
ОЦЕНКА СПРОСА НА ОСНОВЕ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Набиуллин Ильгиз Фнунович,

аспирант кафедры управления строительством Воронежского государственного архитектурно-строительного университета;
ella_ok16@mail.ru

В статье рассматривается процесс моделирования взаимодействий в системе «Поставщик-Потребитель», эконометрический и статистический анализ изменений товарного ассортимента, движения материалов и продукции. На основе логистической модели кривой рыночного спроса, получена оценка прироста спроса на продукцию.

Ключевые слова: логистическая функция, рыночный спрос, реализация товаров, ассортимент продукции, метод ABC и XYZ, эластичность спроса.

Несмотря на то, что предприятия отличаются друг от друга размерами, структурой, продукцией, которой они торгуют или которую выпускают, всем им приходится иметь дело в процессе деятельности с оптимизацией организации закупок товара. Чем крупнее фирма, тем серьезнее стоят перед ней проблемы проектирования оптимального и эффективного потока материальных ценностей. С одной стороны, широта ассортимента, наличие прогрессивных форм обслуживания, оптимальная ценовая политика фирмы существенно влияют на объем продаж готовой продукции, а, следовательно, на финансовое состояние фирмы. С другой стороны, за счет возможного увеличения срока реализации товаров может наблюдаться временное омертвление финансовых ресурсов организации, что уменьшает, в конечном счете, доходность торговых операций [8].

Для достижения положительных финансовых результатов, помимо управления закупками и товарными запасами, важным элементом является регулирование отпускных цен на продукцию. Решающее значение для ценообразования предприятия играют его расположение и круг покупателей (также, может быть, комфорт покупателей и культура обслуживания). Кратчайший период анализа предприятия опирается на предположение фиксированности его ресурсов (торговых площадей, трудовых ресурсов, оборудования, складов). Здесь прибыль предприятия определяется ассортиментом и стоимостью продукции, закупаемой для последующей реализации [1].

Предприятия-поставщики предлагают на рынке большой ассортимент товаров. Поэтому процесс моделирования взаимодействий в системе «Поставщик-Потребитель», эконометрический и статистический анализ изменений товарного ассортимента, движения материалов и продукции громоздок и сложен. Чтобы облегчить такую задачу обычно рассматривают ассортиментные группы товаров, а не товары по отдельности.

Рассмотрим различные способы классификации исходного ассортимента продукции на товарные группы с определенными характеристиками, причем число таких групп много меньше числа позиций товаров из исходного ассортимента. Такой подход позволяет уменьшить число рассматриваемых переменных при построении математической модели функционирования системы «Поставщик-Потребитель».

Пусть исходное множество M продуктов разбивается на непересекающиеся группы m_j продуктов так, что $M = (m_1, \dots, m_s)$, причем перекрестная эластичность спроса по цене равна нулю, для любых двух продуктов, оказавшихся в разных группах. Такая группа продуктов, связанных отношениями взаимозаменяемости и взаимодополняемости, называется отделимой группой товаров [2].

Всю совокупность продуктов, входящих в одну группу, будем называть агрегированным продуктом или агрегатом. В рассматриваемом кратчайшем периоде группы продуктов будем считать фиксированными, однако в каждый момент времени в продаже не обязательно могут находиться все продукты из того или иного агрегата. Так, способ агрегирования некоторых

характеристик товарных групп или агрегатов: $W = \sum_{i=1}^s w_i$ – спрос на

агрегированный продукт; $P = \frac{\sum_{i=1}^s p_i w_i}{\sum_{i=1}^s w_i}$ – цена или индекс цен продуктов

группы; $AVC = \frac{\sum_{i=1}^s avc_i w_i}{\sum_{i=1}^s w_i}$ – средние издержки на единицу агрегированного

продукта или индекс средних издержек.

Рассмотрим подход, основанный на анализе составляющей квазиаренты. Квазиарента – величина дохода, остающаяся после уплаты переменных издержек фирмы в краткосрочном периоде.

Обозначим $\{z_t\}$, $\{P_t\}$ – временные ряды, где z_t – величина составляющей квазиаренты, полученной от реализации продукции группы товаров в момент времени t ; P_t – индекс цен на продукты группы в момент времени t .

Допустим, построена экономическая зависимость $z = h(P)$. Тогда индекс цен на продукцию группы может определяться из условия $h' = 0$.

Если значения P^* лежат вне интервала, содержащего фактические значения индекса цен P_t , то появляется основание для корректировки отпускных цен на продукцию группы с целью изменить индекс цен в нужном

направлении. Увеличение цен на все продукты агрегата может привести к снижению индекса цен на агрегат, причем обратное утверждение также выполняется. Справедливы следующие утверждения.

Если агрегат состоит из двух взаимозаменяемых продуктов и величина спроса на каждый продукт больше нуля, то малое увеличение цены на продукт, имеющий меньшую или равную цену, приведет к увеличению индекса цен на агрегат.

Если агрегат состоит из двух взаимозаменяемых продуктов и величина спроса на каждый продукт больше нуля, то малое снижение цены на продукт, имеющий большую или равную цену, приведет к снижению индекса цен на агрегат.

Таким образом, был рассмотрен всего лишь один из подходов формирования агрегированных групп продуктов или агрегатов [3] и выделен ряд полезных свойств для такого представления ассортимента продукции. Существуют и другие способы классификации товаров. Например, для управления закупками определение товарных групп осуществляется на основе ABC-классификации, принципиально отличающейся от рассмотренной ранее.

При логистической оптимизации многономенклатурных запасов широко используется метод ABC или Классификация ABC [4], который основывается на принципе "20/80", открытом более 100 лет назад итальянским экономистом и социологом Вильфредо Парето. Суть его отражает подтверждаемый мировой торговой практикой факт: прибыль от продаж примерно 20–25% всех артикулов ассортимента составляет около 70–80% всей валовой прибыли (поставщика, товарной категории либо розничной сети в целом). В соответствии с классификацией ABC весь ассортимент распределяется на три или более уровней приоритета (при номенклатуре более 3000 артикулов рекомендуется 4 уровня).

Для практического классифицирования ассортимента (групп товаров, поставщиков, категорий и т.д.) применяется следующий алгоритм:

- рассчитывается общее количество артикулов в ассортименте;
- рассчитывается количество артикулов каждого приоритета в соответствии с их суммарной долей в ассортименте (см. табл.);
- рассчитываются прибыль по каждому артикулу и валовая прибыль по ассортименту;
- рассчитывается доля прибыли каждого артикула в валовой прибыли;
- данные сортируются по столбцу с долями прибыли (в порядке убывания);
- артикулы распределяются по приоритетам в соответствии с их количествами, то есть верхним 10% присваивается приоритет А, последующим 15% – приоритет В и т.д.;
- рассчитывается накопленная доля прибыли каждого приоритета.

Доля в ассортименте – доля в прибыли

Приоритет	Суммарная доля артикулов в ассортименте	Суммарная доля прибыли артикулов в валовой прибыли
A	10%	45%
B	15	25%
C	25%	20%
D	50%	10%
Итого	100%	100%

Анализ ABC является также вспомогательным средством для классификации хранимых изделий и основан на их стоимости, а также на других данных. Этот метод классификации продукции позволяет распределить их, например, на основе объема или веса, выяснить размеры складского помещения и количество транспортных средств. Такой подход облегчает размещение в особенности тяжелых и объемных деталей при одновременном учете их стоимости и соблюдении удобства получения со склада. После проведения анализа может быть принято решение о создании склада мелких деталей, которые должны быть всегда готовы к отправке.

Для исследуемых соотношений количества и стоимости этот анализ приводит к следующим результатам: небольшое количество наименований изделий и материалов составляет большую часть стоимости, а для большого количества наименований эта доля стоимости весьма мала.

Выводами из этого анализа для деталей А являются:

- необходимость точного расчета величины заказа;
- состояние запасов следует тщательно контролировать;
- роль информации об этих деталях для клиентов повышается.

Для деталей С в этом случае:

- оценивается оптимальное количество заказов;
- определяется величина потребления за длительный период времени.

Наряду с ABC-анализом применяется также XYZ-анализ [4]. С помощью XYZ-анализа ассортимент находящийся на складе изделий распределяется в зависимости от частоты их потребления:

- изделия из ассортимента относят в группу X, если величина их потребности постоянна, характер колебаний в их расходе незначителен и точность предсказания высока;
- изделия из ассортимента относят в группу Y, если заранее известны тенденции определения потребности в них, например сезонные колебания, и такие изделия характеризуются средними возможностями прогноза;
- изделия из ассортимента относят в группу Z, если они потребляются нерегулярно, какие-либо тенденции отсутствуют, прогнозирование их потребности неточно.

Построение кривой XYZ основано на анализе прошлого опыта и использования метода наименьших квадратов для создания регрессионной зависимости. Исходя из стандартных отклонений, рассчитывается сигма-коэффициент вариации, характеризующий относительное распределение деталей по их средней стоимости.

Рассмотрим подход, связанный с агрегированием товарного ассортимента на основе уменьшения размерности исходных данных [6]. На основе ассортимента продукции и материалов можно выделить агрегированный продукт методами редукции данных. К ним относятся методы факторного анализа и кластерного анализа [7], осуществляющие разбиение исходного множества признаков на группы на основе корреляционных связей между исходными признаками. Во вновь сформированной группе выделяется фактор, имеющий наибольшую интегральную характеристику корреляционных связей со всеми факторами данной группы. Использование таких методов предполагает наличие у «Поставщика» обширной статистики оборота материалов и изделий по объемам реализации, изменениям цен.

Выделение признаков для разбиения на группы товаров проводится на основе статистики оборота товаров оптового склада, так как здесь учитываются объемы спроса и ассортимент закупаемой продукции фирмами – клиентами. Наиболее приближенную к реальности картину даст классификация товаров посредством отнесения в одну группу товаров, схожих по потребительским свойствам, физическим характеристикам и одинаковому уровню цен на них.

Далее «Поставщик» оперирует уже не с отдельными продуктами, а с группами материалов и изделий, спрос на агрегированный продукт представляется как совокупный спрос на все товары группы:

$$Y_k = \sum_{i \in J^k} y_i . \quad (1)$$

Здесь k – индекс группы, i – индекс исходного ассортимента, J^k – множество индексов товаров, входящих в группу k .

Индекс цен для агрегированного продукта определяется как общая выручка по группе продуктов за некоторый период времени, отнесенная к совокупному спросу на товары группы:

$$P_k = \left(\sum_{i \in J^k} p_i \cdot y_i \right) / \sum_{i \in J^k} y_i . \quad (2)$$

Таким образом, появляется возможность анализировать временные ряды спроса, индекса цен на агрегированный продукт. Наряду с этими преимуществами происходит значительное упрощение процесса моделирования и анализа в системе «Поставщик-Потребитель» строительного комплекса.

Серьезная проблема реализации модели «Поставщик-Потребитель» заключается в наличии большого числа хозяйственных связей с потребителями и случайности спроса отдельного потребителя. В качестве способа решения этой проблемы можно предложить классификацию

потребителей по определенным характеристикам. В связи с разбиением на группы, потребители, входящие в одну группу, должны быть эквивалентны с точки зрения признака, по которому осуществляется группировка. Поэтому, в каждый момент времени можно рассматривать поток заявок на закупку товаров от определенной группы торговых фирм.

Выделение признаков для разбиения на группы потребителей может проводиться на основе статистики оборота товаров поставщика, так как здесь учитываются объемы спроса и ассортимент покупаемой продукции. Потребители, входящие в одну группу, должны характеризоваться схожими объемами спроса на товары или агрегаты и ассортиментом закупок. Разбиение, удовлетворяющее таким условиям, можно получить, применяя методы кластерного анализа. Для выделенных групп потребителей можно однозначно определить характеристики каждого кластера, но наряду с кластерным анализом, необходимо проводить факторный анализ, результаты которого дают обобщенную картину структуры функционирования потребителей, с учетом известного распределения факторных нагрузок товаров или агрегатам по этим группам.

Сформированные группы потребителей можно дифференцировать по соотношению нагрузок полученных факторов, определяющих характеристики группы, с точки зрения особенностей ее взаимодействия с поставщиком, а факторные нагрузки каждого потребителя незначительно отклоняются от нагрузок других потребителей внутри данной группы. Таким образом, выделение групп организаций методами редукции данных, позволит значительно уменьшить размерность исходных данных. Кроме того, спрос группы потребителей является более прогнозируемым, в силу относительного постоянства заявок в единицу времени, по сравнению с поведением отдельной организации.

Для математического описания обратной связи между ценой товара и объемом спроса представляется целесообразным воспользоваться логистической моделью и той информацией, которая может быть определена в результате наблюдения за квазиравновесным состоянием рынка (статистически равновесными состояниями между ценой и спросом). При эволюции самых разнообразных взаимодействующих объектов широко используется система обыкновенных дифференциальных уравнений Лотки-Вольтерра [4] вида:

$$\frac{dN_i}{dt} = N_i(b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}N_j), \quad (3)$$

где N_i – количественная мера i -ой группы взаимодействующих объектов; b_i и a_{ij} – постоянные, характеризующие эволюцию i -ой группы объектов в отсутствие других конкурирующих объектов; $A = (a_{ij})$ – матрица взаимодействия.

При моделировании процессов в математической экономике система уравнений Лотки-Вольтерра используется для описания и исследования устойчивости процессов взаимодействия взаимодействующих и взаи-

мозаменяющих товаров в условиях динамического рынка. На основе этих уравнений представляется возможным конкретизировать аналитический вид кривой спроса [8].

На формирование рыночного спроса оказывают влияние многие факторы. Если отвлечься от неценовых детерминант спроса и при прочих равных условиях, объем спроса уменьшается, если цена товара p растет. Следовательно, трансформируя уравнения Лотки-Вольтерра, кривая рыночного спроса $q(p)$ определяется уравнением вида:

$$\frac{dq}{dp} = -q(b - aq) . \quad (4)$$

Интегрируя это уравнения, находим, что зависимость объема рыночного спроса от цены товара p описывается логистической функцией:

$$q = \frac{\frac{b}{a}}{1 - (1 - \frac{b}{aq_0})e^{bp}} , \quad (5)$$

где q_0 – максимальное значение спроса, соответствующее максимальной цене товара.

С целью расширения прогностических возможностей кривой спроса и для определения коэффициентов логистической кривой используется информация о ценовой эластичности спроса и статистическая информация о спросе и цене в области квазиравновесного состояния системы «объем спроса – цена товара».

С математической точки зрения коэффициент ценовой эластичности E_d представляет собой отношение темпов роста объема спроса и цены:

$$E_d = \left(\frac{dq}{dp} \frac{p}{q} \right)_{\substack{p=\bar{p} \\ q=\bar{q}}} , \quad (6)$$

определенную для какой-либо характерной известной точки кривой спроса (\bar{p}, \bar{q}) , основываясь, например, на статистических данных за предыдущий период.

Таким образом, с учетом дифференциального уравнения спроса (3) коэффициент ценовой эластичности E_d связывают с параметрами логистической кривой a и b следующим образом:

$$E_d = \bar{p}(a\bar{q} - b) . \quad (7)$$

В результате статистического анализа объема спроса и цены товара для стационарной точки квазиравновесного состояния системы «объем спроса – цена товара», определяются средние значения параметров p и q , их дисперсии σ_p^2 и σ_q^2 и коэффициент корреляции r_{pq} , откуда коэффициент ценовой эластичности выглядит следующим образом:

$$E_d = r_{pq} \frac{\tau_q}{\tau_p} \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{q}} . \quad (8)$$

Здесь $r_{pq} \frac{\tau_q}{\tau_p} = \beta_{pq}$ – коэффициент регрессии спроса на цену товара

(где $\tau_p = \sigma_p^2$ и $\tau_q = \sigma_q^2$). Он показывает, на сколько единиц своего измерения увеличивается ($\beta > 0$) или уменьшается ($\beta < 0$) в среднем спрос (условное математическое ожидание спроса в зависимости от цены), если цена увеличивается на один рубль.

С другой стороны, ценовую эластичность можно представить как относительное изменение спроса при изменении цены:

$$E_d = \left(\frac{\bar{q} - q}{\bar{q}} \right) / \left(\frac{\bar{p} - p}{\bar{p}} \right), \quad (9)$$

где (\bar{p}, \bar{q}) – известная точка кривой рыночного спроса (из статистических данных за предыдущий период); q – прогнозируемое значение спроса; p – измененное значение отпускной цены.

Изменение отпускной цены, равно как и спроса, может быть выражено относительно известного значения (p, q) . Если принять v – параметр изменения цены относительно p (например, скидка или надбавка), то измененное значение отпускной цены рассчитывается как

$$p = \bar{p} \cdot (1 + v). \quad (10)$$

Аналогично, обозначив $k(v)$ – параметр изменения спроса, в зависимости от цены реализации, рассчитанный относительно известного значения q , получим

$$q = \bar{q} \cdot (1 - k(v)). \quad (11)$$

Если цена повышается, то есть $v \geq 0$, в соответствии с законом спроса, величина q уменьшается, то есть $q \leq \bar{q}$, поэтому в (11) присутствует знак минус. Данные соотношения также отражают взаимосвязь между ценой товара и объемом спроса. Выражая из (10) и (11) соответственно v и $k(v)$ имеем:

$$v = -\frac{\bar{p} - p}{\bar{p}}, \quad k(v) = \frac{\bar{q} - q}{\bar{q}}. \quad (12)$$

В соответствии с (9) эластичность спроса по цене представлена как относительное изменение спроса при изменении цены. Отсюда нетрудно выразить $k(v)$:

$$k(v) = -E_d \cdot v. \quad (13)$$

Полученная линейная зависимость, которая позволяет, регулируя параметр изменения цены v , прогнозировать относительное изменение прироста спроса:

$$q = \bar{q} \cdot (1 + E_d \cdot v). \quad (14)$$

Приведенные здесь результаты подобны методике, предназначенной для обоснования скидок с цен с использованием известных значений эластичности спроса по цене, которая предложена в [5]. В частности, в [5] предлагается оценить возможное увеличение спроса при заданной системе скидок. Эластичность спроса по цене:

$$E_d = \frac{\Delta q}{q} : \frac{\Delta p}{p}, \quad (15)$$

где E_d – эластичность спроса по цене; q , Δq – спрос, приращение спроса на товар; p , Δp – цена, приращение цены с учетом применения системы скидок с цен.

Далее приращение спроса оценивается по формуле:

$$\Delta q = E_d \cdot q \cdot \frac{\Delta p}{p}. \quad (16)$$

Таким образом, на основе логистической модели кривой рыночного спроса, получена оценка прироста спроса на продукцию, рассчитываемая исходя из статистических данных и информации об условиях реализации.

Список источников

1. Алферов, В.И. Прикладные задачи управления строительными проектами [текст] / В.И. Алферов, С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка и др. // Воронеж: Центрально-Черноземное книжное издательство, 2008. – 765 с.
2. Баркалов, С.А. Проблемы стимулирования сбыта и формирования сбытовой сети строительной организации [текст] / С.А. Баркалов, А.С. Храбсков // Теория активных систем: труды международной научно-практической конференции. – М.: ИПУ РАН, 2003. – Том 1. – С. 125 – 126.
3. Курочка, П.Н. Задача выбора поставщиков с учетом системы стимулирования потребителей [текст] / П.Н. Курочка, А.С. Храбсков // Современные сложные системы управления. – Тверь: Тверской гос. техн. ун-тет, 2004. – С. 113 – 118.
4. Лотоцкий, В.А. Модели и методы управления запасами [текст] / В.А. Лотоцкий, А.С. Мандель. – М.: Наука, 1991. – 189 с.
5. Баркалов, С.А. Задачи управления материально – техническим снабжением в рыночной экономике [текст] / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка, Н.Н. Образцов. – М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2000. – 60 с.
6. Баркалов, С.А. Формирование оптимального плана закупок [текст] / С.А. Баркалов, П.Н. Курочка // Современные сложные системы управления: Сб. тр. междунар. конф. – Воронеж: ВГАСУ, 2003. – т. 2. – С. 435 – 437.
7. Баркалов, С.А. Имитационное моделирование деловой активности предприятия [текст] / С.А. Баркалов, П.Н. Курочка // Известия Тульского гос. университета. – 2004. – Выпуск 6. – С. 41 – 46.
8. Курочка, П.Н. Моделирование задач организационно – технологического проектирования [текст] / П.Н. Курочка. – Воронеж: ВГАСУ, 2004. – 204 с.
9. Курочка, П.Н. Анализ мероприятий по продвижению товаров на рынке строительных материалов и изделий [текст] / П.Н. Курочка, А.С. Храбсков // Теория активных систем: труды международной научно-практической конференции. – М.: ИПУ РАН, 2003. – Том 1. – С. 123 – 124.

ASSESSMENT OF DEMAND BASED ON THE LOGISTIC FUNCTION

Nabiullin Ilgiz Fnunovich,

Post-graduate student of the Chair of Construction Management of Voronezh State Architecture and Civil Engineering; ella_ok16@mail.ru

The article deals with the modeling of interactions in the system of 'producer-consumer, econometric and statistical analysis of changes in product lines, the movement of materials and products. Based on the logistic curve model of market demand, an estimate of the increase in demand for products

Keywords: logistic function, market demand, sales of goods, product range, the method of ABC and XYZ, elasticity of demand