УДК 519.876.5:332.1

МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ДОРОЖНО-ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ МЕГАПОЛИСА

Баева Нина Борисовна,
кандидат экономических наук, профессор кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета; mmio@amm.vsu.ru

Рябцев Сергей Евгеньевич,
магистр кафедры математических методов исследования операций Воронежского государственного университета; resika@mail.ru

В статье предложены модели оптимизации функционирования дорожно-транспортной сети мегаполиса, построенные на основе минимизации расходов пассажиров (временных и финансовых), а также теоретико-игровая задача оценки прибыльности маршрутов дорожно-транспортной сети мегаполиса.

Ключевые слова: дорожно-транспортная сеть мегаполиса, интенсивность потока пассажиров, равновесные стратегии.

Современный этап развития общества характеризуется резким повышением склонности населения к передвижению, что в свою очередь приводит к интенсивному приросту автомобилей в городах, улично-дорожная сеть которых, не приспособлена к такому росту плотности транспортных потоков. Транспортное обслуживание населения и организация движения в городах по мере роста их территории, численности населения и повышения уровня автомобилизации складываются в сложнейшую градостроительную проблему. Дело в том, что в настоящее время обеспеченность автомобилями в крупных городах доходит до 400 на 1000 жителей. Из-за плотной застройки районов, микрорайонов, кварталов и сохранения параметров улиц, заложенных в 30–60-х гг. XX в. в центральной части города, улично-дорожная сеть не справляется с потоком автотранспорта. Подобные дисбалансы неизбежно приводят к перегрузкам дорожно-уличной сети и, как следствие, к появлению пробок и заторов, парализующих движение в мегаполисе.

Таким образом, в современном городе одной из важнейших является проблема оптимизации функционирования транспортной системы с целью повышения качества обслуживания пользователей автотранспорта. Решение этой проблемы требует: совершенствования управления дорожно-транспортной сетью мегаполиса на основе решения задачи организации маршрутов следования отдельных видов транспорта (общественный транспорт, грузовой транспорт), структурирования дорожно-уличной сети (изменение конфигурации автодорог), реорганизации транспортных потоков (при помощи дорожных знаков и различных видов разметки) и регулирования дорожного движения.

Проблемой совершенствования управления ДТС занимаются многие авторы: В.В. Семенов, В.И. Швецов, Б.И. Грановский и др. Наиболее обстоятельно эту проблему рассмотрел Жамран Мутаз Абуальнаср [1]. Целью его работы, как объявлено в автореферате, является исследование и экспериментальная проверка эффективности системы управления транспортными потоками в городских условиях. Один из путей решения проблемы функционирования дорожно-транспортной сети мегаполиса весьма интересно рассмотрел Д.В. Хлопонин.

Однако изменения внешней среды потребовали корректировки алгоритмов и моделей, предложенных ранее. Рассмотрению одной из них, касающейся оптимизации управления движением на основе выбора равновесия между количеством и составом транспорта мегаполиса и плотностью пассажиров в нем, и посвящена данная статья.

Пусть имеется дорожно-транспортная сеть, представляющая собой множество узлов (перекрестков) и коммуникаций (дорог), заданным образом связывающих узлы друг с другом. Отличительной чертой ДТС является то, что потоки, проходящие через узлы, не смешиваются, и таким образом можно говорить о существовании в узлах отдельных подпотоков, движущихся с одной из коммуникаций, входящих в узел, на другую коммуникацию, выходящую из узла.

Одним из типов задач синтеза сетей являются задачи синтеза сетей с одним источником, в которых требуется построить коммуникационную сеть минимальной стоимости, соединяющую заданный источник с множеством потребителей при условии, что затраты на создание каждого участка такой сети определяются кусочно-линейной неубывающей функцией от потока по этому участку.

Для формулирования задачи введем следующие обозначения. Пусть задан орграф $G=G(V, E)$ с множеством вершин V и дуг E и непустое множество A упорядоченных пар вершин из VxV, называемое множеством маршрутов. Первая вершина в паре называется началом, вторая – концом маршрута. Каждому $a \in A$ поставлено в соответствие число $b_a > 0$, называемое мощностью маршрута а. Каждой дуге $(i, j) \in E$ соответствует неотрицательная вогнутая неубывающая функция затрат на транспортировку по дугам $f(X_{i,j})((i,j) \in E)$, равное нулю при $X_{i,j} = 0$ и число $Q_{i,j}$, ограничивающие сверху значение переменной $X_{i,j}$. Задача синтеза сетей формулируется как задача отыскания сети, допускающей реализацию на ней всех потоков из А с заданными мощностями $b_a (a \in A)$, удовлетворяющей дуговым ограничениям на величину их пропускной способности, с минимумом суммарных затрат на транспортировку на дугах сети.

Математическая модель этой задачи приведена ниже:

$$\sum_{(i,j)\in E} f\left(X_{i,j}\right) \to \min \qquad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{a\in A} x_{i,j}^{a} = X_{i,j}\,,$$

$$X_{i,j} \le Q_{i,j}, \qquad \left(i,j\right) \in E, \qquad (2)$$

$$\sum_{l\in J(k)} x_{i,j}^{a} - \sum_{l\in I(k)} x_{i,j}^{a} = \begin{cases} b_a \text{ для } k = I, \\ 0 \text{ для } k \ne i,j, \\ -b_a \text{ для } k = J, \end{cases} \qquad (3)$$

$$x_{i,j}^{a} \ge 0, a \in A, \left(i,j\right) \in E. \qquad (4)$$

Здесь $x_{i,j}^{a}$ – неизвестная мощность потока для маршрута a, $X_{i,j}$ – суммарный поток по дуге $(i,j), (i,j) \in E$, $I(k)$ и $J(k)$ – множества входящих и выходящих дуг для вершин $k(k \in V)$, ограничения (3) – стандартные для потоковых задач условия баланса мощности и неразрывности потока. В дальнейшем предполагается, что все $Q_{i,j}$ выбраны так, что задача (1) – (4) разрешима.

В рассмотренной модели системы городского пассажирского транспорта узким местом является задание в общем виде функций, характеризующих пассажиропоток $f\left(X_{i,j}\right)$. Ниже рассмотрим подход к определению аналитического вида.

Для формулировки возможного аналитического вида введем следующие обозначения: N – количество остановочных пунктов, по которым движутся транспортные средства и перемещаются пассажиры; $\lambda_{i,j}$ – интенсивность потока пассажиров, поступающих на i-й остановочный пункт с потребностью переехать на маршрутном транспортном средстве на j-й остановочный пункт ($i,j = \overline{1,N}$); β – стоимость проезда на городском пассажирском транспорте; $\gamma_{i,j}$ – средняя стоимость времени пассажиров, перемещающихся между пунктами i и j, ($i,j = \overline{1,N}$); γ – стоимость единицы времени пассажира (пассажиро-час), потерянной пассажиром в ожидании транспорта на остановочном пункте; K – количество конкурирующих между собой пассажирских транспортных операторов (или количество конкурирующих маршрутов); L_K – количество маршрутов, которые эксплуатирует k-й транспортный оператор ($k = \overline{1,K}$); $A_{i,j}^{k,l}$ – принимает значение 1, если по l-му маршруту k-го транспортного оператора можно переехать с i-го остановочного пункта на j-й, иначе принимает значение 0 ($i,j = \overline{1,N}, l = \overline{1,L_K}, k = \overline{1,K}$); $A_{i,j}^{k}$ – принимает значение 1, если по k-му маршруту можно переехать с i-го остановочного пункта на j-й, иначе принимает значение 0 ($i,j = \overline{1,N}$, $k = \overline{1,K}$); μ_k^l – интенсивность потока транспортных средств, движущихся по l-му маршруту k-го транспортного оператора ($l = \overline{1,L_K}, k = \overline{1,K}$); μ_k – интенсивность потока транспортных средств, движущихся по k-му маршруту ($k = \overline{1,K}$); $\alpha_{k,l}$ – себестоимость одного рейса общественного транспорта k-го оператора, движущегося по l-му маршруту ($l = \overline{1,L_K}, k = \overline{1,K}$); α_k – себестоимость одного рейса общественного транспорта на k-м маршруте ($k = \overline{1,K}$); $\delta_{k,l}$ – экономический и экологический ущерб, наносимый городу одним рейсом k-го оператора по l-му маршруту ($l = \overline{1,L_K}, k = \overline{1,K}$); $\delta_{k,l}$ – экономический и экологический ущерб, наносимый городу одним рейсом k-го маршрута ($k = \overline{1,K}$); F – интенсивность потерь в системе «город»: суммарный ущерб городской среде при передвижении транспортных средств и потери времени пассажиров (выраженные в денежной форме); H_K – прибыль k-го транспортного оператора ($k = \overline{1,K}$); $G_{i,j}$ – средние потери пассажира (на одну поездку), перемещающегося между i-м и j-м остановочным пунктами ($i, j = \overline{1,N}$); $t'_{i,j}$ – время перемещения человека при использовании общественного транспорта (за исключением времени ожидания общественного транспорта) между пунктами i и j; $p_{i,j}$ – вероятность принятия решения о посадке в первое подошедшее транспортное средство пассажиропотоком, перемещающимся между пунктами i и j; удовлетворить спрос на перемещение от одной точки города до другой можно с помощью общественного транспорта и пешком. Однако при значительном расстоянии между пунктом возникновения потребности в перемещении и пунктом назначения наибольшая часть потребности будет реализована с помощью транспорта.

Для определения аналитического вида функции $f(X_{i,j})$ рассчитаем расходы пассажиров. Они складываются из нескольких частей.

Во-первых, в них входят потери, связанные со временем ожидания людей, выбравших общественный транспорт :

$$\tau_1 = \frac{\gamma_{i,j} + \gamma_{i,j} p_{i,j} - \gamma_{i,j} p_{i,j} \ln(p_{i,j})}{\sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L_K} A_{i,j}^{k,l} \mu_{k,l}}.$$

Во-вторых, потери, связанные со временем перемещения на общественном транспорте:

$$\tau_2 = [\gamma_{i,j} + \gamma_{i,j} p_{i,j} - \gamma_{i,j} p_{i,j} \ln(p_{i,j})] t'_{i,j}.$$

В-третьих, оплата проезда на общественном транспорте:

$$\tau_3 = \beta\left(1 - p_{i,j}\right).$$

Тогда суммарные расходы пассажиропотока при перемещении между пунктами i и j на одну поездку вычисляются следующим образом:

$$G_{i,j} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3,$$

$$G_{i,j} = [\gamma_{i,j} + \gamma_{i,j} p_{i,j} - \gamma_{i,j} p_{i,j} \ln(p_{i,j})]\left[\frac{1}{\sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L_K} A_{i,j}^{k,l} \mu_{k,l}} + t'_{i,j}\right] + \beta\left(1 - p_{i,j}\right).$$

Откуда функцию $f(X_{i,j})$ представим в виде:

$$f(X_{i,j}) = \sum_{i,j}^{N} G_{i,j} * X_{i,j}. \qquad (1')$$

Представленную выше функцию целесообразно выбрать в качестве функции цели задачи $(1'), (2) - (4)$.

Таким образом, построена модель, представляющая собой задачу отыскания оптимальной сети, допускающей успешную реализацию всех потоков из множества маршрутов A, удовлетворяющей дуговым ограничениям на величину их пропускной способности и минимизирующих суммарные затраты на функционирование дорожно-транспортной сети мегаполиса. Задача реализуется методом Соболя на основе данных Воронежской области.

Для рационального формирования множества маршрутов A необходимо оценить балансовые соотношения между общим количеством пассажиров, которых необходимо перевозить, и количеством транспортных маршрутов, обеспечивающих возможность доставки пассажиров с начального до конечного пункта в том числе.

Для описания модели напомним, что $\lambda_{i,j}$ – интенсивность потока пассажиров, поступающих на i-й остановочный пункт с потребностью переехать на маршрутном транспортном средстве на j-й остановочный пункт $(i,j = \overline{1,N})$. Предположим, что $\lambda_{i,j}$ задан промежутком изменения этой величины, тогда 1-е ограничение предлагаемой модели примет следующий вид:

$$\underline{\lambda_{i,j}} \leqslant \lambda_{i,j} \leq \overline{\lambda_{i,j}}, i,j = \overline{1,N}. \quad (5)$$

Это ограничение гарантирует, что количество транспорта, связывающее i и j пункты, будет не отрицательным, т.е.

$$\sum_{k=1}^{K} y_{i,j}^{k} > 0.$$

Здесь k – порядковый номер маршрута.

Следующим очевидным ограничением является учёт интенсивности потоков транспортных средств, движущихся по каждому маршруту $(\mu_{i,j}^{k})$. Эта величина не отрицательна:

$$\underline{\mu_{i,j}} > 0,$$

$$\underline{\mu_{i,j}} \leqslant \mu_{i,j}^{k} \leq \overline{\mu_{i,j}}, i,j = \overline{1,N}, k = \overline{1,K}, \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{K} d_k \mu_{i,j}^{k} = \lambda_{i,j}, i,j = \overline{1,N}. \quad (7)$$

где d_k – количество пассажиров по стандарту, заполняющих транспортное средство k-го маршрута.

Суммарный ущерб U городской среде от работы городского пассажирского транспорта составит:

$$U = \sum_{k=1}^{K} \delta_k \mu_k \leq \overline{U}, \quad (8)$$

$$\mu_k = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \mu_{i,j}^{k}.$$

Тогда средние затраты пассажиров, ожидающих транспорт на i-м остановочном пункте для переезда на j-й, в единицу времени вычисляются следующим образом:

$$P_{i,j}^{cp} = \sum_{i,j} \frac{\gamma \lambda_{i,j}}{\sum_{k=1}^{K} y_{i,j}^{k} \mu_{i,j}^{k}} \leq \overline{P}, i,j = \overline{1,N}. \quad (9)$$

Целевая функция в данной задаче представляет собой суммарные затраты транспорта на передвижение транспортных средств по маршрутам в единицу времени и ущерб от вреда городского транспорта:

$$F = \sum_{i,j=1}^{N} \frac{\gamma \lambda_{i,j}}{\sum_{k=1}^{K} y_{i,j}^{k} \mu_{i,j}^{k}} + \sum_{k=1}^{K} \delta_k \mu_{i,j}^{k} \to \min \qquad (10)$$

Таким образом, задача (5) – (10) представляет собой задачу нелинейной оптимизации. Для её решения предполагается использовать метод Соболя. Задача обеспечивает оптимальную организацию перевозки пассажиров, минимизирует ущерб городской среде от работы городского пассажирского транспорта.

Важнейшей проблемой рационального управления транспортом мегаполиса является определение прибыли, которая может быть получена от каждого из маршрута. Прибыль зависит от общего количества транспорта, видов используемого транспорта, от интенсивности пассажиропотока. Рассмотрим далее аналитическое решение игры двух операторов пассажирского транспорта, в распоряжении каждого из которых находится по одному маршруту.

Введем переменные для формулировки данной задачи следующим образом: λ_1– интенсивность потока пассажиров, перевозимых транспортными средствами только первого маршрута; λ_2 – интенсивность потока пассажиров, перевозимых транспортными средствами только второго маршрута; λ_0 – интенсивность потока пассажиров, перевозимых транспортными средствами первого и второго маршрутов; β – стоимость проезда; α_1 – себестоимость одного рейса на первом маршруте; α_2 – себестоимость одного рейса на втором маршруте; μ_1– интенсивность потока городского пассажирского транспорта на первом маршруте; μ_2 – интенсивность потока городского пассажирского транспорта на втором маршруте.

Выигрыш первого маршрута (разность между доходами от продажи билетов и транспортными расходами) представлен ниже:

$$H_1(\mu_1, \mu_2) = \beta\left(\lambda_1 + \frac{\lambda_0 \mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\right) - \alpha_1 \mu_1 . \qquad (11)$$

Второго маршрута:

$$H_2(\mu_1, \mu_2) = \beta\left(\lambda_2 + \frac{\lambda_0 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}\right) - \alpha_2 \mu_2 . \qquad (12)$$

Задача поиска равновесных стратегий состоит в решении системы нелинейных уравнений, составленной из соответствующих производных функций выигрыша:

$$\begin{cases} \dfrac{\beta \lambda_0 \mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)^2} - \alpha_1 = 0 \\ \dfrac{\beta \lambda_0 \mu_1}{(\mu_1 + \mu_2)^2} - \alpha_2 = 0 \end{cases} . \qquad (13)$$

Отметим, что функции выигрыша (11), (12) выпуклы вверх по стратегиям игроков, поэтому решение системы (13) дает точку равновесия:

$$\mu_1^* = \frac{\alpha_2 \lambda_0 \beta}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}, \mu_2^* = \frac{\alpha_1 \lambda_0 \beta}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}.$$

Прибыль первого маршрута составит:

$$H_1^* = \beta \lambda_1 + \frac{\beta \lambda_0 \alpha_2^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}.$$

Второго маршрута:

$$H_2^* = \beta\lambda_2 + \frac{\beta\lambda_0\alpha_1^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}.$$

Отметим, что оптимальным по Парето множеством является линия, при которой $H_1 + H_2 = \beta(\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2)$ (см. рис.). При этом $\mu_1 + \mu_2 \to 0$. То есть нет «лишних» затрат на транспортировку, а доходы постоянны. Это в том числе показывает, что пассажирский транспорт в отсутствие конкуренции будет работать значительно хуже.

Рис. Точка равновесия на критериальной области

Экспериментальный пример.

Приведем в качестве примера расчет прибыли для двух маршрутов 57В и 81 (г. Воронеж) (см. табл.).

Таблица

				МАРШРУТ		ИТОГО
				57 В	81	
количество рейсов за день				7	4	11
интенсивность потока пассажиров			за день	700	546	1246
			за рейс	100	137	237
интенсивность транспорта				26	40	66
себестоимость	зарплата водителя (руб.)		за день	2000	1500	3500
			за рейс	286	375	661
	стоимость топлива (руб.)		за день	1215	1800	3015
			за рейс	175,5	450	625,5
	ремонт транспорта (руб.)		за месяц	10000	20000	30000
			за рейс	47,6	167	214,6
	страховка	ОСАГО (руб.)	за год	7000	5000	12000
			за рейс	3	3,5	6,5
		страховка пассажиров (руб.)	за год	7000	8000	15000
			за рейс	3	5,5	8,5
		транспортный налог (руб.)	за год	6000	10000	17000
			за рейс	2,4	6,9	9,3
		технический осмотр (руб.)	за год	6000	4000	10000
			за рейс	2,4	2,8	5,2

Прибыль первого маршрута составит:

$$H_1 = 22 * 100 + \frac{22 * 237 * (1010.7)^2}{(472.3 + 1010.7)^2},$$
$$H_1 = 4621.$$

Прибыль второго маршрута составит:

$$H_2 = 22 * 137 + \frac{22 * 237 * (472.3)^2}{(472.3 + 1010.7)^2},$$
$$H_2 = 3542.$$

Заключение

В данной статье представлены модели, позволяющие выбрать оптимальную транспортную сеть мегаполиса. В качестве функции, целью которой предлагается способ расчета расходов пассажиров, в которые вкладываются потери, связанные со временем ожидания людей, выбравших общественный транспорт, потери, связанные со временем перемещения на общественном транспорте, и потери, связанные с оплатой проезда. В работе представлена также модель формирования набора транспорта, обеспечивающего переезд пассажиров по каждому маршруту, учитывающую оценку интенсивности потока пассажиров в этих направлениях. В работе, кроме того, представлена игровая задача, позволяющая решить проблему оценки прибыли от каждого из имеющихся транспортных маршрутов. В работе представлен экспериментальный пример, иллюстрирующий возможности расчета прибыли от двух маршрутов и выбора из них наилучшего. Предложенные модели могут быть использованы для улучшения транспортной сети любого мегаполиса.

Список источников

1. Жамран, М.А. Механизм классификации автодорог и перекрестков улично-дорожной сети [текст] / Жамран Мутаз АбуАльнаср // Управление в организационных системах. Всероссийская науч.-тех. конференция. – Воронеж, 2008. – 8-10 декабря. – С. 114 – 118.
2. Корягин, М.Е. Равновесные модели системы городского пассажирского транспорта в условиях конфликта интересов [текст] / М.Е. Корягин. – Новосибирск: Наука, 2011. – 140 с.
3. Семенов, В.В. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса [текст] / В.В. Семенов. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2004. – 231 с.
4. Швецов, В.И. Математическое моделирование транспортных потоков [текст] / В.И. Швецов. – М.: Автоматика и телемеханика, 2003. – 11 с.

OPTIMIZATION MODELS OF ROAD AND TRANSPORT NETWORK FUNCTIONING OF MEGALOPOLIS

Bayeva Nina Borisovna,
Ph. D. of Economics, Professor of Mathematical Methods of Operations Research department, Voronezh State University; mmio@amm.vsu.ru

Ryabtsev Sergey Evgenyevich,
Master of Mathematical Methods of Operations Research department, Voronezh State University; resika@mail.ru

In article optimization models of road and transport network functioning of megalopolis, constructed on the basis of minimization expenses of passengers (temporary and financial), and also a game-theoretic problem of an assessment profitability routes of a road and transport network of megalopolis are offered.
Keywords: road and transport network of megalopolis, intensity of passengers flow, equilibrium strategy.