+1}$, b_{kmax+2}, $b_{kmax+3\ldots}$ представляют собой несходящуюся часть разложения Фурье и поэтому не только не равны нулю, но и не обнаруживают тенденцию к уменьшению с ростом номера. Неаналитическое поведение абсолютно случайных помех приводит к равномерному спектру со средними амплитудами для всех частот, изменяющимися только вследствие флюктуаций [4].

Вследствие этого конечное разложение (5) заменяется рядом:

$$\bar{f}(0) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \, sin\left(\frac{\pi\, i\, t}{T_{max}}\right), \tag{6}$$

в котором при $i > k_{max}$ наблюдается случайное чередование знаков. Сглаживание данных осуществляется простым отбрасыванием всех гармоник, частота которых превышает граничную.

При этом наличие стохастических процессов приводит не только появлению отличных от нуля членов с $i > k_{max}$, но и к модификации слагаемых с $i < k_{max}$. В этой части спектра рассматриваемый алгоритм не может эффективно выделить вклад стохастических процессов. Однако малый относительный вклад помех для частот меньших критических, как правило, приводит к результатам, удовлетворяющим требованиям практических расчетов.

В условиях реального рынка редко удается построить модель, дающую возможность определения граничной частоты непосредственно из данных наблюдения. Преобразование (5), приводящее к быстрой (не хуже, чем n^{-3}) сходимости регулярной части ряда Фурье дает такую возможность. Эта скорость убывания является достаточно высокой для эффективного разделения аналитической и неаналитической частей спектра. Соответствующий алгоритм разбивается на следующие этапы:

1. По формуле (2) выделяется нелинейная часть зависимости цены от времени.

2. Выполняется расчет полного набора коэффициентов b_k, даваемых набором статистических данных.

3. Выделяется область уменьшения модулей коэффициентов b_k.

4. Для различных значений числа отбрасываемых членов – N из области определенной на предыдущем этапе вычисляются значения параметра β по формуле:

$$\beta^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} b_{n-i}^2 . \tag{7}$$

5. Определяется значение N, при котором параметр β становится практически постоянным.

6. По формуле $k_{max} = n - N$ вычисляется число членов разложения Фурье, определяющее вклад нестохастических процессов.

Результат реализации алгоритма Фурье – сглаживания данных наблюдения цен на жилую недвижимость в г. Москве за 2008 г. по данным работы [5] приведены на рис. 1 – 3. На рис. 1 приведены результаты посуточной интерполяции данных понедельного мониторинга цен на жилую недвижимость (тонкая кривая) и их сглаживания (толстая кривая). На рис. 2 приведена относительная ошибка описания цены жилой недвижимости. Из рисунка видно, что разложение Фурье отражает искомую зависимость с погрешностью, не превышающей 2%. На рис. 3 наглядно видны два интервала гармоник, вносящих определяющий вклад в разложение – [2, 5] и [11, 14]. Таким образом, связанная область гармоник, описывающих стохастические процессы, соответствует интервалу [15, 52].

Поскольку объем статистической выборки значительно превышает количество доминирующих гармоник разложения, параметр сглаживания p значительно меньше единицы, что позволяет осуществить как аппроксимацию исследуемой зависимости цены от времени, о чем свидетельствует рис. 2, так и ее эффективное сглаживание.

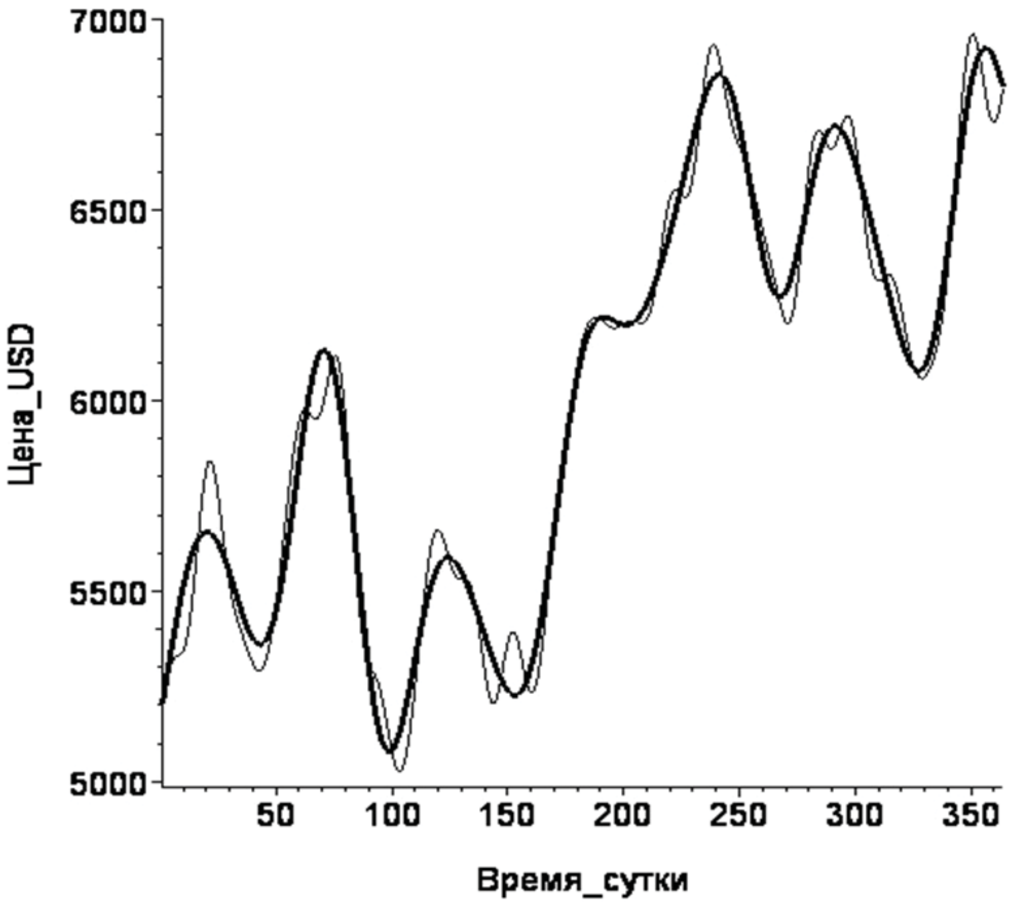

Рис. 1. Статистические и сглаженные значения цены 1м^2 жилья в г. Москва с 01.01.2008 г.

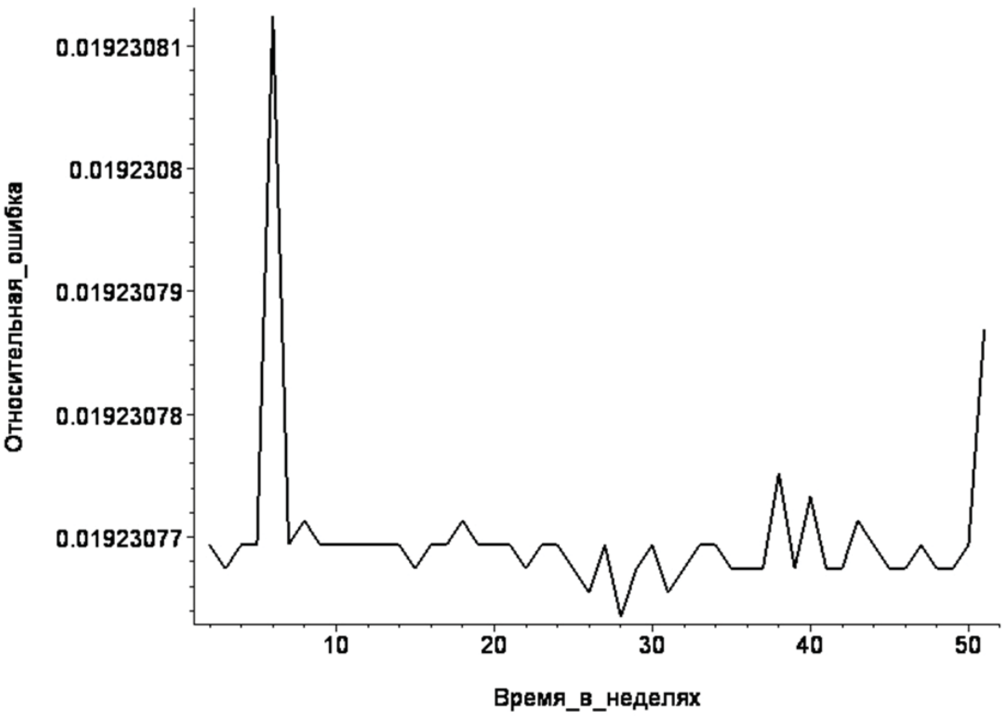

Рис. 2. Относительная ошибка описания цены 1 м^2 жилой недвижимости

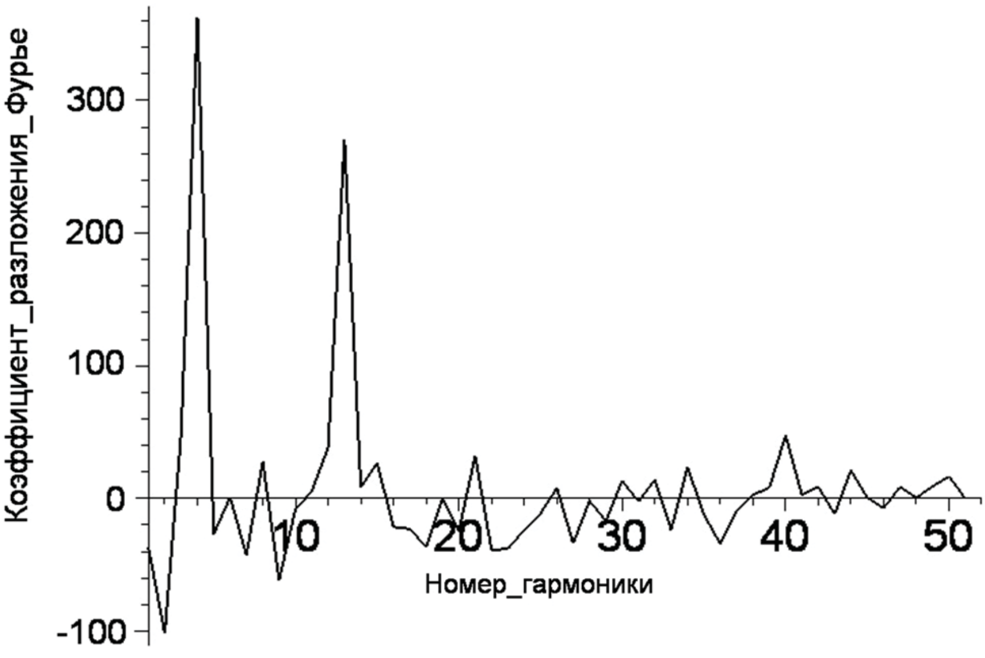

Рис. 3. Зависимость коэффициентов разложения Фурье функции от номера гармоники

Список источников

1. Ланцош, К. Практические методы прикладного анализа [текст] / К.Ланцош. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 524 с.

2. Гончаров, Л.В. Теория интерполирования и приближения функций [текст] / Л.В. Гончаров. – М.: Физматгиз, 1960.

3. Schoenberg, I.J. Some Analytical Aspects of the Problem of Smoothing [текст] / I.J. Schoenberg, Courant Anniversary Volute, Interscience Publishers, New York, 1998.

4. Murnaghal, T.D. Introduction to applied Mathematics [текст] / Murnaghal T.D. – New York: John Wiely & Sons Inc. – 2007. – 674 p.

5. Краснопольская, А.Н. Периодическое разложение ценовой динамики рынка жилья Москвы [текст] / А.Н. Краснопольская, Г.М. Стерник // Экономическая наука современной России. – 2008. – №3. – С. 110 – 114.

METHODS OF THE DETERMINATION OF STOCHASTIC PROCESSES CONTRIBUTION INTO REATTY COST

Gasilov Valentin Vasilyevich,
Dr. Sc. Of Economy, Professor, Chief of the Chair of Construction Economy of Voronezh State Architectural and Construction University;
V_Gasilov@mail.ru
Preobrazyensky Mikhail Artemyevich,
Ph. D. of Physics and Mathematic sciences, Accociate Professor of the Chair of Physics and Chemistry of Voronezh State Architectural and Construction University; pre4067@yandex.ru
Zaretsky Alexey Aleksandrovich,
Post-graduated student of the Chair of Construction Economy of Voronezh State Architectural and Construction University;
v_gasilov@mail.ru.

The procedure of elimination nonanalytical contribution of the stochastic process into results of observations of realty cost, basing on market information only, have been considered. The algorithm of division of the dependency under investigation on deterministic and stochastic part, founded on principal different analytical behavior, have been offered. The Result to realization of the Furie - smoothings algorithm of observation data of prices have been applyed to real market of realty.
Keywords: cost, realty, stochastic process, Fourier Series, analytical.