
АДАПТИВНЫЙ ПОДХОД К ОБОСНОВАНИЮ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ НА ФОНДОВОМ РЫНКЕ

Давнис Валерий Владимирович,

доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vdavnis@mail.ru

Бахолдин Сергей Андреевич,

аспирант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; itmme@econ.vsu.ru

Исследуется возможность построения моделей с адаптивными свойствами для обоснования инвестиционных решений. В качестве аппарата для реализации этого замысла предлагается использовать модель прогнозного образа с адаптивным трендом.

Ключевые слова: модель Марковица, модель Шарпа, адаптивный прогноз, модель прогнозного образа с адаптивным трендом.

Марковиц, объяснив инвесторам с помощью своей модели механизм снижения риска, в то же время не смог предложить им инструмент для практического использования. Его модель, демонстрируя свои возможности на историческом периоде, по сути, показывала инвестору его упущенные возможности. Другими словами, если бы инвестор сформировал подобный портфель в начале рассматриваемого периода, то в конце он получил бы гарантированный доход, которому рынок не смог бы противостоять своими рисками и неопределенностью. Естественно, модель Марковица не обеспечивает получение гарантированного дохода, в ней не предусмотрен механизм упреждающих решений. Подобная ситуация возможна только в единственном случае, когда характеристики упреждающего периода полностью совпадают с характеристиками исторического периода. К сожалению, а может к счастью, рынок никогда себя не повторяет и, в силу этого, модель Марковица не может стать рабочим инструментом инвестора. В то же время основные идеи портфельного инвестирования использовались и продолжают использоваться в качестве рекомендаций при обосновании инвестиционных решений. Из этого следует, что потенциал идей, заложенных Марковицем в своей теории портфельного инвестирования, исчерпан не до конца и в рамках этой теории можно найти перспективные направления ее совершенствования.

Одним из таких направлений, на наш взгляд, является адаптивное моделирование рыночных процессов. Почему адаптивное? Ответ на этот вопрос дает анализ динамики финансовых активов фондового рынка. Основная характеристика этой динамики – высокий уровень неопределенности. Получить адекватное описание подобной динамики можно только с помощью моделей, обладающих адаптивными свойствами. Кроме того основные результаты финансовой теории имеют смысл только для эффективного рынка. Но во многих ситуациях правдоподобность гипотез эффективного рынка вызывает сомнения. Адаптивные модели представляют собой более гибкий инструмент, чем линейные модели, используемые в рамках теории эффективного рынка. В связи с этим возникает естественный вопрос по поводу построения портфеля, обладающего адаптивными свойствами, благодаря которым должно обеспечиваться своевременное изменение оптимальной структуры портфеля.

Общий замысел понятен, но возможна ли его практическая реализация. Ответ положительный. Практическая реализация возможна и, более того, можно предложить несколько подходов, обеспечивающих построение портфеля ценных бумаг с адаптивной реакцией на изменения, происходящие в динамике фондового рынка. Рассмотрим два подхода, реализующих различные концепции наделения портфеля ценных бумаг адаптивными свойствами.

Смысл первого подхода в последовательном формировании описания упреждающего периода с помощью адаптивной модели специального вида и построения портфеля ценных бумаг на основе данных этого описания. Второй подход предусматривает целенаправленную модификацию модели Шарпа, смысл которой в замене коэффициентов парной регрессии на коэффициенты адаптивной регрессии. Как нетрудно понять, реализация обоих подходов позволяет статические модели портфельного инвестирования превратить в динамические. В отличие от статических динамические модели портфельного инвестирования уже не являются моделями упущенных возможностей. Они ориентированы на получение приближенных упреждающих решений, в которых те же самые ошибки, что и в прогнозных расчетах. Но это портфели с ошибками относительно реальности упреждающего периода, а не портфели, построенные с использованием данных, не имеющих отношения к упреждающему периоду.

Реализация данного подхода требует конкретизации относительно используемой для этих целей адаптивной модели. В настоящее время разработано достаточно много адаптивных моделей. Наиболее полное изложение моделей этого типа приводится в [1]. Возникает естественный вопрос, какая из моделей наиболее подходящая для реализации предлагаемого подхода. Чтобы это понять, рассмотрим модель Марковица на предмет предполагаемой ее модификации. В матричной форме эта модель записывается следующим образом:

$$w' \Sigma w \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$w' m = \mu, \quad (2)$$

$$w' = 1, \quad (3)$$

где m – математическое ожидание вектора доходностей активов, включенных в портфель;

Σ – ковариационная матрица вектора доходностей активов;

μ – ожидаемый уровень доходности;

w – вектор, определяющий структуру портфеля.

Как не трудно понять, от данных, которые предполагается генерировать с помощью адаптивной модели, зависят математическое ожидание (средние значения) вектора доходностей и ковариационная матрица. Поэтому адаптивный подход должен обеспечивать возможность замены характеристик, оцениваемых на основе данных исторического периода, характеристиками, получение которых связано с адаптивной моделью. Самое простое решение этой проблемы может предусматривать объединение данных исторического периода с прогнозными данными, расчет которых был осуществлен с помощью адаптивной модели. Решение действительно простое, но не эффективное. Портфель, построенный на основе такого комбинированного набора данных, отличается от портфеля упущенных возможностей, но, как правило, не обеспечивает требуемый уровень доходности.

Можно предложить решение этой проблемы, предусматривающее замену средних значений прогнозными оценками, оставляя при этом неизменной ковариационную матрицу. Если прогнозные значения достаточно точны, то такой подход действительно может оказаться результативным, но все же это частичное решение обозначенной проблемы. Для полного решения необходимо, чтобы предлагаемый подход обеспечивал адаптивные изменения, которые в случае необходимости должны одновременно происходить с взаимосвязями доходности портфеля и ожидаемыми доходностями активов, а также с зависимостью доходности портфеля от риска. Другими словами оцениваемые характеристики модели Марковица должны стать адаптивно изменяемыми. Для комплексного решения этой проблемы нужно отказаться от традиционного представления прогноза как результата экстраполяционного расчета, а использовать введенное в [2] понятие прогнозного образа.

Основная идея моделирования будущего в виде прогнозного образа заключается в том, что будущее в отличии от прошлого многовариантно. Причем большая часть возможных вариантов будущего содержится в прошлом, но они распределены по всему горизонту исторического периода. В будущем эти варианты не распределены по упреждающему отрезку времени, а концентрируются в конкретных моментах времени. Поэтому прогнозный образ является многовариантным, причем эта многовариантность такова, что ожидаемая величина прогнозируемого показателя обязательно покрывается

прогноznым образом. Кроме того, для всех вариантов прогнозного образа оцениваются вероятности их реальности. Естественно, прогноznый образ считается более правдоподобным, если вероятностное распределение устроено так, что высокую вероятность имеют те варианты, которые ближе других к ожидаемой реальности.

Такой подход позволяет оценивать среднюю доходность активов и ковариационную матрицу их взаимозависимости без привлечения данных исторического периода. Вопрос только в том, с помощью какой адаптивной модели можно осуществлять подобные расчеты. Для этих целей предлагается использовать модель прогнозного образа с адаптивным трендом:

$$\hat{y}_{t+1}^k = \mathbf{x}_{t+1} \hat{\mathbf{b}}_t + \mathbf{f}^k \hat{\mathbf{d}}, \quad k = \overline{1, m} \quad (4)$$

$$P_{t+1}^k = \frac{\exp(\mathbf{z}_{t+1} \hat{\mathbf{a}}^k)}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} \exp(\mathbf{z}_{t+1} \hat{\mathbf{a}}^k)}, \quad k = \overline{1, m-1}, \quad (5)$$

$$P_{t+1}^m = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{m-1} \exp(\mathbf{z}_{t+1} \hat{\mathbf{a}}^k)}, \quad (6)$$

$$P(\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_{t+1}^k) = P_{t+1}^k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (7)$$

$$\tilde{k} = \underset{0 \leq k \leq m}{\text{Argmin}} |y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}^k|, \quad (8)$$

$$P_{j/\tilde{k}} = \frac{P_{jt} P_{\tilde{k}/j}}{\sum_j P_{jt} P_{\tilde{k}/j}}, \quad j = \overline{1, m} \quad (9)$$

$$P_{jt+1} = P_{j/\tilde{k}}, \quad j = \overline{1, m} \quad (10)$$

$$\Delta_{t+1} = \sum_{k=1}^m P_{kt+1} (y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}^k), \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + \alpha} \Delta_{t+1}, \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_{t+1}^{-1} = \frac{1}{\alpha} \left[\mathbf{C}_t^{-1} + \frac{\mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} \mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1}}{\mathbf{x}_{t+1} \mathbf{C}_t^{-1} \mathbf{x}'_{t+1} + \alpha} \right], \quad (13)$$

где m – число прогнозных вариантов;

y_{t+1} – фактическое значение прогнозируемого показателя в момент времени $t+1$;

\hat{y}_{t+1}^k – k -й вариант прогнозной оценки для момента времени $t+1$;

\mathbf{x}_{t+1} – вектор значений, описывающий условия, ожидаемые в упреждающем периоде;

$\hat{\mathbf{b}}_t$ – вектор текущих оценок коэффициентов модели;
 \mathbf{P}_{t+1}^k – вероятность реальности k -го варианта прогнозной оценки для момента времени $t+1$;
 $\mathbf{P}_{k/j}$ – вероятность реальности k -го варианта, когда ожидается j -й вариант;
 \mathbf{P}_j^t – вероятность, с которой в момент времени t ожидается вариант с номером j ;
 $\mathbf{P}_{\tilde{j}/\tilde{k}}$ – вероятность, пересчитанная по формуле Байеса;
 \tilde{k} – номер варианта, который в текущий момент оказался наиболее точным;
 Δ_{t+1} – математическое ожидание прогнозной ошибки для момента времени $t+1$;
 \mathbf{f}^k – вектор значений, которые в k -м варианте приняли фиктивные переменные;
 $\hat{\mathbf{d}}$ – вектор оценок коэффициентов при фиктивных переменных;
 \mathbf{z}_{t+1} – вектор независимых переменных мультиномиальной логит-модели, компоненты которого содержат оценки субъективного характера, для момента времени $t+1$;
 $\hat{\mathbf{a}}^k$ – вектор оценок параметров мультиномиальной логит-модели k -го варианта;
 \mathbf{C}_{t+1}^{-1} – матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений экспоненциально взвешенного метода наименьших квадратов;
 α – параметр адаптации, $0 < \alpha \leq 1$.

С помощью модели (4) – (13) удастся построить многовариантные прогнозные траектории с вероятностными оценками степени их реальности, в которых отражены субъективные предпочтения экспертов. Отличительной особенностью предлагаемой модели является возможность предсказания даже тех эффектов, которые не наблюдались в динамике прогнозируемого процесса. Это очень важно для прогнозирования в условиях неопределенности.

Таким образом, в схеме прогнозных расчетов применяется две модели: многовариантная и множественного выбора. Первая обеспечивает оценку будущего в виде альтернативных прогнозных траекторий, а вторая – оценивает вероятность реальности каждого из этих вариантов. В краткосрочной перспективе многовариантность экстраполяционной составляющей вполне может обеспечить требуемую точность. Но если модель использовать длительное время, а это всегда бывает, когда управляют портфелем ценных бумаг, то могут появиться смещения в прогнозных оценках. Как правило, эти нежелательные эффекты являются следствием смещенности коэффициентов регрессии, поэтому необходима их корректировка. Текущую корректировку удобно осуществлять с помощью адаптивной процедуры. Причем корректируются только коэффициенты при независимых переменных.

Эту же модель, а точнее ее коэффициенты, предлагается использовать в модифицированной модели Шарпа. Правда, в этом случае в качестве независимой переменной в обязательном порядке должен использоваться рыночный индекс. Таким образом, желание повысить эффективность портфеля ценных бумаг приводит к необходимости проведения довольно сложных расчетов по формированию прогнозного образа ожидаемой рыночной ситуации. Компенсация за сложность расчетов – повышение статистической устойчивости положительной доходности портфеля на упреждающих отрезках времени.

Список источников

1. Давнис, В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах: монография [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2006. – 380 с.
2. Давнис, В.В. Прогноз и адекватный образ будущего [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление. – 2005. – № 2. – С. 183-190.

ADAPTIVE APPROACH TO MOTIVATION OF INVESTMENT DECISIONS ON STOCK MARKET

Davnis Valeriy Vladimirovich,

Dr. Sc. of Economy, Professor, Chief of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru

Bakholdin Sergey Andreevich,

Post-graduate student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; itmme@econ.vsu.ru

The possibility of constructing models with adaptive properties to justify investment decisions is researched. As the device for realization of this plan it is offered to use the model of prediction of the image with an adaptive trend.

Keywords: Markowitz's model, Sharpe's model, adaptive prediction, the model of forecast image with the adaptive trend.