
АЛЬТЕРНАТИВНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ РЯДА ЦЕН В СООТВЕТСТВИИ С КОНЦЕПЦИЕЙ РЫНОЧНОГО ВРЕМЕНИ

Давнис Валерий Владимирович,

доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета;
vdavnis@mail.ru

Боровиков Илья Михайлович,

аспирант институт менеджмента, маркетинга и финансов;
ilyaflash@list.ru

В работе предлагается альтернативный подход к агрегированию рядов ценовых финансовых активов, отличающийся от разбиения на равные интервалы времени, который принято использовать. Использование альтернативных агрегаций временных рядов цен по сравнению с рядами равного астрономического времени позволяет снизить гетероскедастичность; приближает распределение приращений цен к нормальному распределению; позволяет получить ряды с иными свойствами, важными для прогнозирования.

Ключевые слова: временной ряд, стационарность, финансовый рынок, прогнозирование.

Финансовые временные ряды являются не стационарными [3], в частности, они являются гетероскедастичными. Одним из вариантов объяснения не стационарности может служить вариация скорости хода рыночного времени. Её идея заключается в том, что рыночное время рассматривается как мера событий, поэтому можно считать, что оно течёт с разной скоростью в различные моменты, для которых различна плотность событий. Динамику цен на финансовом рынке определяют события происходящие в социально-экономической, политической и других сферах. Так как плотность событий в различные интервалы астрономического времени различна, то, следовательно, рыночное время, как мера объёма произошедших событий влияющих на рынок, течёт с различной скоростью, по сравнению с астрономическим временем.

В качестве аргумента, подтверждающего эту гипотезу, можно привести тот факт, что рыночная волатильность наиболее высока в те моменты времени, когда наблюдается появление большого числа новостей (событий) и наоборот.

Не однородность скорости хода рыночного времени, приводит к различию статистических свойств значений временного ряда равных отсчётов астрономического времени. Повысить стационарность временного ряда можно путём повышения однородности скорости хода рыночного времени, т.е. чтобы каждый временной интервал образуемого временного ряда соответствовал равным интервалам рыночного времени (содержал одинаковое количество событий).

Задачу агрегации исходного ряда на одинаковые интервалы рыночного времени за счёт подбора значений начал и концов интервалов t_i , можно формализовать исходя из условия:

$$\Psi(t_i, t_{i+1}) = krit, \quad i = 1, \dots, n, \quad t_1 = 1, \quad (1),$$

где $\Psi(t_i, t_{i+1})$ – объём произошедших событий с момента t_i до t_{i+1} астрономического времени, влияющих на рынок.

Для практической реализации этой задачи требуется опеределять единицы измерения и величину объёма событий, влияющих на рынок. Напрямую оценить количественные параметры потока сыбытий, влияющих на рынок сложно, поэтому предлагаем ассоциировать поток событий с эффектами, которые он вызывает на рынке. К числу таких эффектов, которые вызывают события, на наш взгляд, относятся: а) рост чила сделок б) изменчивость цен.

Таким образом, можем косвенно определить $\Psi(t_i, t_{i+1})$ как:

$$\Psi(t_1, t_2) = f(\rho[t_1, t_2]) \quad (2),$$

где $\rho[x, t_1, t_2]$ – количественно определённый эффект событий, наблюдавшийся начиная с момента t_1 до момента t_2 астрономического времени; $f(\cdot)$ – функция связи величины потоках событий влияющих на рынок, от ρ .

В качестве исходного ряда целесообразно использовать тиковые данные, так как именно в них отражается информация о всех сделках.

Опишем алгоритм функции выполняющей разбиение на интервалы равного рыночного времени в соответствии с условием (1):

1. Начало первого интервала соответствует первому значению исходного тикового временного ряда абсолютных приращений $x^{(i)}$, т.е. индекс начала $c1 = 1$.

2. Устанавливаем индекс предполагаемого конца интервала равным индексу начала $c = c1$.

3. Индекс предполагаемого конца интервала сдвигается на 1 значение, начиная от значения начала интервала, т.е. $c = c + 1$.

4. Для образованного ряда $x(c1..c)$ подсчитываем ρ , и $\Psi = f(\rho)$.

5. Выполняем пункты 3 и 4 до тех пор, пока не выполнится $\Psi > krit$.

6. Индекс конца интервала $c2$ будет соответствовать значению предшествующему тому, на котором выполнилось условие $\Psi > krit$, т.е. $c2 = c - 1$.

7. Формируем значение образуемого ряда y_j , как некоторую функцию

$z[x(c1..c2)]$: например, значение конца, т.е. $x(c2)$.

8. Индекс начала следующего интервала $c1 = c$.

9. Если не достигнут конец исходного ряда, то переходим к пункту 2.

Единственным параметром этой процедуры является величина $krit$, которая определяет средний интервал (таймфрейм) образуемого ряда.

Запишем 2 варианта функции ρ , соответственно обобщённый путь цены и накопленный объём торгов, в принятых обозначениях:

$$\rho = \sum_{i=c1}^{c2} |x(i)|^q \quad \text{или} \quad \rho = \sum_{i=c1}^{c2} |Q(i)|, \quad (3)$$

где q – некоторое число, $Q(i)$ – объём торгов.

Теоретическое обоснование того, что образованный временной ряд y_j более стационарен, чем соответствующий ему ряд равного времени, может быть подвергнуто экспериментальной проверке.

В частности, в результате использования альтернативной агрегации может быть получен временной ряд цен, доходности которого: а) однородны по волатильности; б) лучше подчиняются нормальному распределению, нежели соответствующий ряд равного времени.

Заметим что «б» является следствием «а», так как островершинность ряда доходностей [2] может быть объяснена предположением, что ряд представляет собой множество состыкованных рядов с различной дисперсией. Покажем справедливость сказанного экспериментально, состыковав несколько гауссовых рядов с различными дисперсиями, чтобы они давали плотность распределения вероятности аналогичную фактической плотности распределения вероятности доходностей активов по равным временным интервалам, рисунок 1.

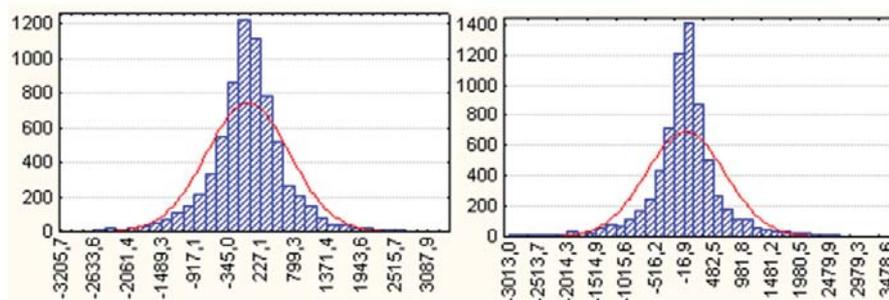


Рис. 1. Слева плотность распределения вероятности абсолютных доходностей фьючерса на индекс РТС за 2011 год на 30 минутном ТФ, а справа составной ряд нормальных распределений содержащий 7% значений с ско 70, 36% с ско 230, 29% с ско 460, 21% с ско 920, 7% с ско 1600

Переход к равным интервалам рыночного времени, должен позволить сделать дисперсии значений ряда более однородными, и следовательно, приблизить плотность распределения к нормальной. Проверим этот вывод, оценив близость распределения ряда доходностей равного времени

и соответствующего ряда доходностей равного рыночного времени с теоретическим нормальным распределением, графически (рис. 2) и формально по критерию Колмогорова-Смирнова в табл. 1.

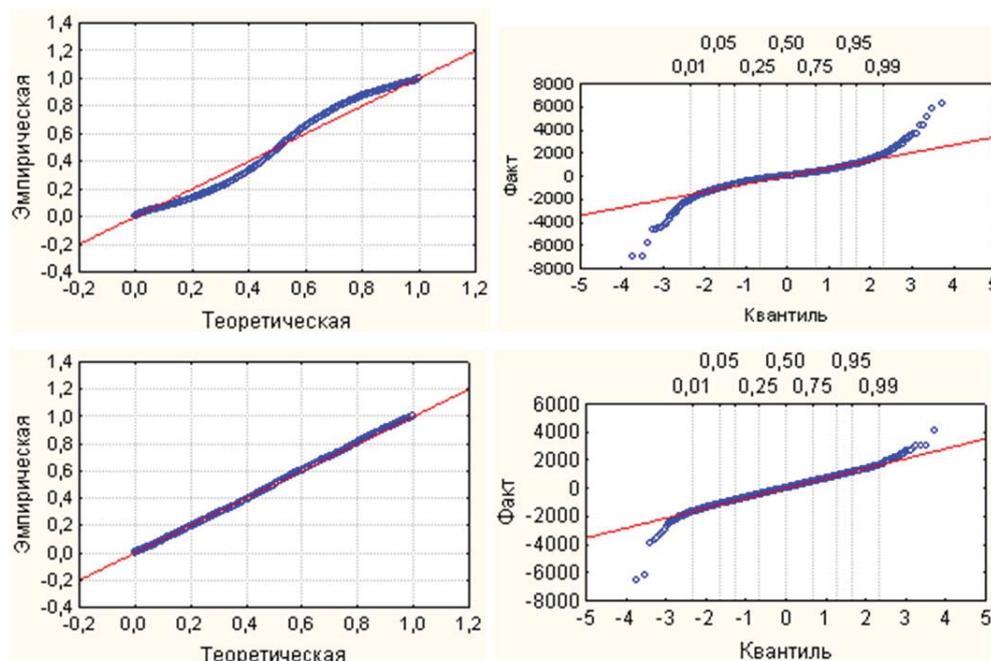


Рис. 2. Слева графики фактического кумулятивного распределения от теоретического нормального, справа значения ряда от квантиля. Вверху равные промежутки астрономического времени, внизу – агрегация на равные суммы квадратов приращений цен

Таблица 1

Тест Колмогорова-Смирнова для рядов образованных разными критериями агрегации. (Ряд нормален если $K \leq K_{krit}$).

| Тайм-фрейм | Метод агрегации | Показатель Колмог.-Смирнова | Критерий (значимость 0,95) |
|------------|---|-----------------------------|----------------------------|
| 1 мин. | Равного астрономического времени | 0,0927 | 0,003 |
| | Равного пути пройденного ценой* | 0,053 | |
| | Равной суммы квадратов приращений цены* | 0,0396 | |
| | Равного торгового объёма* | 0,041 | |
| 30 мин. | Равного астрономического времени | 0,09 | 0,0164 |
| | Равного пути пройденного ценой* | 0,0258 | |
| | Равной суммы квадратов приращений цены* | 0,0164 | |
| | Равного торгового объёма* | 0,0327 | |
| 1 час | Равного астрономического времени | 0,0836 | 0,023 |
| | Равного пути пройденного ценой* | 0,023 | |
| | Равной суммы квадратов приращений цены* | 0,0133 | |
| | Равного торгового объёма* | 0,0342 | |

* Ряды альтернативной агрегации, для сопоставимости, получались таким образом, чтобы число значений ряда было равно числу значений соответствующего ряда равного времени.

Из рис. 2 и табл. 1 видно, что ряды альтернативной агрегации во всех вариантах критерия агрегации гораздо более соответствуют нормальному распределению, чем соответствующие ряды равного астрономического времени, 3 ряда были признаны нормальными.

Для сравнительной оценки прогнозируемости временных рядов по различным вариантам агрегации приращений цен фьючерса на индекс РТС за 2011 год, сформирована табл. 2.

Таблица 2

Сравнительная характеристика прогнозируемости рядов образованных различными методами агрегации

| Тайм-фрейм или аналог | R-коэф. AR(1) | R-коэф. AR(10) | Кросс-энтропия * | Коррел. Спирм. сосед. знач. | Коррел. знаков Фехнер | Вейвлет метод оценки H | Метод поворотных точек оценки H** |
|---|---------------|----------------|------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------------------|
| Агрегация во временной ряд равного астрономического времени | | | | | | | |
| 1мин | 0,002 | 0,016 | 4,713 | -0,0306 | -0,0333 | 0,5026 | 0,3731 |
| 30мин | 0,023 | 0,08 | 1,888 | -0,0025 | -0,0218 | 0,5629 | 0,4885 |
| 1час | 0,06 | 0,09 | 1,595 | -0,0211 | -0,0179 | 0,4375 | 0,4459 |
| 1день | 0,12 | 0,25 | 0,946 | -0,1318 | -0,1220 | 0,3189 | 0,3276 |
| Агрегация во временной ряд по критерию равного пути цены | | | | | | | |
| 1мин | 0,072 | 0,075 | 4,77 | 0 | 0,0179 | 0,4274 | 0,4333 |
| 30мин | 0,026 | 0,042 | 1,845 | 0,0095 | 0,0109 | 0,4755 | 0,4868 |
| 1час | 0,016 | 0,037 | 1,151 | 0,0031 | 0,0066 | 0,4723 | 0,5292 |
| 1день | 0,028 | 0,284 | 0,547 | 0,0190 | 0,0283 | 0,4763 | 0,4041 |
| Агрегация во временной ряд по критерию равного объёма | | | | | | | |
| 1мин | 0,014 | 0,017 | 4,974 | 0,0354 | 0,0517 | 0,5121 | 0,4610 |
| 30мин | 0,027 | 0,059 | 1,828 | 0,0097 | 0,0154 | 0,4820 | 0,4451 |
| 1час | 0,022 | 0,052 | 1,288 | 0,0397 | 0,0214 | 0,5243 | 0,5236 |
| 1день | 0,06 | 0,166 | 0,685 | 0,0464 | 0,0040 | 0,6079 | 0,8152 |
| Агрегация во временной ряд по критерию равной суммы квадратов приращений цены | | | | | | | |
| 1мин | 0,244 | 0,259 | 4,606 | -0,1301 | -0,0526 | 0,1807 | 0,3137 |
| 30мин | 0,01 | 0,047 | 1,848 | 0,001 | 0,0155 | 0,4798 | 0,4272 |
| 1час | 0,01 | 0,037 | 1,223 | 0,0255 | 0,0247 | 0,5215 | 0,5334 |
| 1день | 0,02 | 0,151 | 0,365 | -0,0477 | -0,0850 | 0,4280 | 0,4631 |

* Число интервалов разбиения каждой из двух осей пространства при подсчёте кросс-энтропии: для 1 мин. ТФ – 1000, для 10 мин. ТФ – 100, для 30 мин. ТФ – 50, для 1 часового ТФ – 30, для 1 дневного – 10.

** Метод оценки показателя Харста на основе вероятности поворотной точки использует эмпирически установленное соотношение для фрактального гауссового шума [4]:

$$\hat{H}(P) = \sqrt{8,548-11,689P} - 0,3689 \quad (5),$$

где P – наблюдаемая вероятность поворотной точки ряда.

Из анализа таблицы 2 можно заключить, что в некоторых случаях переход к альтернативным агрегациям повышает прогнозируемость, так:

- агрегация равной суммы квадратов приращений цены значительно повышает линейную прогнозируемость на коротких таймфреймах;

- на таймфрейме: 1 мин. наибольшим коэффициентом кросс энтропии обладают ряды образованные по агрегации равного объёма торгов и равной суммы квадратов приращений соответственно;

- с точки зрения корреляции знаков и рангов наиболее предсказуемы на таймфрейме 1 мин. ряды агрегации по критерию равной суммы квадратов приращений, при этом, ряды равного времени имеют отрицательную знаковую и ранговую корреляцию на всех таймфреймах, в то время, как ряды образованные по критерию равного пути цены и равного объёма торгов на всех таймфреймах имеют положительную корреляцию знаков и рангов.

- в результате альтернативных агрегаций произошли значительные изменения показателя Харста, так по критерию равного торгового объёма на 1 дневном ТФ вейвлет оценка [1] и поворотных точек оценка Н в агрегации равного времени составила в обоих случаях 0,32, в то время, как в случае агрегации по ряду равного объёма соответствующие оценки составляют 0,6079, 0,8152. Агрегация ряда на равные суммы квадратов приращений цены позволила получить наибольшую антиперсистентность на 1 минутном ТФ, соответственно 0,18 и 0,31 для двух методов оценки.

Был проведён анализ статистики паттернов составленных по знакам приращений ряда цены в составе двух показателей: коэффициент неравновесности условной вероятности и нормированный коэффициент неравновесности условного математического ожидания при последнем элементе паттерна.

Таблица 3

Коэффициент неравновесности альтернативных исходов при последнем элементе паттерна длиной 4 элемента, условный таймфрейм 1 минута, фьючерс на индекс РТС 2011 год

| Паттерн | Козф. превышения условной вероятности | | | | Козф. превышения условного математического ожидания | | | |
|---------|---------------------------------------|-------|------------------|--------|---|-------|------------------|--------|
| | Агрегация по равной сумме: | | | | Агрегация по равной сумме: | | | |
| | времени | пути | квадрата приращ. | объёма | времени | пути | квадрата приращ. | объёма |
| ++++ | -0,09 | 0,01 | -0,02 | 0,05 | -0,03 | -0,02 | -0,08 | 0,01 |
| +++x | -0,02 | -0,01 | 0,06 | -0,03 | -0,02 | 0 | 0,11 | -0,03 |
| ++x+ | -0,03 | 0,02 | -0,12 | 0,06 | 0,01 | -0,02 | -0,29 | 0,03 |
| +x++ | 0,06 | -0,02 | 0,03 | -0,07 | 0,01 | 0,02 | 0,12 | -0,04 |
| -x++ | -0,05 | 0,02 | -0,03 | 0,07 | -0,02 | -0,01 | -0,12 | 0,02 |
| --x+ | 0,02 | -0,02 | 0,1 | -0,06 | -0,02 | 0,02 | 0,27 | -0,03 |
| ---x | 0,01 | 0 | -0,06 | 0,04 | 0,00 | -0,03 | -0,11 | 0,02 |
| ---x | 0,10 | -0,02 | 0,02 | -0,05 | 0,05 | 0,02 | 0,09 | -0,01 |

Из таблицы 3. видно, что наибольшее качество прогнозирования обеспечивают антиперсистентные паттерны [+--+x] и [-+-x], ряда агрегации на равные суммы квадратов приращений.

Вывод: использование альтернативных агрегаций временных рядов цен по сравнению с рядами равного астрономического времени:

- снижает гетероскедастичность,
- даёт распределение значительно более близкое к нормальному распределению доходностей,
- позволяет получить ряды с иными свойствами, важными для прогнозирования, так для рядов доходностей фьючерса на индекс РТС значительно улучшается прогнозируемость на коротком таймфрейме при использовании агрегации на равные суммы квадратов приращений.

Список источников

1. Bardet, J.M. Semi-parametric estimation of the long-range dependence parameter: a survey / Theory and applications of long-range dependence [текст] / J.M. Bardet, G. Lang, G. Oppenheim, A. Philippe, S. Stoev, M.S. Taqqu // Birkhäuser, 2003.
2. Fama, E. The behavior of stock market prices [текст] / E. Fama // Journal of Business. – 1965. – Vol. 38. – P. 34 – 105.
3. Mandelbrot, B. The variation of certain speculative prices / B. Mandelbrot // Journal of Business. – 1963. – Vol. 36. – Pp. 394 – 419.
4. Боровиков И.М., Яновский Л.П. Обобщение критерия поворотных точек для дробного броуновского движения. Системное моделирование социально-экономических процессов: труды 34-й Международной научной школы-семинара [текст] / И.М. Боровиков, Л.П. Яновский. – Светлогорск. – 2011.

ALTERNATIVE AGGREGATION OF A NUMBER OF PRICES IN ACCORDANCE WITH THE CONCEPT OF MARKET TIME

Davnis Valery Vladimirovich,

Dr. Sc. of Economy, Professor, Chief of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; vdavnis@mail.ru

Borovikov Ilya Mikhaylovich,

Post-graduate student of Institute of Management, Marketing and Finances; ilyaflash@list.ru

In the article an alternative approach to the aggregation number of tick prices of financial assets, which differs from the partition into equal intervals of time, which is commonly used, is proposed. The use of alternative aggregates of time series of prices in comparison with the astronomical time series equal to reduce heteroscedasticity, approximates the distribution of price increments to the normal distribution, provides a series of other properties that are important for prediction.

Keywords: time series, stationarity, financial market forecasting.