
ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВОЗМОЖНОСТИ ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ОБОСНОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Тинякова Виктория Ивановна,

доктор экономических наук, профессор кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; tviktoria@yandex.ru;

Стребков Андрей Юрьевич,

аспирант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; itmme@econ.vsu.ru

Анализируется сущность имитации. Обсуждаются методы имитационного моделирования. Обосновывается перспективность использования имитационного моделирования при решении задач прогнозного обоснования финансовых инвестиций.

Ключевые слова: имитация, имитационное моделирование, метод Монте-Карло, финансовые инвестиции

В основу имитационного моделирования положена понятная на интуитивном уровне и доступная для практической реализации идея подражания поведению моделируемого объекта, что делает его универсальным с позиций применения в различных областях человеческой деятельности. Эта универсальность, как показал анализ литературных источников, в которых исследуются вопросы имитационного моделирования, дает право на существование различных точек зрения на термин «имитация».

В общем случае имитационным моделированием называется «множество способов исследования, которые позволяют получить решение различных, в том числе хозяйственно-экономических проблем с помощью многократно повторяемых случайных реализаций (так называемых прогонов) модели изучаемого процесса или явления» [11, с. 195].

С позиции моделирования социально-экономических процессов наиболее точное, на наш взгляд, определение имитации как метода моделирования можно найти в [7, с. 232]. Там под имитационным моделированием понимается «процесс создания модели и ее экспериментальное применение для определения изменений реальной ситуации».

Однако все авторы едины в одном – они рекомендуют использовать аппарат имитационного моделирования при решении наиболее сложных

слабоструктурированных задач. Особо же эффективным, а в некоторых случаях, возможно, и единственным методом исследований имитационное моделирование становится при изучении социально-экономических процессов. Прежде всего, это связано с высоким уровнем сложности таких процессов и неопределенностью условий, в которых они протекают, в силу чего для них, как правило, не удастся получить удовлетворительное представление с помощью моделей классического типа. Более того, проведение экспериментов на реальных объектах социально-экономической природы с целью получения необходимой информации, очевидно, невозможно ввиду существования потенциальной опасности проявления негативных последствий. По этому поводу в [1] отмечается, что методы имитационного моделирования предоставляют возможность широкомасштабного использования математического аппарата и вычислительной техники для экспериментального исследования динамики процессов в сложных системах, где или затруднительно, или невозможно осуществлять прямой «натурный» эксперимент.

Сама по себе имитация может осуществляться с разной степенью детализации и с разным уровнем понимания характера имитируемых процессов. Наибольший интерес для нас представляют модели, с помощью которых удастся получать наиболее правдоподобные варианты траекторий поведения изучаемых социально-экономических процессов. В них предусматривается моделирование случайных величин с помощью метода Монте-Карло, авторами которого являются Н. Метрополис и С. Улам [14].

Метод Монте-Карло (метод стохастического моделирования) основан на моделировании случайных процессов с заданными характеристиками. Как известно, название методу дал город Монте-Карло, расположенный в княжестве Монако и славящийся своими казино, поскольку именно рулетка является простейшим механическим генератором процесса получения случайных чисел, используемых в данном методе.

Реализация метода Монте-Карло предполагает построение математической модели результирующего показателя как функции от переменных и параметров. Модель пересчитывается при каждом новом имитационном эксперименте, в течение которого значения основных неопределенных переменных выбираются случайным образом на основе генерирования случайных чисел. В этой связи хотелось бы отметить, что генераторы случайных чисел работают на детерминированных алгоритмах и воспроизводят так называемые «псевдослучайные числа», поскольку с некоторого момента последовательности этих псевдослучайных чисел начинают повторяться, т.е. они не являются независимыми. В простейших генераторах это происходит уже через несколько тысяч генераций, а в более сложных – через миллиарды генераций.

Затем результаты всех имитационных экспериментов объединяются в выборку и анализируются с помощью статистических методов с целью получения закона распределения вероятностей результирующего пока-

зателя. Обычно в качестве законов распределения переменных используются самые простые. К их числу можно отнести равномерный, нормальный, треугольный. В [9, с. 406] отмечается, что на выходные характеристики модели оказывает влияние тип закона распределения и наличие корреляционной связи между переменными модели.

В настоящее время с помощью аппарата имитационного моделирования решается достаточно много прикладных задач. По мнению, П. Джекела [6, с. 23] наиболее часто симуляции Монте-Карло находят в финансах, когда нам необходимо рассчитать ожидаемое значение функции $f(x)$ с учетом определенной плотности распределения $\psi(x)$ при $x \in \mathbb{R}^n$

$$v = E_{\psi(x)}[f(x)] = \int f(x) \psi(x) dx^n. \quad (1)$$

В строгом математическом смысле максимизация Монте-Карло (т.е. поиск максимального значения $f(x)$ для x в заданной области D) также может быть сформулирована, как уравнение (1). Это можно увидеть в следующем. При условии, что f неотрицательна во всей области D , определяем

$$m_s = \sqrt[s]{\int_D [f(x)]^s \psi(x) dx^n}. \quad (2)$$

Максимум f в D тогда задается пределом $\lim_{s \rightarrow \infty} m_s$. Хотя на практике никто не использует операцию взятия предела для определения действительного максимума функции f в области D , она является очень полезным «трюком» в случаях, когда целью является выведение частного дифференциального уравнения для стоимости деривативного контракта, которая зависит от максимальной стоимости базового актива на заданном интервале времени.

Самая простая форма интегрирования Монте-Карло для интегральных уравнений типа (1) может быть описана следующим образом:

- 1) определение процедуры выбора переменных x из целевой плотности распределения $\psi(x)$;
- 2) установить суммарную переменную `double RuningSum=0`, среднюю переменную `double RuningAverage` и счетчик `unsigned long i=0`;
- 3) рассчитать x_i и оценить $f_i := f(x_i)$;
- 4) добавить вычисленное значение функции к `RuningSum`;
- 5) увеличить счетчик i , т.е. `++ i`;
- 6) установить бегущее среднее как `RuningAverage= RuningSum/i`.

В результате имеем оценочную функцию Монте-Карло

$$\hat{v}_N := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i). \quad (3)$$

Итерации надо продолжать до выполнения требуемого числа повторений либо до момента, когда оценка ошибки упадет ниже некоторого порогового значения.

Зададим оценочную функцию Монте-Карло как среднее от множества индивидуальных реализаций случайной переменной V , т.е.

$$\hat{v}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i. \quad (4)$$

Руководствуясь центральной предельной теоремой, в предположении, что вариация V равна σ^2 , можем записать

$$\hat{v}_N \rightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right). \quad (5)$$

Поскольку \hat{v}_N стремится к нормальному распределению, то статистическая мера неопределенности в каждом результате моделирования задается стандартным отклонением

$$\sqrt{V[\hat{v}_N]} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (6)$$

На практике, как правило, значение вариации σ^2 случайной переменной V не известно. Однако, благодаря комбинации центральной предельной теоремы и теоремы непрерывного отображения, можно использовать вместо него оценку

$$\hat{\sigma}_N = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2\right) - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i\right)^2}. \quad (7)$$

В результате появляется возможность расчета стандартной ошибки

$$\delta_N = \frac{\hat{\sigma}_N}{\sqrt{N}}. \quad (8)$$

При использовании стандартной ошибки необходимо помнить, что она имеет статистическую природу и любая отдельная симуляция может дать результат, выходящий далеко за рамки стандартной ошибки.

К разряду традиционных задач, для решения которых рекомендуется использовать метод Монте-Карло, можно отнести задачу оценки риска. Подтверждение данной точки зрения легко обнаруживается в работах по финансовому и инвестиционному менеджменту. Практически во всех этих работах, рассматривается процедура применения метода Монте-Карло для оценки риска инвестиционного проекта.

Как отмечает Воронцовский А.В. в [3, с. 126], метод Монте-Карло объединяет две стороны методов прямого и косвенного измерения риска. С одной стороны, этот метод представляет собой модификацию дискретного подхода к анализу чувствительности, поскольку речь идет об оценке влияния изменения параметров денежного потока на чистую настоящую стоимость и другие критерии оценки инвестиционных проектов.

С другой стороны, основное отличие от дискретного метода состоит в том, что в процессе применения метода Монте-Карло формируется некоторое распределение значений чистой настоящей стоимости проекта, ставки внутреннего процента, индекса доходности и других показателей, которое определяется в зависимости от имитируемых случайных распределений выбранных факторов риска. Это позволяет получать оценки риска проекта в форме дисперсии, стандартного отклонения или коэффициента вариации по чистой настоящей стоимости или иному результирующему показателю.

Кроме того, метод Монте-Карло основан на имитационном моделировании случайных распределений выделенных параметров денежного потока на

ЭВМ. Этим он выгодно отличается от методов дерева решений и сценариев будущего развития.

В [13, с. 308] можно найти описание процедуры применения метода Монте-Карло для расчета VaR:

1. По ретроспективным данным рассчитываются оценки математического ожидания \bar{x} и волатильности σ .

2. С помощью датчика случайных чисел генерируются нормально распределенные случайные числа ε с математическим ожиданием, равным \bar{x} , и стандартным отклонением σ .

3. Заполняется полученными на предыдущем шаге случайными числами ε таблица размерностью 500 столбцов на 1000 строк.

4. Вычисляется траектория моделируемых цен вплоть до S_{1000} по формуле: $S_t = S_{t-1} e^{\varepsilon_{t-1}}$, где e – основание натурального логарифма, S_t – текущая цена (курс) актива.

5. Осуществляется переоценка стоимости портфеля по формуле: $\Delta V = Q(S_{1000} - S_0)$, где Q – количество единиц актива (для портфеля, состоящего из одного актива).

6. Шаги 4 и 5 выполняются 500 раз для заполнения таблицы 500x1000. Полученные 500 значений ΔV сортируются по убыванию (от самого большого прироста до самого большого убытка). Так ранжированные изменения можно пронумеровать от 1 до 500. В соответствии с желаемым уровнем доверия $(1 - \alpha)$ риск-менеджер может определить VaR как такой максимальный убыток, который не превышает в $500(1 - \alpha)$ случаях, т.е. VaR равен абсолютной величине изменения с номером, равным $500(1 - \alpha)$.

7. Шаги повторяются для каждого расчета каждого дневного VaR.

Известен вариант метода Монте-Карло, согласно которому можно не задавать какое-либо конкретное распределение для моделирования цен, а использовать непосредственно исторические данные. По аналогии с методом исторического моделирования, на основе ретроспективных данных моделируются гипотетические цены, последовательность которых не является единственной, так как выборка производится с возвращением, т.е. возмущение из исторических данных выбирается случайным образом, и каждый раз в выборе участвуют все данные. Такое построение выборки исторических данных позволяет учесть эффект «толстых хвостов» и скачки цен, не строя предположений о виде распределения. Это, безусловно, достоинство метода, который позволяет рассмотреть не одну траекторию цен, а сколь угодно много, что, как правило, повышает точность оценок. Недостатками этой методики является низкая точность при малых объемах выборки и использование предположения о независимости доходностей во времени.

Точность подражания реальным процессам в значительной степени зависит от правильности выбора используемых в имитационных моделях законов

распределения случайных величин. Правильность выбора, в свою очередь, обусловлена точностью идентификации этих законов и соответствующих параметров. Таким образом, правдоподобность имитации зависит от двух составляющих: адекватности, с которой моделируются законы, характеризующие взаимосвязь процессов, и точности воспроизведения случайных величин.

Проблемы, возникающие в процессе имитации, как правило, напрямую связаны с модельным представлением этих составляющих. Если говорить о первой составляющей, то коротко суть проблемы в следующем. Обычно в имитационных моделях закономерности отражаются в виде формализованных соотношений и уравнений с неизменной во времени структурой и все расчеты ведутся в предположении, что эта структура сохранится в будущем. На самом деле динамичность современных процессов не подтверждает правильность таких предположений. Скорость изменений так высока, что даже в краткосрочных прогнозах возникает необходимость в отражении структурной нестабильности.

Аналогичные проблемы касаются и второй составляющей. Параметры распределений, используемых для получения псевдослучайных величин, как правило, находятся в постоянном дрейфе. Это обычное явление для процессов, не удовлетворяющих свойствам стационарности. Становится очевидным, что если эти проблемы оставить незамеченными при построении имитационной модели, то уровень подражания естественным образом снизится, сделав модель неправдоподобной, а, следовательно, и непригодной для получения достоверных прогнозных оценок. Стремление ученых найти выход из подобной ситуации, в конечном счете, выразилось в разработке нового класса моделей, названных адаптивно-имитационными.

Сама идея применения адаптивного подхода в сочетании с имитационным моделированием впервые была высказана Е.М. Левицким в [10, с. 17]. Но должного развития ни в этой работе, ни в более поздней она не получила. В этих работах нет ни конкретных моделей, ни общих принципов их построения на основе подобного сочетания. И только в монографии В.В. Давниса [4] представлены конкретные вычислительные схемы адаптивно-имитационных моделей, а в работах И.Н. Булгаковой [2], В.И. Тиняковой [12], С.Ю. Зеленцовой [8] продемонстрированы прикладные возможности этих моделей для решения конкретных экономических задач.

В [5] показаны возможности адаптивно-имитационного моделирования для расчета прогнозных оценок риска экономических регуляторов, которые чаще всего задаются в виде некоторых нормативных величин (например, величина налоговых отчислений или кредитная ставка, размер валютного коридора).

Дальнейшее развитие идея совместного применения принципов адаптивного и имитационного моделирования получает в задачах перспективного анализа процессов, характеризующих поведение системы на микроуровне.

Основным недостатком адаптивно-имитационного подхода является отсутствие субъективных оценок при имитировании упреждающих значений моделируемых показателей. В то же время в экономике будущее рождается не только из тенденций прошлого: то, каким оно будет, зависит от рационального/нерационального поведения человека.

Сама же идея ориентация на имитационный подход при решении задач с результатами, отнесенными в будущее, представляется нам весьма перспективной, что объясняется целым рядом обстоятельств.

Во-первых, прогнозирование поведения моделируемого объекта является одним из наиболее важных направлений применения имитационного моделирования. Дело в том, что проведение экспериментов на большинстве реальных объектов для получения информации о состоянии их характеристик в упреждающие моменты времени, которые они еще не успели «прожить», невозможно осуществить в принципе. Имитационные же эксперименты не имеют столь строгой временной определенности, как эксперименты с реальными объектами. Их характерной чертой является то, что они проводятся не на самих объектах, а на моделях, с помощью которых поведение объектов можно изучать в любой, отличный от текущего, момент времени. Эта особенность позволяет результаты имитационных экспериментов использовать в качестве данных для построения математических моделей в упреждающие моменты времени.

Во-вторых, имитационные эксперименты для одного и того же момента времени могут проводиться многократно. Многократность предоставляет возможность реализовать принципиально новый подход к построению модели оптимального портфеля. В портфеле отражаются усредненные характеристики ожидаемого будущего, а не усредненные характеристики динамики, отраженной в исторических данных.

В-третьих, проведение имитационных экспериментов может осуществляться с привлечением различного рода моделей, описывающих динамику финансовых активов. Это открывает возможности для экспериментирования с различного рода предположениями относительно поведения рынка в перспективном периоде.

В-четвертых, методология имитационного моделирования, предусматривая участие экспертов в вычислительных экспериментах на ЭВМ, открывает возможность учитывать в моделях обоснования инвестиционных решений данных фундаментального анализа, которые известны на момент построения модели.

И, наконец, в-пятых, совместное применение имитационного моделирования и аппарата обоснования инвестиционных решений позволяют создать методику, в рамках которой формируются стратегии инвестирования с оценкой реального риска упреждающего момента.

Список источников

1. Багриновский, К.А. О методах имитационного моделирования эконо-

мических процессов [текст] / К.А. Багриновский // Имитационное моделирование экономических систем. – М.: Наука, 1978.

2. Булгакова, И.Н. Адаптивно-имитационное моделирование прогнозных оценок предкризисных ситуаций [текст] / И.Н. Булгакова, В.В. Давнис // Энергия. – 2001. – № 4(46). – С. 100-105.

3. Воронцовский, А.В. Управление рисками [текст] / А.В. Воронцовский. – СПб.: Изд-во С.-Петербурга. гос. ун-та, 2000. – 206 с.

4. Давнис, В.В. Адаптивное прогнозирование: модели и методы [текст] / В.В. Давнис. – Воронеж: Изд-во Воронежского госуниверситета, 1997. – 196 с.

5. Давнис, В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2006. – 380 с.

6. Джекел, П. Применение методов Монте-Карло в финансах [текст] / П. Джекел. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 256 с.

7. Ермаков, С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы [текст] / С.М. Ермаков. – М.: Наука, 1971. – 471 с.

8. Зеленцова, С.Ю. Разработка многомерных адаптивно-имитационных моделей прогнозирования социально-экономического развития региона: автореф. дис. ... канд. экон. наук [текст] / С.Ю. Зеленцова. – Воронеж, 2006. – 24 с.

9. Кузнецов, Б.Т. Инвестиции [текст] / Б.И. Кузнецов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – 679 с.

10. Левицкий, Е.М. Адаптация и моделирование экономических систем [текст] / Е.М. Левицкий. – Новосибирск: Наука, 1978. – 208 с.

11. Островская, Э. Риск инвестиционных проектов [текст] / Э. Островская. – М.: Экзамен, 2004. – 269 с.

12. Тинякова, В.И. Адаптивно-рациональное прогнозирование социально-экономических процессов автореф. дис. ... канд. экон. наук [текст] / В.И. Тинякова. – Санкт-Петербург, 2003. – 24 с.

13. Энциклопедия финансового риск-менеджмента [текст] / под ред. А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. – 878 с.

14. Metropolis, N. The Monte Carlo method [текст] / N. Metropolis, S. Ulam // J. Amer. Statistical assoc. – 1949. – 44, N 247. – Pp. 335-341.

SIMULATION MODEL-BUILDING AND POSSIBILITIES OF ITS USE IN THE PROBLEMS OF JUSTIFICATION OF FINANCIAL INVESTMENT

Tinyakova Viktoriya Ivanovna,

Dr. Sc. of Economy, Professor of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University;
tviktoria@yandex.ru

Strebkov Andrey Yuryevich,

Post-graduate student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University;
itmme@econ.vsu.ru

The nature of imitation is examined. The methods of simulation model-building are discussed. Prospects of simulation in solving forward-looking study of financial investments are justified.

Keywords: simulation, simulation model-building, Monte Carlo method, financial investment.