

---

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРЕЖДАЮЩИХ ОЦЕНОК ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ КРЕДИТОЗАЕМЩИКА В ПРОЦЕДУРЕ ТРЕКИНГ-ТЕСТИРОВАНИЯ**

---

**Бакурова Татьяна Михайловна,**

старший преподаватель кафедры алгебры и математических методов в экономике Орловского государственного университета;  
t.bakurova@mail.ru

В статье вводится понятие трекинг-тестирования и рассматриваются вопросы разработки математического аппарата, обеспечивающего практическую реализацию этого понятия в задачах тестирования финансового состояния кредитозаемщика.

**Ключевые слова:** трекинг-тестирование, рекурсивная система, адаптивная модель, упреждающие оценки.

Термин трекинг-тестирование, вводимый в этой статье, предназначен для определения момента, когда надежность кредитозаемщика снижается до уровня потери платежеспособности. Для практической реализации этой идеи необходима разработка специального математического аппарата, позволяющего осуществлять упреждающую оценку финансовой надежности кредитозаемщика. Без сомнения, существуют различные варианты решения этой задачи. Один из возможных вариантов будет изложен ниже. В этом варианте предусматривается решение двух задач: формирования ожидаемого финансового состояния предприятий в виде прогнозных оценок и определения на их основе по некоторому критерию уровня финансовой надежности.

Для расчета прогнозных оценок, которые в силу специфики решаемой задачи должны систематически уточняться, удобным инструментом являются адаптивные модели [1]. Известно, что это те модели, которые целесообразно использовать в случае, когда моделируемый процесс с течением времени изменяет свои характеристики по неизвестному закону. Наблюдаемая динамика финансового состояния предприятия, как правило, характеризуется эффектами подобного рода. Динамику с изменяющимися характеристиками практически невозможно воспроизводить с помощью неизменной модели. Следовательно, чтобы поддерживать уровень адекватности модели, используемой в трекинг-тестировании, необходимо осуществлять ее систематическую корректировку. Другими словами, эта модель должна быть адаптивной. Только адаптивный механизм способен обеспечить актуализацию текущего финансового состояния предприятия.

Но есть вопросы к устройству адаптивного механизма, так как финансовую организацию интересует изменение ситуации с платежеспособностью в целом по всем кредитозаемщикам, а также изменение платежеспособности в среднем по каждому отдельно взятому кредитозаемщику с учетом изменения общей ситуации.

Решение вопроса об оценке общей ситуации и ситуаций, связанных с оценкой финансового состояния отдельных кредитозаемщиков в рамках адаптивного подхода, требует разработки моделей с двойным механизмом расчетов. Основная идея двойного механизма расчетов в том, что корректировки по общей ситуации и по индивидуальным ситуациям осуществляются на основе различных подходов, что естественно приводит к расчетному механизму, когда в степени воздействия на модель учитывается либо воздействие, усредненное по всем предприятиям, либо воздействие индивидуального характера. Очевидно, что если расчет носит индивидуальный характер, то не имеет смысла вносить изменения в модель, описывающую общую тенденцию финансового состояния всех кредитозаемщиков. При корректировке общей тенденции адаптивный механизм должен изменять модель с ориентацией не на каждое отдельное вновь появившееся наблюдение, а с ориентацией на группу последних наблюдений по всем предприятиям, данные о которых используются в процедуре трекинг-тестирования. Это общие идеи устройства адаптивной модели с двойным механизмом расчетов. Естественно, все это требует детализации и подробного пояснения реализующих процедур.

Вторая проблема, которая возникает при реализации процедуры трекинг-тестирования, связана с многомерностью описания финансового состояния кредитозаемщика. Фактически требуется адаптивная модель многомерного процесса. В арсенале адаптивных методов и моделей практически нет модели, которую можно было бы применить для трекинг-тестирования многомерных процессов. Адаптивный вариант матричного мультипликатора [2], к сожалению, не подходит на роль базовой модели, на основе которой можно реализовать идею двойного адаптивного механизма. Поэтому необходима разработка адаптивной модели многомерного процесса. Вопрос только в том, какая из эконометрических или математических моделей может служить основой для разработки адаптивной модели многомерных процессов. Выбор весьма ограничен. Теоретически, кроме матричного мультипликатора, можно было бы использовать модели векторной авторегрессии или структурные эконометрические модели. Известны примеры практического использования этих моделей. Но проблемы с оцениванием параметров и той и другой модели столь сложны, что не позволяют превратить их в адаптивные, не говоря уж о двойном механизме расчетов. Единственной моделью, которая может стать основой для построения адаптивной модели с необходимым набором свойств, по нашему мнению, является рекурсивная система регрессионных уравнений, которая в общем виде записывается следующим образом:

$$y_{1t} = b_{11}y_{1t-1} + b_{10} + \varepsilon_{1t}, \quad (1)$$

$$y_{2t} = b_{21}y_{2t-1} + b_{22}\hat{y}_{1t} + b_{20} + \varepsilon_{2t}, \quad (2)$$

$$y_{mt} = b_{m1}y_{mt-1} + b_{m2}\hat{y}_{1t} + \dots + b_{m\ m-1}\hat{y}_{m-1t} + b_{m0} + \varepsilon_{mt}, \quad (3)$$

где  $y_{it}$  – значение  $i$ -го финансового показателя, моделируемого с помощью  $i$ -го уравнения рекурсивной системы;  $\hat{y}_{it}$  – расчетное значение  $i$ -го финансового показателя, полученное с помощью соответствующего уравнения рекурсивной системы;  $b_{ik}$  –  $k$ -й коэффициент  $i$ -го уравнения рекурсивной системы;  $\varepsilon_{it}$  – ненаблюдаемая случайная величина, воспроизводящая ту часть вариации зависимой переменной  $i$ -го уравнения, которая не объясняется соответствующими независимыми переменными.

Предпочтительность рекурсивной системы перед другими моделями в том, что каждое ее уравнение оценивается как обычное регрессионное уравнение с помощью хорошо известного метода наименьших квадратов. А это значит, что каждое уравнение рекурсивной системы можно превратить в адаптивное. Для понимания логики построения адаптивной модели имеет смысл рассмотреть структуру данных, которые предположительно будут использованы в трекинг-тестировании.

Как правило, данные, используемые для построения модели трекинг-тестирования, имеют панельную структуру. Для случая, когда было проведено  $n$  наблюдений, в которых фиксировалось финансовое состояние  $p$  предприятий по  $m$  показателям, структура данных может быть представлена следующей таблицей:

$y_{11}^1$	$y_{21}^1$	$\dots$	$y_{m1}^1$
$y_{11}^2$	$y_{21}^2$	$\dots$	$y_{m1}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
$y_{11}^p$	$y_{21}^p$	$\dots$	$y_{m1}^p$
$y_{12}^1$	$y_{22}^1$	$\dots$	$y_{m2}^1$
$y_{12}^2$	$y_{22}^2$	$\dots$	$y_{m2}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
$y_{12}^p$	$y_{22}^p$	$\dots$	$y_{m2}^p$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$y_{1n}^1$	$y_{2n}^1$	$\dots$	$y_{mn}^1$
$y_{1n}^2$	$y_{2n}^2$	$\dots$	$y_{mn}^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
$y_{1n}^p$	$y_{2n}^p$	$\dots$	$y_{mn}^p$

Использование данных с панельной структурой в адаптивном моделировании требует специального подхода к формированию процедуры обработки вновь поступивших наблюдений. В адаптивных моделях, которые строятся на экспоненциально взвешенном методе наименьших квадратов, используется два способа обработки вновь поступивших данных: одношаговый и многошаговый. В одношаговой процедуре на каждом шаге обрабатывается одно наблюдение, в многошаговой процедуре на каждом шаге обрабатываются наблюдения за несколько периодов. В случае панельной структуры данных получается смешанный случай. Возникает необходимость применения одношаговой процедуры в режиме многошаговой. Модели, в которых используется комбинированный подход к обработке вновь поступивших наблюдений, по нашему мнению, целесообразно называть, адаптивными регрессионными моделями панельных данных.

С помощью модели панельных данных в процедуре трекинг-тестирования контролируется усредненный уровень финансового состояния всех кредитозаемщиков. Помня, что в процедуре трекинг-тестирования используется рекурсивная система регрессионных уравнений, запишем адаптивный вариант рекурсивной системы:

$$\mathbf{z}_{1t}^p = \mathbf{y}_{1t}^p - \mathbf{Y}_{1t-1}^p \mathbf{b}_1(t-1) \quad (4)$$

$$\mathbf{b}_1(t) = \mathbf{b}_1(t-1) + \mathbf{C}_{1t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{1t}^p)' (\mathbf{Y}_{1t}^p \mathbf{C}_{1t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{1t}^p)' + \alpha \mathbf{I}_1)^{-1} \mathbf{z}_{1t}^p \quad (5)$$

$$\mathbf{C}_{1t}^{-1} = \frac{1}{\alpha} [\mathbf{C}_{1t-1}^{-1} - \mathbf{C}_{1t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{1t}^p)' (\mathbf{Y}_{1t}^p \mathbf{C}_{1t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{1t}^p)' + \alpha \mathbf{I}_1)^{-1} \mathbf{Y}_{1t}^p \mathbf{C}_{1t-1}^{-1}] \quad (6)$$

$$\mathbf{y}_{1t+1}^p = \mathbf{Y}_{1t}^p \mathbf{b}_1(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{z}_{2t}^p = \mathbf{y}_{2t}^p - \mathbf{Y}_{2t-1}^p \mathbf{b}_2(t-1) \quad (8)$$

$$\mathbf{b}_2(t) = \mathbf{b}_2(t-1) + \mathbf{C}_{2t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{2t}^p)' (\mathbf{Y}_{2t}^p \mathbf{C}_{2t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{2t}^p)' + \alpha \mathbf{I}_2)^{-1} \mathbf{z}_{2t}^p \quad (9)$$

$$\mathbf{C}_{2t}^{-1} = \frac{1}{\alpha} [\mathbf{C}_{2t-1}^{-1} - \mathbf{C}_{2t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{2t}^p)' (\mathbf{Y}_{2t}^p \mathbf{C}_{2t-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{2t}^p)' + \alpha \mathbf{I}_2)^{-1} \mathbf{Y}_{2t}^p \mathbf{C}_{2t-1}^{-1}] \quad (10)$$

$$\mathbf{y}_{2t+1}^p = \mathbf{Y}_{2t}^p \mathbf{b}_2(t) \quad (11)$$

.....

$$\mathbf{z}_{mt}^p = \mathbf{y}_{mt}^p - \mathbf{Y}_{mt-1}^p \mathbf{b}_m(t-1) \quad (12)$$

$$\mathbf{b}_m(t) = \mathbf{b}_m(t-1) + \mathbf{C}_{mt-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{mt}^p)' (\mathbf{Y}_{mt}^p \mathbf{C}_{mt-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{mt}^p)' + \alpha \mathbf{I}_m)^{-1} \mathbf{z}_{mt}^p \quad (13)$$

$$\mathbf{C}_{mt}^{-1} = \frac{1}{\alpha} [\mathbf{C}_{mt-1}^{-1} - \mathbf{C}_{mt-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{mt}^p)' (\mathbf{Y}_{mt}^p \mathbf{C}_{mt-1}^{-1} (\mathbf{Y}_{mt}^p)' + \alpha \mathbf{I}_m)^{-1} \mathbf{Y}_{mt}^p \mathbf{C}_{mt-1}^{-1}] \quad (14)$$

$$\mathbf{y}_{mt+1}^p = \mathbf{Y}_{mt}^p \mathbf{b}_m(t) \quad (15)$$

где  $\mathbf{b}_k(t) = (b_{k0}(t), b_{k1}(t), \dots, b_{kk}(t))'$  – вектор коэффициентов  $k$ -ой адаптивной модели рекурсивной системы, оцененной в момент времени  $t$ ;

$\mathbf{y}_{kt}^p = (y_{kt}^1, y_{kt}^2, \dots, y_{kt}^p)'$  – вектор зависимой переменной со значениями, которые в момент времени  $t$  имел соответствующий показатель в группе из  $p$  предприятий;

$$\mathbf{Y}_{kt}^p = \begin{pmatrix} 1 & y_{1t}^1 & \dots & y_{kt}^1 \\ 1 & y_{1t}^2 & \dots & y_{kt}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & y_{1t}^p & \dots & y_{kt}^p \end{pmatrix} \text{ – матрица данных, обрабатываемая за один}$$

шаг адаптивного алгоритма в момент времени  $t$  при корректировке коэффициентов  $k$ -го уравнения регрессии рекурсивной системы;

$\mathbf{z}_{kt}^p = (z_{kt}^1, z_{kt}^2, \dots, z_{kt}^p)'$  – вектор столбец отклонений фактических значений от расчетных, полученных для  $p$  предприятий;

$\mathbf{C}_{kt}^{-1}$  – матрица, обратная к матрице системы нормальных уравнений, полученная с учетом экспоненциального взвешивания и используемая при оценке коэффициентов  $k$ -го уравнения рекурсивной системы.

Система уравнений (4) – (15) представляет собой адаптивную рекурсивную систему, для построения которой используются данные, имеющие панельную структуру. Каждое уравнение рекурсивной системы, по сути, было преобразовано в адаптивную модель, записанную специальным образом. В результате получаем адаптивную рекурсивную систему, состоящую не из уравнений, а из модулей, включающих регрессионное уравнение, рекуррентную формулу пересчета коэффициентов регрессии и рекуррентную формулу обновления ковариационных взаимосвязей (пересчет обратной матрицы). Связь между модулями построена на тех же принципах, что и связь между уравнениями рекурсивной системы. Поэтому логика расчетов остается практически без изменений.

Наделение системы регрессионных уравнений адаптивными свойствами приводит к возникновению ряда вопросов, требующих решения. Первый вопрос, на который необходимо получить ответ, заключается в следующем. Каждое уравнение адаптивной системы строится локально, вне зависимости от построения других уравнений системы. В каждом адаптивном уравнении есть параметр экспоненциального сглаживания. Обычно этот параметр настраивается на данных обучающей выборки. В случае адаптивной рекурсивной системы можно данный параметр настраивать отдельно для каждого уравнения, а можно настраивать как единый параметр для всех уравнений адаптивной рекурсивной системы. Какой способ настройки параметра сглаживания следует предпочесть? Однозначного ответа нет. Скорее всего, получить модель с высокими экстраполяционными возможностями можно в случае, когда для каждого уравнения параметр настраивается отдельно. Но в этом случае теряется смысл единой модели, формирующей представление о финансовом

состоянии кредитозаемщиков. В расчетах, которые проводились в рамках диссертационного исследования, был принят вариант единого настраиваемого параметра для всех уравнений адаптивной рекурсивной системы.

Естественно возникает вопрос и о критерии, который оптимизируется при настройке единого параметра адаптации. Наиболее популярным является критерий, предусматривающий минимизацию максимальной прогнозной ошибки, получаемой на данных обучающей выборочной совокупности.

Второй вопрос, требующий решения, состоит в определении механизма, с помощью которого данные, полученные как результат расчетов по предшествующему уравнению системы, передаются в виде информационного потока, используемого при построении последующего уравнения регрессии. В обычной рекурсивной системе такой информационный поток в каждый момент времени передает одно расчетное значение. В предлагаемой модели при формировании этого информационного потока учитывается панельная структура данных, в соответствии с которой информационный поток устроен таким образом, что передает группу расчетных значений.

Третий вопрос касается оценки адекватности построенной модели. Процедура построения рекурсивной системы не исключает случай, когда какое либо уравнение системы окажется неадекватным. В случае построения обычной рекурсивной системы соответствующую переменную вместе с уравнением исключают из системы. При построении адаптивной рекурсивной системы тестирование на адекватность возможно только на этапе построения начальных значений, в качестве которых обычно используются оценки метода наименьших квадратов. Поэтому вопрос о составе показателей моделируемых рекурсивной системой решается на этапе определения начальных приближений. Для этого, как известно, используется часть данных выборочной совокупности. Если все уравнения рекурсивной системы окажутся адекватными, то скорее всего адаптивный механизм будет способствовать повышению точности уравнений системы и модели будут оставаться адекватными. Если же у одного или нескольких уравнений начальные приближения окажутся не адекватными, то нужно пересмотреть спецификацию рекурсивной системы. Надежда на то, что адаптивный механизм повысит точность неадекватных уравнений, вполне реальна, но наличие в рекурсивной системе таких уравнений приводит к снижению общей точности модели.

Еще один вопрос, на который хотелось бы получить ответ в рамках данного исследования. Этот вопрос касается способов формирования группы вновь поступающих наблюдений. В рассматриваемой модели использовался способ, в соответствии с которым, в каждый момент времени обрабатывалась группа наблюдений, относящихся к одному и тому же моменту времени. Это позволяло применять модель только для краткосрочных прогнозных расчетов. В принципе, никто не запрещает

одновременно обрабатывать не одну, а несколько групп наблюдений, относящихся к нескольким последовательным моментам времени. Если использовать такой способ формирования группы одновременно обрабатываемых наблюдений, то рекурсивную систему адаптивных модулей можно будет использовать для получения среднесрочных прогнозных оценок. Проблема только в размерах матрицы, которую необходимо будет обращать на каждом шаге обработки данных.

Рекурсивная система адаптивных модулей обеспечивает получение многомерной текущей оценки финансового состояния кредитозаемщика. Именно по этой оценке принимается решение о степени надежности кредитозаемщика. Поэтому рекурсивная система адаптивных модулей является главной составляющей процедуры трекинг-тестирования.

#### **Список источников**

1. Давнис, В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах: монография [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронеж.гос. ун-т, 2006. – 380 с.

2. Тинякова, В.И. Модели адаптивно-рационального прогнозирования экономических процессов: монография [текст] / В.И. Тинякова. – Воронеж: Изд-во Воронеж.гос. ун-та, 2008. – 336 с.

---

# **MODELING OF PREDICTIVE ASSESSMENTS OF FINANCIAL CONDITION OF BORROWER INTRACKING TESTING PROCEDURE**

---

**Bakurova Tatyana Mikhaylovna,**

Lecturer of the Chair of Algebra and Mathematical Methods in Economy of Oryol State University; t.bakurova@mail.ru

The article introduces the concept of the tracking testing, and addresses the development of the mathematical apparatus that provides the practical realization of this concept in the problems of testing the financial condition of borrower.

**Keywords:** tracking testing, recursive system, the adaptive model, predictive assessment.