
О ПАРАМЕТРАХ КОМБИНИРОВАННЫХ КВАНТИЛЬНЫХ МЕР РИСКА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОРТФЕЛЕЙ ЦЕННЫХ БУМАГ

Бронштейн Ефим Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф.
Тулупова Екатерина Викторовна, асп.

Уфимский государственный авиационный технический университет, ул. К. Маркса, 12,
Уфа, Республика Башкортостан, Россия, 450000; e-mail: bro-efim@yandex.ru;
katya_tu@mail.ru

В рассмотрение вводятся комбинированные меры финансовых рисков, основанные на квантильных мерах VaR, CVaR и их аналогах для правых хвостов распределения доходностей финансовых инструментов. С помощью двухэтапной оптимизационной процедуры оценивается эффективность предложенных мер при формировании последовательностей портфелей ценных бумаг. Ранее [3] данное исследование было проведено для российского рынка ценных бумаг. В настоящей работе приводятся результаты вычислительных экспериментов для российского и американского рынков ценных бумаг, а также рассматривается влияние параметров мер риска на формирование последовательности портфелей ценных бумаг.

Ключевые слова: квантильные меры риска, финансовые риски, портфель ценных бумаг.

Введение

Любая деятельность в условиях рыночной экономики в той или иной степени подвержена неопределенности, поскольку принятие решения зачастую происходит в условиях отсутствия полной информации и наличия противоборствующих тенденций. Таким образом, на риск недополучения прибыли, а порой и утраты вложенных средств, влияют многочисленные факторы: экономические, политические, социальные и др. В этих условиях стратегия формирования портфеля ценных бумаг, оптимального с точки зрения инвестора, должна быть основана на таких подходах к оценке риска, которые позволили бы получить результаты, наиболее близкие к ожидаемым.

Современная портфельная теория берет свое начало с середины XX в., когда Марковицем Г. [13] впервые была предложена математическая модель формирования оптимального портфеля ценных бумаг на основе вероятностной формализации понятия доходности и риска. Несмотря на стре-

мительное развитие финансовых институтов в целом и фондового рынка в частности, теоретические положения, сформулированные Марковицем, по-прежнему используются в качестве основы для практического построения портфеля и новых исследований оценки риска в финансовой экономике [8].

Дальнейшее развитие портфельная теория получила в работе Тобина Дж. [18], основанной на идее снижения риска портфеля ценных бумаг за счет увеличения в нем доли безрисковых активов. Далее большое внимание исследователей было уделено оптимальному соотношению между доходностью и риском, максимизации доходности при фиксированном уровне риска и минимизации риска с требованием получения заданного уровня доходности. Данный подход был освещен в ряде работ, например, Шарпа У. [17], Линтнера Дж. [12], Моссина Я. [15], Модильяни Ф. [14].

Более серьезно вопрос о необходимости управления рисками встал вследствие череды крупных финансовых крахов в начале 1990-х гг. [11]. После серии скандальных разорений таких гигантов, как Orange Country, Barings, Metallgesellschaft, Daiwa, экономисты еще раз убедились, что крупные суммы денег могут быть потеряны вследствие недооценки важности контроля и отсутствия адекватных механизмов управления финансовыми рисками. Многие финансовые институты начали заниматься исследованиями в области риск-менеджмента. В итоге в середине 1990-х гг. компания J.P.Morgan предложила использовать квантильную меру риска VaR (Value-at-Risk) в качестве альтернативы дисперсии, которая не позволяла учесть риск, возникающий с низкой вероятностью. В настоящее время мера VaR, подробно рассмотренная в [9], рекомендована к использованию Конвергенцией Базельского комитета по банковскому надзору [1].

Несмотря на широкое применение, мера VaR не отражает реалий портфельного инвестирования, поскольку для нее не выполняется условие субаддитивности, т.е. VaR суммарных прибылей может превосходить сумму VaR отдельных слагаемых. Таким образом, мера риска VaR не относится к классу когерентных мер риска, выделенных Артцнером Ф., Делбаеном Ф., Эбером Ж.-М. и Хеттом Д. [6].

Рокафеллар Р. и Урясев С. [16] ввели в рассмотрение меру риска Conditional Value-at-Risk (CVaR), более соответствующую реалиям портфельного инвестирования.

В работе рассматриваются комбинированные квантильные характеристики (выпуклые комбинации) мер VaR и CVaR отдельно для левого и правого хвостов распределения доходности.

1. Постановка задачи и алгоритм построения решения

Приведем описание модификации двухэтапного алгоритма построения портфеля ценных бумаг, приведенного в [2], применительно к нашей задаче.

Пусть X – случайная величина – будущая доходность некоторого финансового инструмента. Распределение считаем непрерывным.

Обычно Value-at-Risk (VaR) определяется как наименьшая прибыль, которую предполагается получить на рассматриваемом временном горизонте с достаточно малой вероятностью α , т.е. является характеристикой левого хвоста распределения доходности. Мы также используем аналогичную характеристику правого хвоста:

$$VaR_{\alpha}^{-}(X) = \min\{u : P(X < u) \geq \alpha\}, \quad (1)$$

$$VaR_{\alpha}^{+}(X) = \min\{u : P(X < u) \geq 1 - \alpha\}, \quad (2)$$

где P – вероятность.

Обычно Conditional Value-at-Risk (CVaR) понимается как математическое ожидание прибыли, которая меньше VaR (убытков больших VaR). Аналогично используем подобные величины для левого и правого хвостов распределения:

$$CVaR_{\alpha}^{-}(X) = E[X | X \leq VaR_{\alpha}^{-}(X)], \quad (3)$$

$$CVaR_{\alpha}^{+}(X) = E[X | X \geq VaR_{\alpha}^{+}(X)]. \quad (4)$$

Меры (1) и (3) оценивают тяжесть левого хвоста распределения доходности (рост этих мер означает, что большие убытки становятся более редкими), а меры (2) и (4) – правого (рост означает, что прибыли, превышающие некоторый порог, становятся более частыми). Стандартные меры риска VaRa и CVaRa совпадают с величинами (1) и (3).

В работе рассматриваются выпуклые комбинации мер риска (1)–(4):

$$M_1(X : k, \alpha) = kVaR_{\alpha}^{-}(X) + (1 - k)CVaR_{\alpha}^{-}(X), \quad (5)$$

$$M_2(X : k, \alpha) = kVaR_{\alpha}^{+}(X) + (1 - k)CVaR_{\alpha}^{+}(X), \quad (6)$$

где $k \in [0; 1]$.

Этот подход перекликается с работами [7] и [10]. В отличие от [2] для слагаемых комплексных мер $M_1(X)$ и $M_2(X)$ используем общую доверительную вероятность α .

Часто в качестве исходной случайной величины рассматриваются убытки, т.е. $(-X)$, вследствие чего формулы в ряде источников могут отличаться от приведенных.

Статистические оценки мер (1)–(4) вычисляются по историческим данным. Для этого данные упорядочиваются по возрастанию (строится вариационный ряд) $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$. Оценки введенных мер вычисляются следующим образом:

$$VaR_{\alpha}^{-}(X) = x_{[n\alpha]}, \quad (7)$$

$$CVaR_{\alpha}^{-}(X) = \frac{\sum_{i=1}^{[n\alpha]} x_i}{[n\alpha]}, \quad (8)$$

$$VaR_{\alpha}^{+}(X) = x_{n-[n\alpha]}, \quad (9)$$

$$CVaR_{\alpha}^{+}(X) = \frac{\sum_{i=n-[a\alpha]+1}^n x_i}{[a\alpha]}. \quad (10)$$

Пусть инвестор формирует портфель из m ценных бумаг. Под портфелем будем понимать вектор $U=(u_1, u_2, \dots, u_m)$, где $u_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^m u_i = 1$. Содержательно величина u_i – это доля i -ой ценной бумаги в портфеле. Портфель формируется на основе данных о цене акций за T дней. Можно считать, что в начальный момент (0) инвестор обладает единицей средств и цены всех акций равны 1 (для этого достаточно цены акций поделить на их стоимости в начальный день). Тогда величины u_i можно интерпретировать как суммы, на которые инвестор приобретает в 0 момент бумаги i -го вида.

Далее будем генерировать случайные портфели, равномерно распределенные в симплексе $u_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^m u_i = 1$, аналогично [5]. Для этого воспользуемся функциями:

$$p_{k,a}(t) = \frac{m-k}{a^{m-k}} (a-t)^{m-k-1} \quad (k = 1, \dots, m-1; t \in [0, a]). \quad (11)$$

u_1 генерируется как значение случайной величины с плотностью $p_{1,1}(t)$ на отрезке $[0; 1]$ с помощью стандартного преобразования равномерно распределенной случайной величины. Для генерации равномерного распределения здесь и далее использовался датчик Уичмана-Хилла [4], поскольку он имеет значительный период, это важно при генерации большого набора чисел.

Значения u_k при $k=2, \dots, m-1$ генерируются последовательно с плотностями $p_{k,a}(t)$ при $a = 1 - \sum_{i=1}^{k-1} u_i$ аналогично предыдущему

$$u_m = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} u_i.$$

Можно проверить, что в результате проведения этой процедуры получим точки, равномерно распределенные в симплексе.

Выделим два временных промежутка: продолжительный – T и краткий последующий – τ . На первом промежутке (соответствующие данные играют роль обучающей выборки) мы будем вычислять меру риска цены портфеля как случайной величины, на втором (контрольном) – доходность портфеля (т.е. отношение цены портфеля в конце промежутка к цене в начале).

Наша цель – оценка эффективности применения различных мер риска при формировании портфелей с точки зрения их последующей доходности и выработка рекомендаций по выбору параметров мер риска, применение которых к формированию портфелей приводит к лучшим результатам.

Пусть $\Psi_{r,T}$ – семейство мер риска, зависящих от векторного параметра r из некоторого множества R , оцененных по данным за временной интервал T , $\Psi_{r,T}(U)$ – соответствующая мера риска, вычисленная по ценам портфеля U , а $\varphi_{\tau}(U)$ – доходность портфеля U на промежутке τ . Для мер M_1 и M_2 параметр $r=(k, \alpha)$.

Рассмотрим следующую двухэтапную оптимизационную задачу:

$$U_T(r) = \arg \max_U \Psi_{r,T}(U), \quad (12)$$

$$r^0(T, \tau) = \arg \max_{r \in R} (\varphi_\tau(U_T(r))). \quad (13)$$

В результате решения задачи (12)–(13) получаем меру риска, использование которой привело к выбору наиболее доходного портфеля на промежутке τ . Задача (12) решается методом стохастической оптимизации многократным запуском процедуры, описанной выше.

Целесообразно выделить некоторое семейство параметров мер, эффективность применения которых близка к оптимальной:

$$R^*(T, \tau) = \{r \in R : \varphi_\tau(U_T(r)) \geq \gamma \varphi_\tau(U_T(r^0(T, \tau)))\}. \quad (14)$$

Параметр γ – величина допустимого отклонения меры риска при выборе портфеля от оптимальной, значение параметра следует принять близким к 1.

Если пересечение множеств из (14) непустое для различных исходных наборов акций, то эти параметры можно рекомендовать к практическому применению.

Модификация описанной методики для динамической задачи формирования портфеля имеет следующий вид. Рассмотрим горизонт инвестирования – временной интервал kt – кратный промежутку τ . На k -ом интервале по описанной методике формируется портфель U_k из n активов. Последовательность портфелей, построенных по описанной методике для всех интервалов, будем называть стратегией. Доходность такой динамической стратегии определим как произведение доходностей портфелей для всех временных интервалов. Стратегии, сформированные на основе мер риска M_1 и M_2 , будем называть M_1 - и M_2 -стратегиями. В данной работе проводится сравнительный анализ эффективности этих стратегий, при этом параметры стратегий могут различаться на разных временных промежутках.

2. Вычислительный эксперимент

Для проведения вычислительного эксперимента были использованы котировки акций 19 эмитентов российских компаний и 15 эмитентов американских компаний, взятые с сайта Finam [19]. Всего было сформировано 8 наборов акций, в каждый из которых входили акции 10 компаний (приложение 1).

С помощью датчика Уичмана-Хилла, по методике, описанной в п.1, были сгенерированы 500 портфелей. Значения величин u_i определялись с точностью 0,01.

В качестве обучающего интервала T принимались 12 месяцев, которые менялись с помощью скользящего окна начиная с января 2006 г. и заканчивая декабрем 2009 г.

В качестве контрольного промежутка τ принимался месяц, следующий за последним месяцем обучающего интервала. Таким образом, контрольные

ми промежутками выступали месяцы начиная с января 2007 г. и заканчивая декабрем 2010 г.

На основе полученных результатов была оценена доходность M_1 - и M_2 -стратегий для среднесрочного инвестирования на 3, 6, 9 месяцев и год с ежемесячным переформированием портфеля ценных бумаг 10 эмитентов, выбранных в начальный момент времени.

Параметры мер риска M_1 и M_2 перебирались следующим образом: $k \in [0; 1]$ с шагом 0,1; $\alpha \in [0,02; 0,05]$ с шагом 0,01 (всего 44 комбинации).

2.1. Общий анализ эффективности M_1 - и M_2 -стратегий

Для всех 8 наборов ценных бумаг была проведена оценка эффективности M_1 - и M_2 -стратегий за 2007-2010 гг. при различных значениях параметров мер (отбирались рекордные результаты). Обобщенные результаты анализа приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение M_1 - и M_2 -стратегий в 2007-2010 гг.

Временной горизонт	Российский рынок		Американский рынок	
	M_1	M_2	M_1	M_2
1 месяц	94 (49,0 %)	98 (51,0 %)	73 (38,0 %)	119 (62,0 %)
3 месяца	108 (58,7 %)	76 (41,3 %)	54 (29,3 %)	130 (70,7 %)
6 месяцев	93 (54,1 %)	79 (45,9 %)	45 (26,2 %)	127 (73,8 %)
9 месяцев	94 (58,8 %)	66 (41,3 %)	28 (17,5 %)	160 (82,5 %)
Год	97 (65,5 %)	51 (34,5 %)	24 (16,2 %)	124 (83,8 %)

Эффективность рассматриваемых стратегий для российского рынка ценных бумаг оказалась практически одинакова для различных временных горизонтов. В случае американского рынка ценных бумаг для рассматриваемых временных горизонтов выше оказалась эффективность стратегий, ориентированных на правый хвост.

Было сделано предположение о влиянии общего экономического состояния рынка на эффективность применения M_1 - или M_2 -стратегии. Рассматриваемый интервал был разбит на 2 равных интервала:

– 2007-2008 гг. – назревание кризиса и резкое падение котировок ценных бумаг (табл. 2);

– 2009-2010 гг. – стабилизация экономической ситуации и рост котировок ценных бумаг (табл. 3).

На российском рынке ценных бумаг в условиях спада на рынке M_0 -стратегия значительно опережала M_2 -стратегию по частоте превосходства. При этом в условиях спада на американском рынке ценных бумаг эффективнее оказалась M_2 -стратегия, уступая, однако, эффективности в общем случае (без выявления той или иной рыночной тенденции).

Таблица 2

Сравнение M_1 - и M_2 -стратегий в 2007-2008 гг.

Продолжительность временного интервала	Российский рынок		Американский рынок	
	M_1	M_2	M_1	M_2
1 месяц	59 (61,5 %)	37 (38,5 %)	40 (41,7 %)	56 (58,3 %)
3 месяца	68 (73,9 %)	24 (26,1 %)	32 (34,8 %)	60 (65,2 %)
6 месяцев	60 (71,4 %)	24 (28,6 %)	33 (37,5 %)	55 (62,5 %)
9 месяцев	65 (81,3 %)	15 (18,8 %)	20 (25,0 %)	60 (75,0 %)
Год	68 (89,5 %)	8 (10,5 %)	16 (21,1 %)	60 (78,9 %)

Таблица 3

Сравнение M_1 - и M_2 -стратегий в 2009-2010 гг.

Продолжительность временного интервала	Российский рынок		Американский рынок	
	M_1	M_2	M_1	M_2
1 месяц	35 (36,5 %)	61 (63,5 %)	33 (34,4 %)	63 (65,6 %)
3 месяца	41 (44,6 %)	51 (55,4 %)	22 (23,9 %)	70 (76,1 %)
6 месяцев	32 (36,4 %)	56 (63,6 %)	12 (14,3 %)	72 (85,7 %)
9 месяцев	29 (36,3 %)	51 (63,8 %)	8 (10,0 %)	72 (90,0 %)
Год	28 (38,9 %)	44 (61,1 %)	8 (11,1 %)	64 (88,9 %)

В условиях подъема как на российском, так и на американском рынке ценных бумаг лучшие результаты по частоте превосходства (числу наиболее доходных портфелей) показывала M_2 -стратегия.

2.2. Анализ параметров мер риска

Как правило, лучшие стратегии формировались по нескольким мерам риска, отличавшимся векторными параметрами (k, α) .

Различные значения параметров k и α оказывали практически равное влияние на построение оптимальных портфелей как с помощью меры M_1 , так и с помощью меры M_2 и на российском, и на американском рынках.

Была проанализирована степени зависимости оптимального портфеля от параметров меры риска. Оценка степени зависимости проводилась на основании расчета количества пар параметров (k, α) , одновременно указывающих на оптимальный портфель на том или ином временном интервале.

Были выделены три степени зависимости:

– сильно зависимые – оптимальный портфель позволили отобрать не более 25% рассматриваемых пар параметров;

– средне зависимые – оптимальный портфель позволили отобрать от 25% до 75% рассматриваемых пар параметров;

– слабо зависимые – оптимальный портфель позволили отобрать более 75% рассматриваемых пар параметров.

Результаты анализа приведены на рис. 1.

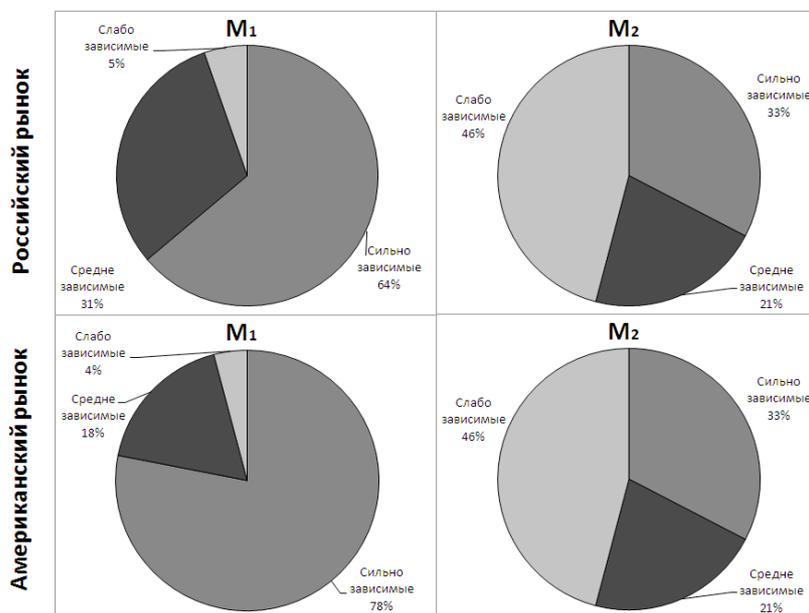


Рис. 1. Распределение оптимальных портфелей по мерам риска M_1 и M_2 и степени зависимости от параметров мер

Как для российского, так и для американского рынка ценных бумаг с большей частотой наблюдается высокая степень чувствительности оптимальных портфелей, отобранных по мере риска M_1 , к параметрам мер риска, в то время как у оптимальных портфелей, отобранных по мере риска M_2 , данный параметр низок.

Таким образом, при принятии решения об ориентации при формировании портфелей ценных бумаг на редкие большие убытки (мера риска M_1) необходимо уделять особое внимание выбору пары векторных параметров (k, α) .

С целью построения рекомендаций по применению определенных пар параметров и оценки их эффективности целесообразно провести исследование последовательностей портфелей, сформированных на основании M_1 - и M_2 -стратегий отдельно по каждой паре параметров.

Для выделения семейства параметров мер, эффективность применения которых близка к оптимальной, была реализована следующая процедура. На всех промежутках τ анализируемого периода для каждого значения векторного параметра $r=(k, \alpha)$ мер M_1 и M_2 из рассмотренных значений были определены доходности портфелей $\varphi_p(U(r))$ (p – номер промежутка), отобранных по мерам M_1 и M_2 для каждого значения параметра $r=(k, \alpha)$, а также максимальная доходность портфеля на промежутке τ – $\varphi_\tau(U_{max})$. За-

тем вычислялась разность $[\varphi_{\tau}(U_{max}) - \varphi_p(U(r))]$. В качестве результирующего показателя при отборе пар параметров мер M_1 и M_2 принимается сумма этих разностей по всем промежуткам $\tau - \sum_p [\varphi_{\tau}(U_{max}) - \varphi_p(U(r))]$. Полученные результаты были проранжированы, ранг 1 присваивался наименьшей сумме, в качестве приоритетных были отобраны первые 10 позиций. Определялось общее число приоритетных стратегий из рассматриваемого семейства. Параметр $r=(k, \alpha)$ считался значимым, если занимал одну из первых 10 позиций в 3–4 случаях.

В отдельности для портфелей российских и американский ценных бумаг в целом по всем временным интервалам для стратегий M_1 и M_2 были отобраны приоритетные пары параметров – табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4

Приоритетные пары параметров $r=(k, \alpha)$ для M_1 -стратегии

Пара параметров $r=(k, \alpha)$	Месяц	3 месяца	6 месяцев	9 месяцев	Год
Российский рынок					
(1; 0,02)	+	+	+		
(0,8; 0,03)	+	+	+		
(0,9; 0,03)	+	+	+	+	+
(1; 0,03)				+	+
(0,5; 0,05)		+	+	+	+
(0,8; 0,05)	+	+	+	+	+
(0,9; 0,05)	+	+	+	+	+
Американский рынок					
(0,3; 0,03)				+	+
(0,6; 0,03)	+				
(0; 0,04)		+	+	+	+
(0,5; 0,05)	+				
(0,9; 0,05)	+				

Таблица 5

Приоритетные пары параметров $r=(k, \alpha)$ для M_2 -стратегии

Пара параметров $r=(k, \alpha)$	Месяц	3 месяца	6 месяцев	9 месяцев	Год
Российский рынок					
(0,9; 0,03)	+	+	+	+	+
(1; 0,03)	+	+	+	+	+
(0,8; 0,04)	+			+	+
(0,9; 0,04)	+	+	+	+	+
(1; 0,04)					+
(1; 0,05)	+	+	+	+	+
Американский рынок					
(0,7; 0,04)	+				
(0,8; 0,04)	+				
(0,6; 0,05)	+				

Таким образом, для российского рынка ценных бумаг для всех временных интервалов более эффективными оказываются M_1 - и M_2 -стратегии, в которых, соответственно, доли $CVaR$ – и $CVaR+$ значительно превосходит доли VaR – и $VaR+$. На американском рынке ценных бумаг для M_1 -стратегии (при условии динамического переформирования) лучших результатов позволяет достигнуть мера, совпадающая с мерой риска VaR и квантилем,

равным 0,04. Для M_2 -стратегии приоритетные пары параметров выявить не удалось.

2.3. Оценка адекватности построенных портфелей

Для оценки адекватности построенных мер риска в рамках эксперимента была собрана статистика по количеству портфелей ценных бумаг, доходность которых на анализируемых промежутках оказалась выше доходности портфелей, отобранных по M_1 - и M_2 -стратегиям. Данные представлены на рис. 2.

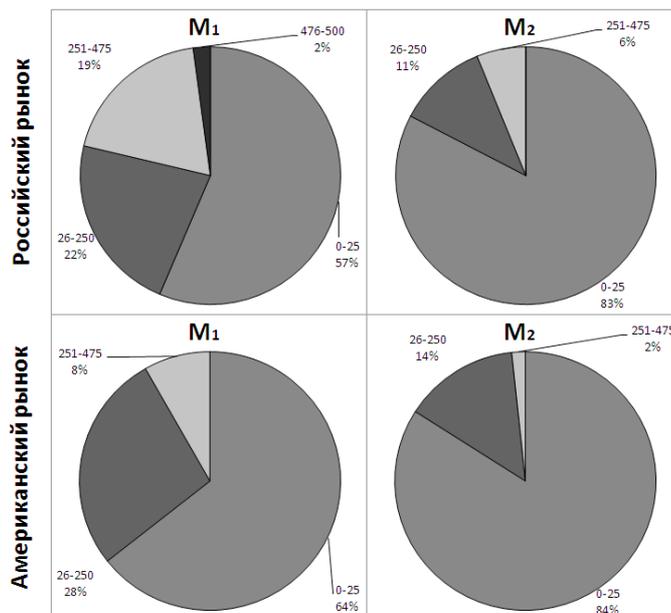


Рис. 2. Количество сформированных портфелей, уступающих по доходности наиболее доходному портфелю

Более чем в трети случаев портфели, отобранные по критерию M_2 , оказывались наиболее доходными среди рассматриваемых портфелей. Кроме того, в подавляющем большинстве случаев портфели, отобранные по данному критерию, уступали в доходности не более чем 25 портфелям из 500 сгенерированных случайных портфелей. Данная тенденция прослеживалась как для рынка российских ценных бумаг, так и для рынка американских ценных бумаг. В то же время портфели, отобранные по критерию M_1 , уступали в доходности не более чем 25 портфелям больше, чем в половине случаев, для рынков обеих стран. Таким образом, можно сделать вывод о приемлемом уровне эффективности введенных в рассмотрение мер риска.

Заключение

В работе были введены в рассмотрение выпуклые комбинации мер риска M_1 и M_2 , сформированные на основании квантильных мер риска VaR и $CVaR$ и их аналогов для правого хвоста распределения доходности.

В результате вычислительного эксперимента, проведенного с использованием исторических данных котировок акций российского и американ-

ского рынков ценных бумаг, установлено, что применение выпуклых комбинаций квантильных характеристик хвостов распределения доходности в подавляющем большинстве случаев эффективнее, чем в каждой из квантильных мер риска в отдельности. В рамках эксперимента многократно наблюдалось значительное превосходство доходности портфелей, построенных на основе M_2 -стратегии, над доходностью портфелей, построенных на основе M_1 -стратегии.

Была определена процедура оценки эффективности применения пар параметров $r=(k, \alpha)$ для M_1 - и M_2 -стратегий. На основании сформированной процедуры проведен соответствующий анализ эффективности и выявлены пары, приоритетные при построении портфелей ценных бумаг на основании M_1 - и M_2 -стратегий на различные по продолжительности временные интервалы.

Отмечено, что M_1 -стратегия показывала лучшие результаты для российского рынка ценных бумаг в условиях общего экономического спада, в то время как применение M_2 -стратегии оказалось эффективнее в условиях подъема экономики для российского рынка ценных бумаг и в целом для американского рынка ценных бумаг. Схожие результаты как для российского, так и для американского рынка ценных бумаг были получены по таким характеристикам, как распределение оптимальных портфелей по мерам риска M_1 и M_2 и степень зависимости от параметров мер, а также по количеству сформированных портфелей, уступающих по доходности наиболее доходному портфелю.

При отборе пар параметров, которые можно рекомендовать к применению, было установлено, что для российского рынка ценных бумаг более эффективными оказываются стратегии, в которых, соответственно, доли $CVaR$ значительно превосходят доли VaR . В то же время для американского рынка ценных бумаг для M_1 -стратегии лучших результатов при условии динамического переформирования позволяет достигнуть мера, совпадающая с мерой риска VaR при α , равном 0,04, а для M_2 -стратегии все пары параметров оказывали схожее влияние на формирование оптимальных портфелей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-01-00005).

Список источников

1. Базель 2. *Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: уточненные рамочные подходы*. (перевод на рус.яз.) Базельский комитет по банковскому надзору. 2004. Доступно: <http://www.cbr.ru/today/rk/Basel.pdf>.
2. Бронштейн Е.М., Качкаева М.М., Тулупова Е.В. Управление портфелем ценных бумаг на основе комплексных квантильных мер риска. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2011, по. 1, с. 184-189.
3. Бронштейн Е.М., Тулупова Е.В. О формировании портфелей ценных бумаг на основе комбинированных квантильных мер риска. *Аудит и финансовый анализ*, 2014, по. 3.
4. Лагутин М.Б. *Наглядная математическая статистика*. Москва, БИНОМ, Лаборатория знаний, 2007. 472 с.
5. Шапошникова А.Г. *Формирование портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска* : автореф. дис. ... канд. экон. наук. Уфа, 2011. 24 с.

6. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent measures of risk. *Math. Finance*, 1999, no. 3, pp. 203-228.
7. Bronshtein E., Kurelenkova Ju. Complex risk measures in portfolio optimization. *Proceedings of 5th Conference in Actuarial Science and Finance on Samos*. Samos, 2009, pp. 77-82.
8. *Handbook of Portfolio Construction: Contemporary Applications of Markowitz Techniques*. Springer, 2010. 792 p.
9. Holton G. *Value-at-Risk: Theory and Practice*. Academic Press, 2003. 405 p.
10. Krzemienowski A. *Risk preference modeling with conditional average: an application to portfolio optimization*. *Ann Oper Res*, 2009, no. 165, pp. 67-95.
11. Jorion Ph. *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk*. McGraw-Hill, 2001.
12. Lintner J. The valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 1965, vol. 47, no. 1, pp. 13-37.
13. Markowitz H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.
14. Modigliani F. The life Cycle Hypothesis of Saving, the Demand for Wealth and the Supply of Capital. *Social Research*, 1966, vol. 33, no. 2, pp. 160-217.
15. Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 1966, vol. 34, no. 4, pp. 768-783.
16. Rockafellar T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, 2000, vol. 3, pp. 21-41.
17. Sharpe W.F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *J. of Finance*, 1964, no. 3.
18. Tobin J. Liquidity preference as behavior toward risk. *Review of Economic Studies*, 1958, no. 1.
19. Сайт компании Finam. Доступно: <http://www.finam.ru/analysis/export>.

Приложение 1

Наборы акций, на которых проводился вычислительный эксперимент:

1-й набор:

1. 7 континент
2. Автоваз
3. Банк Москвы
4. ГУМ
5. Дальсвязь
6. Иркут
7. КАМАЗ
8. Мосэнерго
9. Норникель
10. Ютэйр

2-й набор:

1. Сбербанк
2. Ростелеком
3. Газпромнефть
4. Иркут-3
5. ИркЭнерго
6. КАМАЗ
7. Лукойл
8. МГТС4
9. ММК
10. ОГК5

3-й набор:

1. Сбербанк
2. Ростелеком
3. Газпромнефть
4. Иркут-3
5. ИркЭнерго
6. КАМАЗ
7. Лукойл
8. МГТС4
9. ММК
10. Банк Москвы

4-й набор:

1. 7 континент
2. Газпромнефть
3. Банк Москвы
4. ГУМ
5. Дальсвязь
6. Лукойл
7. МГТС4
8. ММК
9. Норникель
10. Автоваз

5-й набор:

1. Adobe Systems Inc
2. American Tower Corp Cl A
3. Apple Inc
4. Applied Materials Inc
5. Broadcom Corp
6. CA Inc
7. Cisco Systems Inc
8. Corning Inc
9. EMC Corp
10. Google Inc

6-й набор:

1. CA Inc
2. Cisco Systems Inc
3. Corning Inc
4. EMC Corp
5. Google Inc
6. Hewlett-Packard
7. IBM
8. Intel Corp
9. Microsoft Corp
10. Yahoo Inc

7-й набор:

1. Hewlett-Packard
2. IBM
3. Intel Corp
4. Microsoft Corp
5. Yahoo Inc
6. Adobe Systems Inc
7. American Tower Corp Cl A
8. Apple Inc
9. Applied Materials Inc
10. Broadcom Corp

8-й набор:

1. EMC Corp
2. Google Inc
3. American Tower Corp Cl A
4. Apple Inc
5. CA Inc
6. Cisco Systems Inc
7. Broadcom Corp
8. Hewlett-Packard
9. Yahoo Inc
10. Corning Inc

THE PARAMETERS OF THE COMPLEX QUANTILE RISK MEASURES IN THE FORMING OF PORTFOLIOS OF THE SECURITIES

Bronshtein Efim Mikhailovich, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Full Prof.
Tulupova Ekaterina Viktorovna, graduate student

Ufa State Aviation Technical University, Karl Marx st., 12, Ufa, Russia, 450000;
e-mail: bro-efim@yandex.ru; katya_tu@mail.ru

The complex measures of financial risks based on quantile measures of VaR, CVaR and their analogs for the right tails of distribution of profitabilities of financial instruments are considered in the article. The two-stage optimizing procedure is used for an assessment of efficiency of the offered measures when forming sequences of securities portfolios. Previously, the research was conducted for the Russian securities market. In this paper we present results of computational experiments for Russian and U.S. securities markets, and examine the impact of risk measures parameters on the formation of a sequence of securities portfolios.

Keywords: quantile risk measures, financial risk, portfolio management.

References

1. Basel II. *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards*. A Revised Framework. 2004.
2. Bronshtein E.M., Kachkaeva M.M., Tulupova E.V. Upravlenie portfelem tsennykh bumag na osnove kompleksnykh kvantil'nykh mer riska [Security portfolio management with complex quantile risk measures]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, 2011, no. 1, pp. 184-189. (In Russ.)
3. Bronshtein E.M., Tulupova E.V. O formirovanii portfelei tsennykh bumag na osnove kombinirovannykh kvantil'nykh mer riska [On Security portfolio management with combined quantile risk measures]. *Audit i finansovy analiz*, 2014, no. 3. (In Russ.)
4. Lagutin M.B. *Nagliadnaia matematicheskaia statistika* [Transparent mathematical statistics]. Moscow, BINOM, Laboratoriia znanii publ., 2007. 472 p. (In Russ.)
5. Shaposhnikova A.G. *Formirovanie portfel'ia tsennykh bumag na osnove kompleksnykh indeksnykh mer riska* [Security portfolio with complex index risk measures]. Cand. Sc. thesis, Ufa State Aviation Technical University, 2011. (In Russ.)
6. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent measures of risk. *Math. Finance*. 1999, vol. 3., pp. 203-228.
7. Bronshtein E., Kurelenkova Ju. Complex risk measures in portfolio optimization. *Proc. 5th Conference in Actuarial Science and Finance on Samos*. Samos, 2009. pp. 77-82.
8. *Handbook of Portfolio Construction: Contemporary Applications of Markowitz Techniques*. Springer, 2010. 792 p.
9. Holton G. *Value-at-Risk: Theory and Practice*. Academic Press, 2003. 405 p.
10. Krzemienowski A. Risk preference modeling with conditional average: an

application to portfolio optimization. *Ann Oper Res.* 2009, vol. 165, pp. 67-95.

11. Jorion Ph. *Value at risk: the new benchmark for managing financial risk.* McGraw-Hill, 2001.

12. Lintner J. The valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 1965, vol. 47, no. 1, pp. 13-37.

13. Markowitz H. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

14. Modigliani F. The life Cycle Hypothesis of Saving, the Demand for Wealth and the Supply of Capital. *Social Research*. 1966,

vol. 33, no. 2, pp. 160-217.

15. Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 1966, vol. 34, no. 4, pp. 768-783.

16. Rockafellar T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, 2000, vol. 3, pp. 21-41.

17. Sharpe W.F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *J. of Finance*, 1964, no. 3.

18. Tobin J. Liquidity preference as behavior toward risk. *Review of Economic Studies*, 1958, no. 1.

19. CJSC Finam. Available at: <http://www.finam.ru/analysis/export>.