УДК 336.763.3

МОДЕЛИ ПОРТФЕЛЬНОГО ОБРАЗА И ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Давнис Валерий Владимирович,
доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vdavnis@mail.ru
Касаткин Сергей Евгеньевич,
кандидат экономических наук, докторант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
k_s_e@rambler.ru
Тимченко Ольга Викторовна,
соискатель кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; pgtushnik@mail.ru

Предлагается новый подход к обоснованию инвестиционных решений, предусматривающий формирование портфельного образа и применение принципа стохастического предпочтения наихудших вариантов. Приводятся результаты эмпирических исследований, подтверждающие эффективность предложенного подхода.
Ключевые слова: портфельный образ, прогнозный образ принцип стохастической предпочтительности, портфель ценных бумаг, одноиндексная модель, матрица взаимодействия активов

Введенный в [1] термин «портфельный образ инвестиционных решений», по сути, является одним из возможных вариантов практического использования модели прогнозного образа. Следовательно, построению портфельного образа должно предшествовать построение прогнозных образов активов, включаемых в портфель. И только на основе комбинаций, сформированных из различных вариантов прогнозных образов, с помощью модели портфельного инвестирования определяются варианты портфельного образа. Таким образом, портфельный образ это результат применения двух подходов: эконометрического для формирования вариантов прогнозного образа и оптимизационного для определения стратегий портфельного образа.

Понятно, что портфельный образ воспроизводит все многообразие возможных стратегий инвестирования. Возникает естественный вопрос об отборе наиболее перспективных стратегий, которые обеспечили бы доходность портфеля на упреждающих отрезках времени. Фактически необходим критерий, с помощью которого можно определить эти перспективные стратегии для упреждающего периода времени. В качестве такого критерия предлагается использовать принцип стохастического предпочтения наихудших вариантов портфельного образа. Смысл этого принципа раскрывает предположение, в соответствии с которым вероятность того, что реальность перспективного периода окажется не лучше наихудших вариантов исторического периода, как правило, очень мала. В некотором смысле этот принцип можно рассматривать как эконометрический вариант известного из теории игр минимаксного критерия. Но, по понятным причинам, эконометрическая реализация этого критерия не обеспечивает стопроцентную гарантию положительного результата. Поэтому для доказательства состоятельности этой идеи необходимы исследования, предусматривающие эмпирическую проверку данного принципа. Чтобы результаты этой проверки были убедительными, сформируем портфельные образы на основе различных моделей портфельного инвестирования.

Портфельный образ, как следует из сделанных выше пояснений, является результатом комбинирования двух подходов, следовательно, необходима согласованность моделей используемых в этих подходах. Такая согласованность очевидна, если в качестве базовой модели использовать портфель У. Шарпа. Именно в этой модели портфельного инвестирования существенно используются результаты регрессионного анализа. Как правило, модифицированные варианты моделей регрессионного анализа используются для формирования прогнозного образа. Поэтому наиболее полно и без затруднений портфельный образ можно сформировать из стратегий, определяемых с помощью модели Шарпа.

Портфельный образ на основе модели Шарпа. Известно, что структура модели Шарпа, полностью определяется одноиндексными моделями финансовых активов. Следовательно, разнообразие портфелей определяет соответствующее разнообразие одноиндексных моделей. Данное разнообразие не может быть произвольным. Это не тот случай, когда возможности эконометрики можно использовать в полном объеме и для каждого актива построить модели, отличающиеся друг от друга. Модели должны отражать линейную взаимосвязь доходности актива с доходностью индекса. В противном случае исчезает содержательный смысл, вкладываемый в построение портфеля Шарпа. Требуемое многообразие прогнозного образа необходимо получить с помощью такой модификации одноиндексных моделей, которая, обеспечив многовариантность, одновременно сохранит в каждой модели многообразия возможность формирования инвестиционного портфеля У. Шарпа. Для этих целей предлагается использовать прием, в соответствии с которым в одноидексных моделях изменяется только свободный член. Для этого случая общий вид модели может быть записан следующим образом:

$$r_{ti} = \alpha_i + \beta_i r_{It} + \sum_{j=1}^{m} d_{ij} x_{ij} + \varepsilon_{ti}, \quad i = \overline{1,n}, \tag{1}$$

где r_{ti} – доходность i-го актива в момент времени t; r_{It} – доходность индекса в момент времени t; α_i, β_i коэффициенты регрессионной модели i-го актива; d_{ij} – оцениваемый коэффициент при j-й дискретной переменной одноиндексной модели i-го актива; ε_{ti} – ненаблюдаемая случайная величина, характеризующая ту часть вариации моделируемого показателя, которая не объясняется соответствующими изменениями индекса; x_{ik} – k-я дискретная переменная в уравнении i-го актива, определяемая в соответствии с выражением

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, & r_{ti} - \alpha_i - \beta_i r_{It} - \sum\limits_{j<k} d_{ij} x_{ij} \geq 0; \\ -1, & r_{ti} - \alpha_i - \beta_i r_{It} - \sum\limits_{j<k} d_{ij} x_{ij} < 0. \end{cases}$$

Такая модификация, позволяющая изменить только свободный член одноиндексной модели, оставляет без изменений методику формирования портфеля У. Шарпа. От варианта к варианту варьируется только доходность активов, выраженная через коэффициенты α.

Многообразие вариантов портфельного образа определяется количеством активов, включаемых в портфель, и количеством альтернативных вариантов, предусмотренных модифицированной одноиндексной моделью. Чтобы изложить логику и детали формирования портфельного образа инвестиционных решений упростим ситуацию рассмотрением задачи небольших размеров.

Будем полагать, что портфель включает всего три актива и динамика каждого актива является временным ряд из альтернативных значений (низких и высоких) доходности. Портфельный образ инвестиционных решений в этом случае представляет собой многообразие из восьми вариантов. Формированию портфельного образа предшествует построение для каждого актива модели с двойной зависимостью от индекса, т.е. построение моделей вида

$$r_{1t} = \alpha_1 + \beta_1 r_{It} + d_1 x_{1t}; \quad r_{2t} = \alpha_2 + \beta_2 r_{It} + d_2 x_{2t}; \quad r_{31t} = \alpha_3 + \beta_3 r_{It} + d_3 x_{3t}.$$

$$P_{1t} = \Lambda_1(z_{It}) \qquad P_{2t} = \Lambda_2(z_{It}) \qquad P_{3t} = \Lambda_3(z_{It}),$$

где $\Lambda_k(z_{It})$ – логистическая функция распределения, позволяющая определить вероятность того, что доходность k-го актива низкая; z_{It} – отклонение динамики индекса от тренда или среднего в случае отсутствия тренда.

Двойная зависимость реализуется через линейную и нелинейную взаимосвязь доходности актива и индекса. Причем через линейную зависимость реализуется непрерывная взаимосвязь доходности актива и доходности индекса, а через нелинейную – скачкообразное изменение доходности актива в зависимости от величины отклонения индекса от тренда или среднего значения.

Варианты прогнозного образа комбинируются из возможных ситуаций, которые могут возникнуть на фондовом рынке с изменением доходности данных активов (табл. 1). Причем рассматриваются все ситуации, правдоподобные и неправдоподобные. В случае трех активов с двумя уровнями доходности рассматриваются следующие комбинации с соответствующими вероятностями их реальности, вычисленными в предположении, что рассматриваемые случаи независимы.

Таблица 1

Варианты возможного взаимодействия финансовых активов

Номер комбинации	Скорректированная на риск-эффект доходность			Вероятности реальности вариантов		
1	$\alpha_1 + d_1$	$\alpha_2 + d_2$	$\alpha_3 + d_3$	$(1-P_1)$	$(1-P_2)$	$(1-P_3)$
2	$\alpha_1 + d_1$	$\alpha_2 + d_2$	$\alpha_3 - d_3$	$(1-P_1)$	$(1-P_2)$	P_3
3	$\alpha_1 + d_1$	$\alpha_2 - d_2$	$\alpha_3 + d_3$	$(1-P_1)$	P_2	$(1-P_3)$
4	$\alpha_1 - d_1$	$\alpha_2 + d_2$	$\alpha_3 + d_3$	P_1	$(1-P_2)$	$(1-P_3)$
5	$\alpha_1 + d_1$	$\alpha_2 - d_2$	$\alpha_3 - d_3$	$(1-P_1)$	P_2	P_3
6	$\alpha_1 - d_1$	$\alpha_2 + d_2$	$\alpha_3 - d_3$	P_1	$(1-P_2)$	P_3
7	$\alpha_1 - d_1$	$\alpha_2 - d_2$	$\alpha_3 + d_3$	P_1	P_2	$(1-P_3)$
8	$\alpha_1 - d_1$	$\alpha_2 - d_2$	$\alpha_3 - d_3$	P_1	P_2	P_3

Для каждого варианта строится портфель Шарпа, определяющий соответствующую стратегию портфельного образа. Вероятностное описание портфельного образа определяется на основе моделей бинарного выбора, которые строятся для каждого актива по данным исторического периода.

Какие новые возможности для обоснования инвестиционных решений получаются при использовании портфельного образа? Таких возможностей несколько. Можно, например, ориентироваться на стратегию, вероятность реальности которой наибольшая. Наибольшая не означает большая, например, она может быть равна 0,25, поэтому надежность такого решения, как правило, невысокая. Вторая возможность ориентирована на использование в качестве стратегии математического ожидания портфельного образа. В эту стратегию включаются как те портфели, которые на упреждающем отрезке времени будут иметь положительную доходность, так и те, которые окажутся убыточными. Средний уровень не всегда обеспечивает выигрыш. Эта стратегия имеет смысл только для растущего рынка.

Особый интерес представляет реализация идеи, смысл которой в том, чтобы для формирования перспективной стратегии выбрать те варианты портфельного образа, которые построены для плохих ситуаций исторического периода, т.е. применить принцип стохастического предпочтения наихудших вариантов.

Ниже приведены результаты формирования портфельного образа из трех активов. В качестве информационного описания задачи взяты данные о ценовой динамике акций ведущих отечественных компаний за период с 12.01.2011 по 18.10.2011 гг. на ММВБ. Для моделирования использовались данные за период с 12.01.2011 по 30.09.2011 гг., упреждающий период – с 03.10.2011 по 18.10.2011 гг.

Результаты расчетов, приведенные в табл. 2, показали, что отбор вариантов с использованием принципа стохастического предпочтения наихудших вариантов имеет смысл. На историческом периоде варианты 6, 7, 8 были наихудшими, а на упреждающем показали устойчивую доходность.

Таблица 2

Риски и средние дневные доходности портфелей (упреждающий период)

Характеристика	Варианты портфельного образа							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Риск	0,45	0,50	0,43	0,66	0,51	0,74	0,35	0,37
Средняя доходность	-0,09	-0,34	-0,38	0,68	-0,67	0,38	0,42	0,24

Портфельный образ на основе модели с матрицей взаимодействия. Если модель Шарпа достаточно известна в финансовой теории, то модель с матрицей взаимодействия практически неизвестна. Поэтому изложим укрупненную схему ее построения.

Среднюю доходность актива на упреждающем периоде представим в виде прогнозной оценки по тренду скорректированной на усредненную величину риск-эффекта:

$$\hat{\overline{r}}_{t+\tau i} = \hat{a}_{0i} + \hat{a}_{1i}\overline{r}_{ti} + \hat{d}_i - 2\hat{d}_i\hat{P}_i, \quad i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

где $\hat{\overline{r}}_{t+\tau i}$ – прогнозная оценка среднего уровня доходности i-го актива; $\overline{r}_{ti}$ – средняя доходность, вычисленная за период, равный по величине и предшествующий упреждающему; $\hat{z}_{It+\tau}$ – экспертная оценка рыночной активности на упреждающем периоде; $\hat{P}_i$ – вероятность низкого уровня доходности i-го актива, рассчитанная по

$$\hat{P}_i = \Lambda\left(\hat{z}_{It+\tau}\right). \tag{3}$$

Обозначив вектор структуры портфеля $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_n)'$, выразим ожидаемую доходность портфеля на упреждающем отрезке времени:

$$r_{t+\tau\, m} = w_1 r_{t+\tau 1} + w_2 r_{t+\tau\, 2} + \cdots + w_n r_{t+\tau\, n} =$$

$$= w_1(\hat{a}_{01} + \hat{a}_{11}\overline{r}_{t1}) + w_2(\hat{a}_{02} + \hat{a}_{12}\overline{r}_{t2}) + \cdots + w_n(\hat{a}_{0n} + \hat{a}_{1n}\overline{r}_{tn}) +$$

$$+ w_1(\hat{d}_1 - 2\hat{d}_1\hat{P}_1) + w_2(\hat{d}_2 - 2\hat{d}_2\hat{P}_2) + \cdots + w_n(\hat{d}_n - 2\hat{d}_n\hat{P}_n). \tag{4}$$

В выражении (4) доходность портфеля имеет две составляющие: гарантируемую трендами активов, предсказанную экспертами через риск-эффекты. Максимизация такой доходности формирует виртуальный портфель, доходность которого может существенно отличаться от той, которую реально получит инвестор, причем в обе стороны. Во избежание этого суммарный риск-эффект портфеля должен минимизироваться.

Если с доходностью стало яснее, то риск, выраженный специально сконструированной матрицей взаимодействия финансовых активов, требует специальных пояснений. По замыслу в этой матрице концентрируется информация об ожидаемом риск-эффекте портфеля, а не о его среднем риске.

Рассматривая портфель двух активов, формула определения взаимодействия двух активов в портфеле, может быть записана в виде:

$$IA_p(w_1r_1 + w_2r_2) = IA(w_1r_1w_1r_1) + IA(w_2r_2w_2r_2) + IA(w_1r_1w_2r_2) + IA(w_2r_2w_1r_1) =$$

$$= w_1^2 IA(r_1r_1) + w_2^2 IA(r_2r_2) + w_1w_2 IA(r_1r_2) + w_2w_1 IA(r_2r_1)\,. \qquad (5)$$

Более удобно это выражение в матричной форме:

$$IA_p = (w_1, \quad w_2) \times \begin{pmatrix} IA(r_1r_1) & IA(r_1r_2) \\ IA(r_2r_1) & IA(r_2r_2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Структура матрицы (6) позволяет сделать обобщение на портфель, в который включено более двух активов. Принципиальное различие между матрицей взаимодействия и ковариационной матрицей, как не трудно понять, не в структуре (обе они симметричны), а в определении элементов, из которых они формируются. В матрице взаимодействия реализован аддитивный механизм, различающий четыре возможные ситуации. К тому же диагональные элементы матрицы вычисляются по иной формуле, нежели внедиагональные. Это связано с тем, что взаимодействие актива самого с собой описывается двумя ситуациями, а с другими – четырьмя. Поэтому вероятности реальности ситуаций первого случая оцениваются с помощью эконометрической модели бинарного выбора (7)

$$\mathrm{P}(x_t = 0 \mid z_{It}) = \Lambda(z_{It})\,. \qquad (7)$$

Тогда математическое ожидание взаимодействия актива с самим собой вычисляется по формуле (8).

$$IA\left(r_k\ r_k\right) = 2d_k - 4d_kP_k\,. \qquad (8)$$

Для внедиагональных элементов на момент определения результатов взаимодействия финансовых активов между собой вероятностное распределение их риск-эффектов известно. Определяется вероятностное распределение результатов взаимодействия с помощью эконометрической модели множественного выбора. Построение этой модели осуществляется следующим образом.

Возможным вариантам взаимодействия присваиваются условные номера

$$\begin{array}{llll} -d_1 - d_2 \;\Leftrightarrow\; 0; & & d_1 - d_2 \;\Leftrightarrow\; 2; \\ -d_1 + d_2 \;\Leftrightarrow\; 1; & & d_1 + d_2 \;\Leftrightarrow\; 3 \end{array},$$

и по данным исторического периода оцениваются вероятности каждого из них в зависимости от отклонений доходности рынка от тренда или среднего значения. Общий вид оцениваемых моделей множественного выбора записывается следующим образом:

$$P_i = \mathrm{P}(x_i = j \mid z_{It}), \qquad j = 0, 1, 2, \tag{9}$$

$$P_3 = P(x_i = 3 \mid z_{It}) = 1 - P_0 - P_1 - P_2 . \tag{10}$$

Математическое ожидание взаимодействия двух активов при известных d_k и P_k записывается в виде:

$$IA(r_1\, r_2) = d_1 + d_2 - 2d_2P_2 - 2d_1P_1 - 2(d_1 + d_2)P_0 . \tag{11}$$

Идеи формирования портфельного образа с матрицей взаимодействия подобны идеям, которые были реализованы в рамках модели У. Шарпа. Предполагается, что динамика активов, включаемых в портфель, имеет два уровня. Рассматриваются все возможные комбинации, которые теоретически могут получиться.

Варианты возможных комбинаций для случая трех финансовых активов представлены в табл. 3.

Таблица 3

Варианты риск-эффектов для формирования матрицы взаимодействия

Номер комбинации	Варианты изменения доходности			Вероятности реальности вариантов		
1	d_1	d_2	d_3	$(1-P_1)$	$(1-P_2)$	$(1-P_3)$
2	d_1	d_2	$-d_3$	$(1-P_1)$	$(1-P_2)$	P_3
3	d_1	$-d_2$	d_3	$(1-P_1)$	P_2	$(1-P_3)$
4	$-d_1$	d_2	d_3	P_1	$(1-P_2)$	$(1-P_3)$
5	d_1	$-d_2$	$-d_3$	$(1-P_1)$	P_2	P_3
6	$-d_1$	d_2	$-d_3$	P_1	$(1-P_2)$	P_3
7	$-d_1$	$-d_2$	d_3	P_1	P_2	$(1-P_3)$
8	$-d_1$	$-d_2$	$-d_3$	P_1	P_2	P_3

Каждая модель из многообразия моделей портфельного образа является отражением одной из уникальных ситуаций. Так, например, матрица аддитивного взаимодействия для комбинации 3 из табл. 3, записывается следующим образом:

$$IA_p = \begin{pmatrix} 0 & d_1 - d_2 & d_1 + d_3 \\ -d_2 + d_1 & 0 & -d_2 + d_3 \\ d_3 + d_1 & d_3 - d_2 & 0 \end{pmatrix}. \tag{12}$$

Диагональные элементы этой матрицы равны нулю, взаимодействие доходности актива самого с собой отсутствует. Тогда общий вид k-ой модели портфельного образа с матрицей взаимодействия в первом подходе записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \mathbf{w}'_k \mathbf{IA}_{pk} \mathbf{w}_k \to \min \\ \mathbf{w}'_k \hat{\mathbf{r}}_k = \rho \\ \mathbf{w}'_k \mathbf{i} = 1 \end{cases}. \quad (13)$$

Компоненты вектора $\hat{\mathbf{r}}_k$ представляют собой расчетные значения, скорректированные на величину ожидаемого в рассматриваемой ситуации риск-эффекта, т.е. i-ая компонента рассчитывается по формуле

$$\hat{r}_{ki} = a_{0i} + a_{1i}\overline{r}_i + d_k. \quad (14)$$

Возможен и другой подход к формированию портфельного образа. Он основан на использовании матрицы взаимодействия, элементы которой формируются из математических ожиданий (11) взаимодействия каждой пары активов. В данном подходе учитывается стохастическая взаимосвязь активов, позволяет формировать портфельный образ только из правдоподобных вариантов, что значительно сокращает объем расчетов, проводимых при формировании портфельного образа. Основой механизма взаимосвязей является зависимость доходности всех активов от доходности рыночного индекса. Изменение доходности индекса вызывает соответствующие изменения доходности каждого актива. В силу этого индекс можно использовать как фактор, лежащий в основе формирования вариантов портфельного образа. Вычислительная схема, реализующая этот подход очевидна. Выбирается шаг изменения индекса и при каждом конкретном значении индекса осуществляется расчет необходимых для построения портфеля характеристик: ожидаемых доходностей активов, включаемых в портфель, и коэффициентов матрицы взаимодействия этих активов.

Результаты вычислений, полученные для случая, когда использовалась первая схема формирования портфельного образа, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Риски и средние дневные доходности портфелей (упреждающий период)

Характеристика	Варианты портфельного образа							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Риск	-3,09	2,25	1,64	1,78	-0,34	-0,17	-0,65	3,16
Средняя доходность	0,10	0,70	-0,46	-0,28	-0,74	0,22	0,25	0,57

Получен результат, аналогичный тому, который был продемонстрирован в табл. 2. Этот результат подтверждает вывод о том, что принцип стохастического предпочтения наихудших вариантов может использоваться в практике обоснования инвестиционных решений.

Портфельный образ на основе модели с оценкой отношения инвестора к риску. Модели портфельного инвестирования с учетом отношения инвестора к риску специфичны в том, что критерий оптимизации задается в виде свертки. Функция цели сконструирована как разность между доходностью портфеля и его риском. Ее максимизация позволяет сформировать портфель, который должен обеспечивать инвестору получение максимального дохода за минусом риски. Ни одна из характеристик пары «риск-доходность» в этой модели не фиксируется. Это позволяет определить соотношение между риском и доходностью. Регулирование этого соотношения осуществляется через дополнительный параметр $\tau \geq 0$, интерпретируемый как несклонность инвестора к риску.

Задача оптимизации, решаемая для определения эффективного портфеля с учетом отношения инвестора к риску, записывается в виде

$$\begin{cases} 2\tau\,\mathbf{w}'\mathbf{r} - \mathbf{w}'\mathbf{\Sigma}\mathbf{w} \to \max \\ \mathbf{w}'\mathbf{i} = 1 \end{cases}. \tag{15}$$

Чтобы на основе модели (15) сформировать портфельный образ введем дополнительные обозначения. Пользуясь табл. 3, в которой представлены варианты возможных изменений доходности активов введем в рассмотрение векторы, компоненты которых представляют собой величины этих изменений, т.е.

$$\mathbf{d}_1 = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}_2 = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ -d_n \end{pmatrix}, \quad \cdots\cdots, \quad \mathbf{d}_N = \begin{pmatrix} -d_1 \\ -d_2 \\ \vdots \\ -d_n \end{pmatrix}. \tag{16}$$

В этих обозначениях N – это количество вариантов портфельного образа. Каждый вариант отличается от другого варианта хотя бы одной компонентой. Способы определения возможных изменений те же, что и в предыдущих моделях. Правда, следует заметить, что если в ранее рассмотренных моделях эконометрический подход был обязательной процедурой для определения возможных изменений, то в этой модели допускаются и другого типа процедуры, например, экспертные.

Введем обозначения скорректированных доходностей активов

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} + \mathbf{d}_1, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{r} + \mathbf{d}_2, \quad .\ .\ .\ .\ . \quad \mathbf{r}_N = \mathbf{r} + \mathbf{d}_N. \tag{17}$$

Нужно отметить, что изменение средних значений должно однозначно приводить и к изменению ковариационной матрицы. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, будем нумеровать ковариационные матрицы. Таким образом, каждый вариант отличается от другого варианта и средними значениями доходности и ковариационными матрицами. По сути, каждый вариант обладает собственными инвестиционными возможностями.

Модель для k-го варианта портфельного образа может быть записана следующим образом

$$\begin{cases} 2\tau\,\mathbf{w}'_k\mathbf{r}_k - \mathbf{w}'_k\mathbf{\Sigma}_k\mathbf{w}_k \to \max \\ \mathbf{w}'_k\mathbf{i} = 1 \end{cases}, \quad k = 1, 2, \ldots, N \tag{18}$$

В отличие от других в этой модели есть параметр τ, который интерпретируется как отношение инвестора к риску. Его можно использовать при формировании портфельного образа, регулируя отношением к риску доверие и недоверие инвестора к соответствующему варианту портфельного образа.

Выражение, определяющее структуру эффективного портфеля, записывается в виде

$$\mathbf{w}_k = \frac{1}{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{i}}\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{i} + \tau\left(\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{r}_k - \frac{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{r}_k}{\mathbf{i}'\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{i}}\boldsymbol{\Sigma}_k^{-1}\mathbf{i}\right), \quad k = 1, 2, \ldots, N. \qquad (19)$$

Таким образом, каждый вариант портфельного образа состоит из двух портфелей: портфеля с минимальной доходностью и самофинансируемого портфеля. Сумма компонент вектора, определяющего структуру минимального портфеля равна единице, а сумма компонент вектора, задающего структуру самофинансируемого портфеля равна нулю.

Структура минимального портфеля определяется через ковариационную матрицу, а структура самофинансируемого – через ковариационную матрицу и вектор доходностей активов портфеля. Это позволяет реализовать две схемы, по которым можно формировать портфельный образ. Первая схема, логика которой уже фактически изложена, позволяет сформировать портфельный образ, в котором все варианты отличаются друг от друга и минимальным портфелем и самофинансируемым портфелем. Вторую схему расчетов можно построить таким образом, чтобы во всех рассчитываемых вариантах ковариационная матрица оставалась неизменной. Тогда у всех вариантов портфельного образа будет одна и та же структура минимального портфеля, но различные самофинансируемые портфели.

Результаты вычислительного эксперимента для случая, когда варианты портфельного образа отличаются друг от друга и минимальным портфелем и самофинансируемым приведены в табл. 5.

Таблица 5

Риски и средние дневные доходности портфелей

Характеристика	Варианты портфельного образа							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Риск	4,46	4,42	4,30	4,01	3,97	4,12	4,63	4,34
Средняя доходность	0,07	0,08	-0,06	0,33	-0,29	0,23	0,19	0,09

Как и в предыдущих, в рассматриваемом случае принцип стохастического предпочтения наихудших вариантов, оказался действенным. Важно отметить, что положительную доходность в упреждающем периоде показывают не только наихудшие варианты, но стабильность демонстрировали только наихудшие на историческом периоде варианты. Полученные результаты позволяют констатировать, что первые эмпирические исследования предложенного подхода к обоснованию инвестиционных решений оказались успешными.

Список источников

1. Борисов, А.Н. Портфельный образ инвестиционных решений на

фондовом рынке [текст] / А.Н. Борисов, О.В. Тимченко // Современная экономика: проблемы и решения. – 2011. – №7(19). – С. 139-148.

2. Давнис, В.В. Модифицированный вариант модели Шарпа, его свойства и стратегии управления инвестиционным портфелем [текст] / В.В. Давнис, С.Е. Касаткин, Е.А. Ратушная // Современная экономика: проблемы и решения. – Воронеж, 2010. – № 9. – С. 135-146.

MODELS OF PORTFOLIO IMAGE AND ESTIMATION OF POSSIBILITY OF ITS PRACTICAL USE

Davnis Valeriy Vladimirovich,
Dr. Sc. of Economy, Professor, Chief of the Chair of Information Tech¬nologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru
Kasatkin Sergey Yevgenyevich,
Ph. D. of Economy, Candidate for a doctor's degree of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; k_s_e@rambler.ru
Timchenko Olga Viktorovna,
Degree-seeking Student of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economics of Voronezh State University;
pgtushnik@mail.ru

A new approach to the justification of investment decisions, providing formation of a portfolio of image and application of the principle of stochastic preference of the worst choicesis offered in the article. The results of empirical studies supporting the effectiveness of the proposed approach are considered.
Keywords: portfolio image, forecast image, principle of stochastic preference, portfolio of securities, single-index model, matrix of interaction of assets.