
АДАПТИВНЫЙ ПОДХОД И ВОПРОСЫ ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ В МОДЕЛЯХ ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ

Борисов Алексей Николаевич,

доктор экономических наук, профессор кафедры экономики и финансов Воронежской государственной лесотехнической академии; tvi01@mail.ru

Касаткин Сергей Евгеньевич,

кандидат экономических наук, докторант кафедры информационных технологий и математических методов в экономике Воронежского государственного университета; k_s_e@rambler.ru

Обсуждается возможность адаптивного подхода к построению моделей портфельного инвестирования. Показано, что в качестве базовой модели для этих целей целесообразно использовать портфель Шарпа, построение которого основано на регрессионном анализе. Проведены вычислительные эксперименты, подтвердившие перспективность построения адаптивных моделей портфельного инвестирования.

Ключевые слова: адаптивная регрессия, настраиваемая структура, параметры адаптации, адаптивный портфель.

Проблема адекватного моделирования процессов фондового рынка продолжает оставаться не решенной. Предлагаемые подходы на основе идей детерминированного хаоса, R/S анализа, фрактальной природы фондового рынка, по сути, только «подливают масло в огонь», но не позволяют построить завершённую теорию, на основе которой можно было бы решать практические задачи обоснования инвестиционных решений. Сложилась ситуация, когда результаты некорректного применения моделей эффективного рынка в условиях фрактального оказываются также мало пригодными в практике инвестиционной деятельности, как и результаты корректного применения моделей эффективного рынка в рафинированных условиях однородного рынка. Смысл краткого резюме следующий. Критики много, реальность гипотез фрактального рынка очевидна, а моделей, корректно описывающих фрактальный рынок, нет.

Гипотезы теории фрактального рынка, являясь более правдоподобными, создают ситуацию, когда правомерность применения моделей современной финансовой теории ставится под сомнение. В то же время практика работы фондовых бирж свидетельствует о том, что некоторые из этих моделей используются и не без успеха. Загадка? Смысл ответа на эту загадку в том, что методики практического использования этих моделей предусматривают использование специфических приемов, которые создают дополнительный механизм подгонки данных формул к моделируемым процессам. Хорошим примером, подтверждающим эту точку зрения является методика, которой пользуется секция срочного рынка объединенной фондовой биржи ММВБ-РТС при расчете теоретической (риск-нейтральной) цены опционов. Основой их методики является знаменитая формула Блека-Шоулса-Мертонна, полученная в рамках теории эффективного рынка. Но ключевой параметр этой формулы – волатильность – оценивается с использованием фильтра Калмана [1]. А это значит, осуществляется адаптивная подгонка формулы к текущей ситуации.

Другим примером, подтверждающим эту точку зрения, является CAPM. Коэффициент этой модели, известный в финансовой теории как бета-коэффициент, рассчитывается Нью-Йоркской фондовой биржей ежедневно. Такой режим расчета, по сути, реализует подгонку бета-коэффициента к текущей ситуации. Подобная процедура может рассматриваться как адаптивная, правда, без механизма «старения данных».

Итогом этого анализа является вывод, в соответствии с которым модели, получившие свое обоснование в рамках теории эффективного рынка, можно использовать в практике обоснования инвестиционных решений, предусмотрев в методике их построения, элементы адаптивного моделирования. Обобщением приемов практического использования моделей, получивших обоснование в рамках теории эффективного рынка, по нашему мнению, должен стать принцип адаптивного воспроизведения динамики реальных рыночных процессов на основе моделей эффективного рынка с инкорпорированным адаптивным механизмом.

Смысл принципа понятен. Приведенные примеры, по сути, иллюстрируют этот принцип и, следовательно, нет сомнений в его практической значимости. Однако, соглашаясь с практической значимостью данного принципа, следует признать, что он является только основой общей концепции моделирования реальной рыночной динамики, но в каждом конкретном случае требуются дополнительные усилия по его реализации. К сожалению, общего подхода, который можно было бы рекомендовать на все случаи, которые имеют место в практике моделирования фондового рынка, нет. Вполне возможно, что для реализации принципа адаптивного воспроизведения потребуются не просто дополнительные усилия, а оригинальные решения. Примером такого случая является все та же формула Блека-Шоулса-Мертонна, для

инкорпорирования в которую элементов адаптивного механизма потребовалось введение специального понятия «подразумеваемая волатильность». Благодаря этому понятию усредненная оценка волатильности была заменена текущей оценкой волатильности, которая каждый раз корректировалась в соответствии с текущей ситуацией. Пример с CAPM иллюстрирует упрощенную ситуацию, в которой предусматривается использование вновь поступивших данных. Поэтому резюме об отсутствии общего подхода к инкорпорированию элементов адаптации в модели эффективного рынка нужно признать справедливым.

Особый интерес для реализации принципа адаптивного воспроизведения динамики процессов фондового рынка представляет собой аппарат портфельного инвестирования. Нужно отметить, что публикаций по адаптивному портфельному инвестированию практически нет, за исключением работ Давниса В.В. и его учеников [2 – 6], которые были опубликованы в последнее время. Изложенные в этих работах материалы по использованию для этих целей модели У. Шарпа заслуживают внимание и дальнейшее развитие.

Почему именно этой модели при рассмотрении проблемы применения адаптивного подхода к обоснованию инвестиционных решений уделено больше всего внимания. Модель У. Шарпа занимает особое место в аппарате портфельного инвестирования. Это особое место определено благодаря тому, что модель строится на основе одноиндексной модели, которая представляет собой однофакторное регрессионное уравнение. Адаптивный регрессионный анализ достаточно развитый аппарат моделирования [7], применяемый, как правило, в задачах прогнозирования, когда нет четкого представления о закономерностях динамики экономических процессов. Фондовый рынок как раз и представляет собой такую среду, в которой доходность активов изменяется по неизвестному закону с дрейфующими характеристиками. Если в качестве моделей подобных процессов используются адаптивные регрессионные модели, то изменяющимися характеристиками являются коэффициенты этих моделей, значения которых используются при построении модели портфельного инвестирования Шарпа. А это значит, модель Шарпа можно легко превратить в адаптивную модель портфельного инвестирования и становится понятен интерес к этой модели в указанных публикациях.

Несмотря на то, что разнообразие адаптивных моделей не так уж и велико, однако вопрос выбора наиболее подходящей при построении адаптивного варианта модели Шарпа все же требует решения. Необходимость этого вытекает из того, что адаптивный вариант модели портфельного инвестирования предполагается использовать в условиях фрактального рынка. Особенность фрактального рынка в том, что инвесторы на нем имеют различные горизонты инвестирования и, поэтому модель должна отражать эту особенность рынка. Как нетрудно понять, вопрос в том, чтобы в адаптивной модели портфельного инвестирования

был предусмотрен механизм, позволяющий ее настраивать на любые горизонты инвестирования. Эта возможность может быть решена только за счет адаптивного механизма, который предполагается инкорпорировать в модель портфельного инвестирования. Чтобы понять возможности адаптивного подхода, кратко рассмотрим основы адаптивного регрессионного моделирования.

Адаптивный механизм регрессионную модель превращает в гибкий инструмент анализа и прогнозирования экономических процессов. Регрессионная модель с адаптивным механизмом получает дополнительные возможности, реализуемые с помощью настраиваемого параметра. Однако, адаптивный механизм, как правило, имеет жесткую структуру. Это ограничивает область практического применения адаптивных регрессионных моделей, так как настроенный на высокую точность краткосрочных прогнозов жестко устроенный адаптивный механизм не позволяет с достаточной адекватностью отражать характер того многообразия изменений, которые могут происходить на фондовом рынке за пределами краткосрочного периода. Желание расширить круг задач, эффективно решаемых с помощью адаптивного подхода, приводит к необходимости создания моделей с более тонким механизмом настройки их реакции, обеспечивающей адекватность вне зависимости от величины упреждающего интервала. Основная идея построения таких моделей в том, чтобы настраиваемой сделать саму форму адаптивного механизма.

Отличие таких моделей в том, что структура их адаптивного механизма заранее не фиксируется, а автоматически выбирается из некоторого множества вариантов в процессе настройки параметров адаптации по соответствующему критерию. Реализация такой возможности обеспечивает построение адаптивных моделей с оптимальной для конкретного набора данных рекуррентной формулой пересчета их коэффициентов. Такие модели, обладая более тонким механизмом подгонки к конкретным данным, обеспечивают и более высокий уровень надежности получаемых с их помощью результатов.

Расплатой за повышение надежности является более громоздкая процедура настройки параметров адаптации. Это связано с тем, что в адаптивном механизме рассматриваемых моделей предусматривается использовать не один, а несколько настраиваемых параметров адаптации. Изменяется и критерий, минимизация которого позволяет получить формулы для получения оценок коэффициентов регрессионной модели. В рассматриваемом случае он выглядит следующим образом:

$$\hat{\mathbf{b}}_t = \text{Arg min} \left\{ (1 - \gamma - \lambda) \sum_{j=1}^t \rho^{t-j} [r_j - \mathbf{r}_j \mathbf{b}_t]^2 + \gamma \sum_{j=1}^t \rho^{t-j} [\mathbf{r}_j \hat{\mathbf{b}}_{t-1} - \mathbf{r}_j \mathbf{b}_t]^2 + \lambda \sum_{j=1}^t \rho^{t-j} [\mathbf{r}_j \hat{\mathbf{b}}_{t-2} - 2\mathbf{r}_j \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + \mathbf{r}_j \mathbf{b}_t]^2 \right\}. \quad (1)$$

Возможные значения параметра ρ в этом выражении заключены в границах $0 < \rho \leq 1$, а значения параметров γ и λ , определяющих долю участия каждого слагаемого в комбинированном критерии, удовлетворяют следующим неравенствам: $\gamma \geq 0$, $\lambda \geq 0$, $\gamma + \lambda \leq 1$.

За каждым из слагаемых оптимизируемого критерия (1) закрепляется определенная роль. Первое слагаемое «отвечает» за точность аппроксимации, второе слагаемое ограничивает возможность чрезмерно больших корректировок, а третье – играет роль стабилизатора. Структура критерия устроена таким образом, что может при соответствующем подборе параметров γ и λ изменяться, трансформируя соответствующие изменения рекуррентных формул, с помощью которых корректируются коэффициенты модели.

Адаптивная модель, в которой оценки коэффициентов зависят от трех параметров $\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_t(\rho, \gamma, \lambda)$, записывается следующим образом:

$$\hat{r}_{t+\tau} = \mathbf{r}_{t+\tau} \hat{\mathbf{b}}_{t-1}, \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + \lambda[\hat{\mathbf{b}}_{t-1} - \hat{\mathbf{b}}_{t-2}] + \quad (3)$$

$$+ \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{r}'_t}{\mathbf{r}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{r}'_t + \rho} (1 - \gamma - \lambda) [r_t - \mathbf{r}_t \hat{\mathbf{b}}_{t-1}]$$

$$\mathbf{C}_t^{-1} = \frac{1}{\rho} \left[\mathbf{C}_{t-1}^{-1} - \frac{\mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{r}'_t \mathbf{r}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1}}{\mathbf{r}_t \mathbf{C}_{t-1}^{-1} \mathbf{r}'_t + \rho} \right]. \quad (4)$$

Определение начальных значений и процедура настройки параметров идентична предыдущим моделям.

Многообразие настраиваемых вариантов удобно представить в виде таблицы. Для этого достаточно рассмотреть только те случаи, когда один из настраиваемых параметров или одновременно оба γ , и λ принимают свои граничные значения (нуль, единица), либо произвольное значение из интервала $(0, 1)$. Общее число всевозможных случаев равно девяти. Однако реально можно рассматривать только шесть возможных вариантов адаптивного механизма, так как для трех не выполнено условие $\gamma + \lambda \leq 1$. Все шесть вариантов представлены в таб. 1.

Эта таблица наглядно показывает, что структура адаптивного механизма этой модели включает в свой состав варианты более простых адаптивных механизмов, что позволяет сконцентрировать в одной модели очень богатый набор свойств, обеспечивающий высокую надежность прогнозных расчетов в подавляющем большинстве ситуаций, возникающих на практике.

Таблица 1

Варианты структуры адаптивного механизма

Параметр	$\gamma = 0$	$0 < \gamma < 1$	$\gamma = 1$
$\lambda = 0$	$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + \Delta \mathbf{b}_t(\rho) e_t$	$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + (1-\gamma) \Delta \mathbf{b}_t(\rho) e_t$	$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1}$
$0 < \lambda < 1$	$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + \beta[\hat{\mathbf{b}}_{t-1} - \hat{\mathbf{b}}_{t-2}] + (1-\lambda) \Delta \mathbf{b}_t(\rho) e_t$	$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + \lambda[\hat{\mathbf{b}}_{t-1} - \hat{\mathbf{b}}_{t-2}] + (1-\gamma-\lambda) \Delta \mathbf{b}_t(\rho) e_t$	-
$\lambda = 0$	$\hat{\mathbf{b}}_t = \hat{\mathbf{b}}_{t-1} + [\hat{\mathbf{b}}_{t-1} - \mathbf{b}_{t-2}]$	-	-

С учетом вышеизложенных описания адаптивных регрессий, модель портфельного инвестирования У. Шарпа с настаиваемой структурой одношагового адаптивного механизма имеет вид:

$$\mathbf{w}'_{n+1} \Sigma_d(\rho, \lambda, \gamma) \mathbf{w}_{n+1} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \mathbf{w}'_{n+1} \mathbf{a}_{n+1}(\rho, \lambda, \gamma) = \mu, \\ \mathbf{w}'_n \mathbf{I} = 1, \\ \mathbf{w}'_n \boldsymbol{\beta}(\rho, \lambda, \gamma) = w_I, \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathbf{w}_{n+1} = (w_1, w_2, \dots, w_n, w_I)'$ – вектор структуры расширенного портфеля, последнее значение которого содержит долю рыночного индекса; $\Sigma_d(\rho, \lambda, \gamma)$ – диагональная матрица, на диагонали которой стоят остаточные дисперсии объектов портфельного инвестирования и дисперсия рыночного индекса;

$\mathbf{a}_{n+1}(\rho, \lambda, \gamma) = (\alpha_1(\rho, \lambda, \gamma), \alpha_2(\rho, \lambda, \gamma), \dots, \alpha_n(\rho, \lambda, \gamma), E(r_I))'$ – расширенный вектор оценок свободных членов одноиндексных моделей У. Шарпа, последнее значение которого является математическим ожиданием доходности рыночного индекса; ρ, λ, γ – параметры адаптации;

$\boldsymbol{\beta}(\rho, \lambda, \gamma) = (\beta_1(\rho, \lambda, \gamma), \beta_2(\rho, \lambda, \gamma), \dots, \beta_n(\rho, \lambda, \gamma))'$ – вектор оценок бета-коэффициентов одноиндексных моделей У. Шарпа; \mathbf{I} – единичный вектор.

Результаты вычислительных экспериментов с этой моделью приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики адаптивных портфелей на периодах обучения и
упреждения, %

Параметр	Шаг адаптации				
	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5
Средняя доходность портфеля	0,533	0,319	0,579	0,360	0,130
Риск	0,498	0,411	0,355	0,315	0,290
Коэффициент У. Шарпа	1,072	0,776	1,629	1,143	0,447
Средняя доходность рыночного индекса	0,970	0,054	0,276	-0,374	-0,677

Данные, приведенные в таб. 2, наглядно показывают преимущества портфельного инвестирования с использованием модели У. Шарпа, усовершенствованной адаптивным механизмом с настраиваемой структурой. Об этом в частности свидетельствует соотношение значений средних доходностей адаптивного портфеля (0,130) и рыночного индекса (-0,677) на упреждающем периоде.

Список источников

1. Методика расчета теоретической цены опциона и коэффициента «дельта» [электронный ресурс] / утв. приказом Председателя Правления ОАО «РТС» от 18.03.2010 № 40. – Режим доступа: <http://rts.ru>, свободный.
2. Давнис В.В. Адаптивный вариант одноиндексной модели Шарпа [текст] / В.В. Давнис, С.В. Бахолдин // Анализ, моделирование и прогнозирование экономических процессов: материалы II международной научно-практической интернет-конференции / под ред. Л.Ю. Богачковой, В.В. Давниса. – Воронеж: ЦНТИ, 2010. – С 110-112.
3. Давнис В.В. Адаптивный подход к обоснованию инвестиционных решений на фондовом рынке [текст] / В.В. Давнис, С.В. Бахолдин // Современная экономика. – 2011. – №5 (17). – С. 146-152.
4. Бахолдин С.В. Адаптивный портфель ценных бумаг на основе модели Шарпа [текст] / С.В. Бахолдин // Современная экономика. – 2011. – №12 (24). – С. 173-178.

5. Бахолдин С.В. Одношаговая адаптивная модель портфельного инвестирования У. Шарпа [текст] / С.В. Бахолдин, В.В. Коротких // Современная экономика. – 2012. – №1 (25). – С. 187-192.

6. Акоюн Е.А. Адаптивные стратегии портфельного инвестирования [текст] / Е.А. Акоюн, С.В. Бахолдин // Современная экономика. – 2012. – №1 (25). –С. 181-186.

7. Давнис В.В. Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах [текст] / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. – Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2006. – 380 с.

ADAPTIVE APPROACH AND PROBLEMS OF ITS REALIZATION IN MODELS OF PORTFOLIO INVESTMENT

Borisov Aleksey Nikolayevich,

Dr. Sc. of Economy, Professor of the Chair of Economy and Finances of Voronezh State Forest Academy; tvi01@mail.ru

Kasatkin Sergey Yevgenyevich,

Ph. D. of Economy, Candidate for a Doctor's Degree of the Chair of Information Technologies and Mathematical Methods in Economy of Voronezh State University; k_s_e@rambler.ru

The possibility of an adaptive approach to the construction of models of portfolio investment is considered. It is shown that as a base model for this purpose it is advisable to use the Sharpe's portfolio, the construction of which is based on the regression analysis. Numerical experiments were conducted that confirmed the promise of building adaptive models of portfolio investment.

Keywords: adaptive regression, adjusted the structure, parameters adapting, adaptive portfolio.