

---

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ЭВОЛЮЦИОННОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

---

**Баева Нина Борисовна**, канд. экон. наук, проф.

**Куркин Евгений Владимирович**, канд. физ.-мат. наук

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж,  
Россия, 394006; zhenek@mail.com

*Цель:* построение моделей развития региональной социально-экономической системы, отвечающих заданным требованиям. *Обсуждение:* в статье предложены модели выбора сбалансированных, устойчивых траекторий эволюционно интенсивного и эволюционно-экстенсивного развития региональной социально-экономической системы, экспериментальные расчеты которых проведены на основе данных и в условиях Воронежской области. Моделирование эволюционно интенсивного развития посредством нелинейных моделей подразумевает в частности учет показателей качества развития, проектов создания новых хозяйствующих субъектов. *Результаты:* получены два типа моделей для интенсивного и экстенсивного типа развития экономической системы региона, которые, согласно доказанному утверждению, дают устойчивую траекторию развития по количественным показателям. Теоретическая модель проверена практическим примером, показывающим устойчивый рост количественных характеристик системы.

**Ключевые слова:** региональная экономическая система, траектория развития, эволюционно-интенсивная, эволюционно-экстенсивная траектория, качество, гипотетические элементы.

**DOI:** 10.17308/meps.2015.3/1187

### Введение

Важнейшей приметой настоящего времени является многоаспектность деятельности большинства хозяйствующих объектов региона и региона в целом: особенностей их поведения, их связи с внутренней и внешней средой. Эти обстоятельства делают теоретически актуальной и практически важной задачу такого анализа и моделирования, которая давала бы возмож-

ность выстраивания эффективных траекторий развития, соответствующих заданному набору свойств, и обеспечивала бы создание условий самоорганизации региона. Одним из важнейших условий эффективного функционирования региональной экономики является решение задач качественного развития региона, для чего должен быть создан комплекс моделей, алгоритмов и программ. Основным результатом исследований, рассматриваемый в данной статье, состоит в построении экстенсивной и интенсивной траектории развития региональной экономической системы (РЭС).

Введем основные понятия и факты для выявления математических методов и моделей, обеспечивающих формирование эффективной траектории развития, под которой понимаем сбалансированную, устойчивую, с растущим темпом роста основных показателей, характеризующих региональную экономическую систему, и настройкой характеристик РЭС на изменения внешней и внутренней среды.

### **Основные понятия и факты построения эффективной траектории развития РЭС**

Необходимость в совершенствовании математических моделей, описывающих экономические процессы, происходящие внутри региона, всегда стояла перед научным сообществом. Причем чем больше нюансов учитывается, тем точнее модель описывает объект и тем более точную информацию о РЭС можно получить. С другой стороны, попытка решить сложную модель может обернуться неразрешимой за разумное время задачей, поэтому адекватные, но разрешимые модели представляют для нас особый интерес.

Повышение адекватности модели оригиналу может происходить, к примеру, за счет включения в модель ранее не учитываемых характеристик и элементов. В частности, математические модели, описывающие региональную экономическую систему, могут быть расширены благодаря учету показателей качества функционирования элементов РЭС, их связями, с характеристиками внешней среды и т.п. [1, 3, 7].

При планировании системы приоритетным мы считаем построение устойчивой либо опережающей траектории развития. Траектория развития, которая под малым внешним воздействием перестает удовлетворять предъявляемым к ней требованиям, не представляет практического интереса и нами рассматриваться не будет.

Введем интегрирующее понятие качества развития, под которым будем понимать такое развитие системы, при котором движение осуществляется по устойчивой, сбалансированной траектории, построенной с учетом улучшения показателей качества функционирования системы.

Ректор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, доктор физико-математических наук, профессор, действительный член РАН Садовничий В.А. сформулировал определение устойчивого развития как динамического состояния общества, сочетающего преемственность и прогресс, непосредственно зависящее от состояния образования и науки.

Под устойчивым эволюционным развитием мы будем понимать такое развитие, при котором при малых изменениях исходных данных и внешних параметров траектория движения системы меняется незначительно.

Необходимым условием для устойчивого эволюционного развития региона является наличие собственной стратегии, ориентированной на сохранение своего экономического потенциала и создание предпосылок роста новых производств. Это предполагает защиту стратегических активов и внутреннего рынка от влияния иностранного спекулятивного капитала, а также проведение активной научно-технической и структурной политики по росту конкурентоспособных предприятий в элементах системы на перспективных направлениях экономического роста. Для этого необходима эффективная система стратегического планирования и мощная национальная финансово-инвестиционная система, опирающаяся на внутренние источники кредита и защищенная от дестабилизирующих воздействий мирового финансового рынка.

Как было сказано ранее, функционирование любой открытой системы определяется ее взаимодействием с внешней средой (входным и выходным потоками) и изменением внутренних характеристик системы – её состоянием. Переход в новое состояние, характеризующийся необратимым, направленным, закономерным изменением, и определяет развитие системы.

Существуют различные подходы к определению сущности развития РЭС, выделению основных этапов и методов поддержки данного процесса. Анализ развития РЭС можно проводить на основе исследования траектории развития – совокупности выбранных для оценки характеристик, меняющихся в процессе функционирования системы. Под траекторией развития региональной социально-экономической системы (РСЭС) будем понимать совокупность следующих характеристик:

$$\{X\}_{t_0}^T = \{\pi(t), u(t), \Phi(t)\}_{t_0}^T,$$

где  $\pi(t)$  – потенциал РСЭС,  $u(t)$  – уровень его использования,  $\Phi(t)$  – объем необходимых финансовых средств для обеспечения данного уровня использования РСЭС. Все характеристики являются векторными.

Заметим, что в силу отличий траекторий, полученных при использовании экстенсивных и интенсивных методов развития, необходимо ввести соответствующие понятия экстенсивной и интенсивной траектории роста РСЭС. Социально-экономический потенциал региона характеризует его резервы в сфере улучшения медицинского, бытового, культурного, транспортного, торгового и жилищно-коммунального обслуживания населения на основе расширения ассортимента и качества услуг, повышения их доступности для широких слоев населения. Любое улучшение социально-экономического обслуживания региона требует проверки готовности как населения, так и властей региона [5].

## Модели и методы формирования и решения задачи построения развития РЭС

Приведем ниже ряд положений (Р), на которые будем опираться при постановке задачи и последующем исследовании процесса построения опережающей траектории РЭС.

Р1. Любая исследуемая система состоит из элементов, характеризующихся вектором состояния, между которыми можно выявить связи.

Совокупность зависимостей выходных значений системы от времени  $X_i(t), \forall i = \overline{1, n}$  есть траектория системы.

Р2. Траектория развития системы строится на заданный прогнозный временной период  $[t_0, T]$ , где  $t_0$  – начальная точка отсчета, в которой берутся все начальные значения показателей, а  $T$  – горизонт планирования, время в системе дискретное.

Р3. Будем считать, что управляющий центр имеет величину дополнительных ресурсов  $\Phi$ , предназначенных для распределения между элементами на развитие системы в целом и достижения к моменты времени  $T$  целей, поставленных центром. Характер и источники возникновения ресурсов в модели не детализируются.

Задача построения траектории развития социально-экономического потенциала региона с учетом большей части обозначенных допущений рассмотрена в литературе [4, 6]. Один из видов моделей развития производственных, технических, экономических систем состоит из двух частей: ограничений перераспределения дополнительных ресурсов и балансовых соотношений для учета пропорций в развитии системы. В обобщенном виде при дискретном времени модель можно выписать в следующем виде:

$$X(T) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(R_i(T)) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$R_i^j(t) = R_i^j(t-1) + \beta_i^j(t)\Phi(t) - d_i R_i^j(t), \quad (2)$$

$$0 \leq \beta_i^j(t) \leq \beta_i^j(t) \leq \overline{\beta_i^j(t)}, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \beta_i^j(t) = 1, \quad (4)$$

$$R_i^j(t_0) = R_{0i}^j, \quad (5)$$

$$\underline{\pi}_i \leq f(R_i(t)) \leq \overline{\pi}_i, \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad t = t_0 + 1, \dots, T, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

где  $R_i^j(t)$  – ресурс  $j$ -го вида  $i$ -ого элемента системы, а  $R_{0i}^j$  – его начальная величина,  $\Phi(t)$  – величина дополнительных ресурсов, имеющаяся в системе в периоды времени  $t = t_0, t_0 + 1, \dots, T$ ,  $\beta_i^j(t)$  представляют собой долю дополнительных ресурсов, направляемых на развитие  $i$ -го элемента системы,  $f_i(R_i(t))$  – функция отражающая величину выхода  $i$ -го элемента при преобразовании элементов входных ресурсов,  $d_i$  – коэффициент выбытия ресурсов  $i$ -го вида,  $(\underline{\pi}_i, \overline{\pi}_i)$  – интервал возможных изменений выхода  $i$ -го элемента.

Модель (1)-(6) является обобщением модели Лисичкина [8]. Она позволяет построить эволюционно-экстенсивную траекторию региональной экономической системы. Эта траектория является устойчивой. Причем справедливо следующее утверждение.

Утверждение: пусть начальные условия  $R_{0i}^j, i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,m$  изменились на величину  $\delta_R$ , а величина дополнительно выделяемых ресурсов  $\Phi(t), t=t_0+1,\dots,T$  изменилась на  $\delta_\Phi$ , тогда, согласно ранее приведенному определению устойчивости, целевой функционал  $X(T) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(R_i(T))$  не должен измениться на величину большую, чем

$$\varepsilon = C \cdot ((T-t_0)\delta_R + (T-t_0)\delta_\Phi), C > 0, \text{ то есть } \Delta X(T) < \varepsilon.$$

Доказательство.

Действительно, если начальные условия равны:

$$R_i^j(t_0) = R_{0i}^j - \delta_R, i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,m,$$

то за  $T-t_0$  периодов величина ресурсов будет равна:

$$R_i^j(T) = R_{0i}^j - (T-t_0)\delta_R + \sum_{t=t_0+1}^T \beta_i^j(t)\Phi(t) - \delta_\Phi \sum_{t=t_0+1}^T \beta_i^j(t).$$

Откуда можем выписать величину накопленного отклонения:

$$\delta = (T-t_0)\delta_R + \delta_\Phi \sum_{t=t_0+1}^T \beta_i^j(t).$$

В силу того, что  $\beta_i^j(t) \leq 1$ , то для приведенного выражения можно дать оценку сверху:

$$\delta < \bar{\delta} = (T-t_0)\delta_R + (T-t_0)\delta_\Phi.$$

Таким образом, накопленное отклонение ресурсов не превышает величины  $\bar{\delta}$ , выпуск при этом будет равен:

$$X^\Delta(T) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(R_i(T) + \bar{\delta}).$$

Откуда можно сделать вывод, что прирост целевого функционала будет зависеть от свойств передаточной функции, но в силу ограничения (6) модели можно оценить значение выражения:

$$\Delta X(T) = X^\Delta(T) - X(T) = \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(R_i(T) + \bar{\delta}) - \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i(R_i(T)) \leq (\bar{\pi} - \pi) \sum_{i=1}^n \lambda_i,$$

откуда при  $C = \frac{(\bar{\pi} - \pi) \sum_{i=1}^n \lambda_i}{(T-t_0)\delta_R + (T-t_0)\delta_\Phi}$  (величина положительная, ограни-

ченная) справедливо  $\Delta X(T) < \varepsilon = C \cdot ((T-t_0)\delta_R + (T-t_0)\delta_\Phi)$ .

Для совершенствования модели (1)-(6) введем оценки качества использования ресурсов в модели. При этом оценку уровня развития системы рекомендуется проводить по нескольким критериям (количественным и качественным). Одновременный учет количественных и качественных показателей необходим, так как улучшение одного показателя может сопровождаться ухудшением другого.

Для учета показателей качества, определенного на основе теории трудности достижения цели [2], в системе должен быть определен набор

показателей, по которым будут строиться оценки качества и по каждому показателю должна быть известной информация о его нижнем (или верхнем) допустимом для функционирования системы значении.

В базовом варианте модели учет качества может быть введен следующим образом:

$$Q(T) = \sum_{i=1}^n Q_i(T) \rightarrow \max \quad (7)$$

$$Q_i(t) = Gr(Q_i^j(t-1), \kappa_i^j(t)K(t)), \quad (8)$$

$$0 \leq \underline{\kappa}_i^j(t) \leq \kappa_i^j(t) \leq \overline{\kappa}_i^j(t), \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \kappa_i^j(t) = 1, \quad (10)$$

$$Q_i^j(t_0) = Q_{0i}^j, \quad (11)$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad t = t_0 + 1, \dots, T, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Здесь введена целевая функция, отражающая достигнутый к концу периода суммарный уровень качества  $Q(T)$ , и функция прироста качества  $Gr(Q_i^j(t-1), \kappa_i^j(t)K(t))$ , отражающая зависимость между вложениями ресурсов в качество и показателем качества. Для построения функции прироста качества необходим ряд данных, характеризующий изменение исследуемого показателя.

Приведем далее введение новых элементов в систему. Подобная задача возникает в случаях, когда необходимо решить вопрос о целесообразности присутствия того или иного элемента в системе, но реально которого в системе ещё не существует. Подобный вопрос можно решить с помощью моделирования функционирования системы с этим элементом и без него. На основе решения двух моделей и анализа ключевых показателей и значений целевых функций принимается решение о внедрении элемента в реальную систему. Совокупность таких элементов будем называть гипотетическими элементами – запланированные проекты создания новых объектов (элементов) системы, но перспективы существования которых не определены.

Для каждого гипотетического элемента известна передаточная функция, согласно которой он будет функционировать в системе, и величины затрат ресурсов  $R_k^j(t), t = t_0 + 1, \dots, T, k = 1, K$  на каждый год планирования, которые использует элемент. Введем коэффициенты  $\gamma_k \in \{0, 1\}, k = 1, K$ , отвечающие за принятие того или иного гипотетического элемента и принимающие значения 0 или 1, в зависимости от того, будет ли соответствующий гипотетический элемент внедрен в систему. Тогда уравнение (возможного) выделения ресурсов на внедрение гипотетических элементов запишется как:

$$\Delta\Phi(t) = \Phi(t) - \sum_{k=1}^K \gamma_k R_k^j(t), t = t_0 + 1, \dots, T, \quad (12)$$

$$\gamma_k \in \{0, 1\}, k = 1, K. \quad (13)$$

Коэффициенты принятия проектов (13) подлежат определению в ходе решения системы (1)-(13), согласно ограничениям и целевым функциям.

Введение гипотетических элементов обеспечивает реализацию адаптационных связей элементов системы с внутренней средой элементов системы. Адаптационные связи системы с внешней средой определяются введением в модель неизвестных определяющих экспорт и импорт региона и позволяют построить эволюционно интенсивные траектории.

Модель (1)-(13) относится к классу задач векторной оптимизации общей структуры. Для её решения использовался метод Соболя [9]. Реализация задачи осуществлена в условиях и на основе данных РЭС Воронежской области.

Приведем результаты расчетов. Формирование аналитического вида производственных функций  $y_{it} = a_i K_i^{\alpha_i} L_i^{1-\alpha_i} e^{\gamma_i t}$  осуществляется на основе данных 2000-2013 годов.

Таблица 1

Параметры производственной функции для элементов РЭС

| Отрасли        | Промышленность | Сельское хозяйство | Строительство | Транспорт | Торговля и реализация товаров и услуг | Отрасли, оказывающие нерыночные услуги | Другие отрасли |
|----------------|----------------|--------------------|---------------|-----------|---------------------------------------|--|----------------|
| $a_i$          | 0,15           | 0,15               | 0,19          | 0,14      | 106,25                                | 5,4                                    | 0,16           |
| $\alpha_i$     | 0,9            | 0,8                | 0,9           | 0,98      | 0,38                                  | 0,23                                   | 0,78           |
| $1 - \alpha_i$ | 0,1            | 0,2                | 0,1           | 0,02      | 0,62                                  | 0,77                                   | 0,22           |
| $\gamma_i$     | 0              | 0                  | 0,0047        | 0         | 0                                     | 0                                      | 0              |

Ниже в таблице представлены результаты вычислений.

Таблица 2

Динамика изменения выпуска, млн руб.

| Отрасли | Промышленность | Сельское хозяйство | Строительство | Транспорт | Торговля и реализация товаров и услуг | Отрасли, оказывающие нерыночные услуги | Другие отрасли |
|---------|----------------|--------------------|---------------|-----------|---------------------------------------|--|----------------|
| Год 1   | 18,25,72       | 366,77             | 163,94        | 40,02     | 159720,67                             | 3016,32                                | 129,13         |
| Год 2   | 3753,74        | 483,25             | 266,22        | 62,71     | 232730,36                             | 4803,19                                | 200,24         |
| Год 3   | 1859,33        | 477,40             | 329,61        | 72,54     | 254576,36                             | 5659,76                                | 226,56         |
| Итого   | 7438,79        | 1327,42            | 759,77        | 175,27    | 647027,39                             | 13479,27                               | 555,93         |

Опыт расчетов показал, что максимум дополнительных средств оказался в сфере реализации продукции. Основной недостаток распределения в том, что промышленные отрасли получили меньший объем финансовых средств. Необходимо ввести следующую корректировку – изменить коэффи-

циенты важности, то есть необходимо найти такой набор коэффициентов важности отраслей, который привел бы к более рациональному распределению.

### **Заключение**

Таким образом, предложенная региональная модель позволяет получить оптимальную траекторию устойчивого развития на заданное число лет. Приемлемый для получения практических результатов метод Соболя является универсальным для решения подобного рода задач, ибо в нашей модели присутствует нелинейное ограничение, сформулированное с использованием производственной функции, аналитический вид которой, вообще говоря, может быть различным. При этом заметим, что поскольку мы рассматриваем развитие и расширение производства во времени, то аналитический вид производственной функции может измениться в следующем расчетном периоде. Однако в рассматриваемом нами алгоритме будет легко, подкорректировав в части проверки точек на допустимость, ввести ограничение в новом виде, пересчитав производственные функции. Хотя метод Соболя и является приближенным, мы получили на 15000 точках при экспериментальных расчетах достаточно высокие значения целевой функции.

Получены эволюционно-экстенсивные (модель (1)-(7)) и эволюционно-интенсивные траектории (1)-(13). Предложенные модели оптимального управления экономическим объектом позволяют строить оптимальные траектории развития и осуществлять контроль над финансовыми затратами для каждого отдельного элемента региональной системы.

Решение подобных моделей позволяет проектировать оптимальное развитие региональной экономики в условиях недостатка финансовых ресурсов.

### **Список источников**

1. Баева Н.Б., Ворогушина Д.В. *Математические методы оценки и наращивания экономического потенциала региона*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2012.
2. Баева Н.Б., Куркин Е.В. Алгебра трудности достижения цели как операционная основа оценки качества результата // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки*, 2011, no. 6(137), с. 210-213.
3. Баева Н.Б., Куркин Е.В. Математические методы оценки производственной лакуны региона // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2012, no. 11(35), с. 138-147.
4. Байрейтер У. Региональные инструменты финансирования // *ЭКО*, 2000, no. 2, с.100-104.
5. Калининкова И.О. *Управление социально-экономическим потенциалом региона*. Санкт-Петербург, Питер, 2009.
6. Кульба В.В. Кононов Д.А. *Методы формирования сценариев социально-экономических систем*. Москва, СИНТЕГ, 2004.
7. Куркин Е.В. Моделирование развития региональной экономической системы на основе её модернизации // *Вестник ВГУ. Серия: системный анализ и информационные технологии*, 2012, no. 1, с. 107-114.
8. Лисичкин В.А., Голынкер Е.И. *Принятие решений на основе прогнозирования в условиях АСУ*. Москва, Финансы и статистика, 1981.
9. Соболев И.М., Статников Р.Б. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. Москва, Наука, 1981.

---

# MODELS AND METHODS OF TRAJECTORY FORMING OF EVOLUTIONARY DEVELOPMENT OF REGIONAL SOCIAL-ECONOMICS SYSTEM

---

**Baeva Nina Borisovna**, Cand. Sc. (Econ.), Assoc. Prof.

**Kurkin Evgenii Vladimirovich**, Cand. Sc. (Phys.-Math.)

Voronezh State University, University sq. 1, Voronezh, Russia, 394006;

e-mail: zhenek@mail.com

*Purpose:* creation of the development models of regional social and economic system, meeting the set of requirements. *Discussion:* the models of trajectories choice of balanced, steady evolutionarily intensive and evolutionarily extensive development of regional social-economics system are offered. Experimental calculations are carried out on the basis of data and in the conditions of the Voronezh region. Indicators of quality and projects of creation of new economic entities underlie of trajectories modeling of evolutionarily intensive development by means of nonlinear models. *Results:* two types of models for intensive and extensive type of economic system development of the region which according to the proved statement give a steady trajectory of development in quantitative indices are received. The theoretical model is checked by the practical example showing the steady growth of quantitative characteristics of system.

**Keywords:** regional economic system, the trajectory of development, evolutionary-intensive, evolutionarily extensive trajectory, quality, hypothetical elements.

## References

1. Baeva N.B., Vorogushina D.V. *Matematicheskie metody otsenki i nashchivaniia ekonomicheskogo potentsiala regiona* [Mathematical methods of estimations of regional economic potential]. Voronezh, Voronezh St. Univ. Publ., 2012. 192 p. (In Russ.)
2. Baeva N.B., Kurkin E.V. Algebra trudnosti dostizheniia tseli kak operatsionnaia osnova otsenki kachestva rezultata [Algebra of difficulty in goal achievement as the operational basis of the quality result estimation]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. Ekonomicheskie nauki*, 2011, no. 6(137), pp. 210-213. (In Russ.)
3. Baeva N.B., Kurkin E.V. *Matematicheskie metody otsenki proizvodstvennoi lakuny regiona* [Methods of estimating the production lacuna of the region]. *Sovremennaiia ekonomika: problemy i resheniia*, 2012, no. 11 (35), pp. 138-147. (In Russ.)
4. Baireiter U. Regionalnye instrumenty finansirovaniia [Regional instruments of financing]. *EKO*, 2000, no. 2, pp. 100-104. (In Russ.)
5. Kalinnikova I.O. *Upravlenie sotsialno-ekonomicheskim potentsialom regiona*. [Management of the social and economic potential of the region]. Saint-Petersburg, Piter Publ., 2009. 240 p. (In Russ.)
6. Kulba V.V., Kononov D.A. *Metody formirovaniia stsensariiev sotsialno-ekonomicheskikh system* [Methods of scenarios formation of social-economic systems].

- Moscow, SINTEG Publ., 2004. 290 p. (In Russ.)
7. Kurkin E.V. Modelirovanie razvitiia regionalnoi ekonomicheskoi sistemy na osnove ee modernizatsii [Modeling of the regional economic system development based on its modernization]. *Vestnik VGU, Seriya: sistemnyi analiz i informatsionnye tekhnologii*, 2012, no. 1. pp. 107-114. (In Russ.)
8. Lisichkin V. A., Golynger E.I. *Priniatie reshenii na osnove prognozirovaniia v usloviakh ASU* [Decision-making on the basis of forecasting in the conditions of ACS]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1981. 50 p. (In Russ.)
9. Sobol I.M, Statnikov R.B. *Vybor optimalnykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriiami* [Choice of optimum parameters in tasks with many criteria]. Moscow, Science Publ., 1981. 110 p. (In Russ.)