

---

## **КОМПЛЕКСНАЯ МЕТОДИКА АНАЛИЗА ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ**

---

**Кумратова Альфира Менлигуловна**, канд. экон. наук, доц.

**Попова Елена Витальевна**, д-р экон. наук, проф.

**Савинская Дина Николаевна**, канд. экон. наук

**Курносова Наталья Сергеевна**, асп.

Кубанский государственный аграрный университет, Калинина, 13, Краснодар, Россия, 350044; e-mail: alfa05@yandex.ru; elena-popov@yandex.ru

*Цель:* настоящая статья представляет собой научную работу в области исследования временных рядов методами классической статистики и нелинейной динамики. *Обсуждение:* в данной работе проведен детальный анализ и дана технико-экономическая характеристика объекта исследования – значения временных рядов цен на золото. *Результаты:* авторы предлагают в задаче выбора критериев анализа объекта исследования применять два подхода, в первом случае с упором на показатель динамики хаотической характеристики, а во втором случае на геометрическую природу траекторий в пространстве состояний. На основании предложенной методики выявлены фундаментальные свойства, тренды, циклы и тенденции развития временного ряда «Золото» при моделировании его реального поведения методами динамического хаоса.

**Ключевые слова:** хаотические явления, псевдофазовое пространство, траектории, дрейфующий аттрактор, тест Гилмора, корреляционная размерность, показатель Ляпунова, К-энтропия Колмогорова, тест остатков Брока, тасующая диагностика.

**DOI:** 10.17308/meps.2015.8/1292

### **Введение**

При проведении анализа хаотических явлений требуются определенные меры, дающие возможность получения количественной оценки хаоса, сопоставления теоретических и экспериментальных наблюдений, определение разницы между хаотическим и случайным рядами.

В задаче образования критериев анализа применяются два разных, но взаимосвязанных подхода. В одном подходе упор идет на динамику (зависимости от времени) хаотической характеристики. Из анализируемых ниже критериев к данной группе принадлежат в первую очередь показатели Ляпунова и меры, которые связаны с энтропией системы.

Следующий подход показывает векторную природу траекторий в пространстве состояний. К данной группе относятся критерии, описываемые через фрактальную и корреляционную размерности.

Представленные типы описаний дополняют друг друга. В первой ситуации проявляется, например, действительная временная зависимость расходящихся траекторий; во второй – анализируются «отпечатки», которые оставляют эти траектории.

Применяя данные подходы, произведем анализ временного ряда цен на золото за период с мая 1995 по февраль 2015 г.

### **Методология исследования**

Осуществление анализа экономических временных рядов методами нелинейной динамики предполагает применение компьютерной техники, кроме того, для увеличения эффективности проводимого анализа и убедительности его результатов важно применять комплексную методику анализа экономических временных рядов методами нелинейной динамики. Данная методика состоит из трех этапов, во-первых, визуализация и предварительная обработка, во-вторых, вычисление метрических характеристик для диагностики типа динамики и, в-третьих, построение прогноза. Для реализации первых двух этапов использована программа анализа «TSAnalys» [8].

### **Обсуждение результатов**

Первый этап визуализации включает в себя четыре шага, а именно следующие построения, начиная с графика исследуемого временного ряда и псевдофазового пространства второй размерности, и заканчивая проведением теста на дрейфующий аттрактор и графического теста Гилмора.

Каждый из данных шагов дает возможность выдвижения некоторых гипотез о спецификах временного ряда, проверки их и осуществления определенных действий, в соответствии с найденными спецификами ряда.

Шаг 1. Построение графика ряда. Визуальный анализ делает возможным определение регулярного или случайного типа поведения исследуемого ряда, а также наличие тренда.

Ни на одном из представленных на рис. 1 и 2 графиков признаков стационарного поведения не обнаружено.



Рис. 1. График временного ряда цен на золото за период с мая 1995 по февраль 2015 г.,  $N = 230$

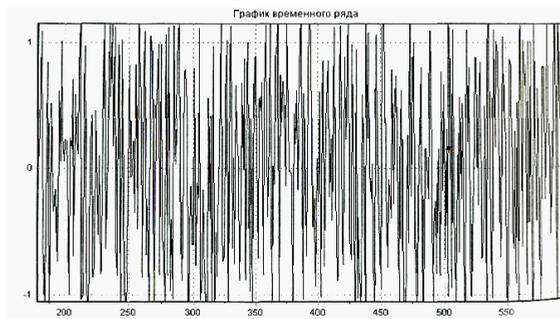


Рис. 2. График ряда случайных чисел

Шаг 2. Построение псевдофазового пространства включает визуализацию зависимости текущих значений ряда от предшествующих (рис. 3), что делает справедливым предположение о присутствии странного аттрактора и джокера [1, 4, 5, 6].

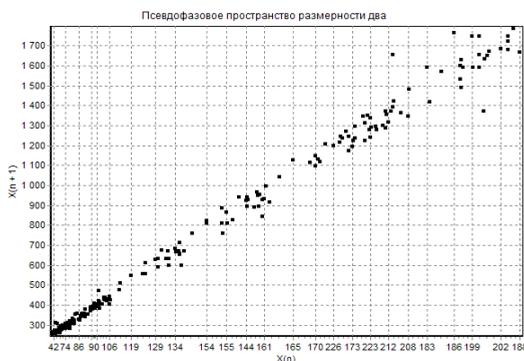


Рис. 3. Псевдофазовое пространство для временного ряда цен на золото за период с мая 1995 по февраль 2015г.,  $N = 230$

Шаг 3. Проведение теста на дрейфующий аттрактор. В экономических системах сама система совместно с окружающей ее средой постоянно развивается, именно поэтому важно принимать во внимание вероятность трансформации значений параметров во времени. Вместе с тем можно считать, что в отличие от переменных параметры изменяются во времени медленно и линейно [9].

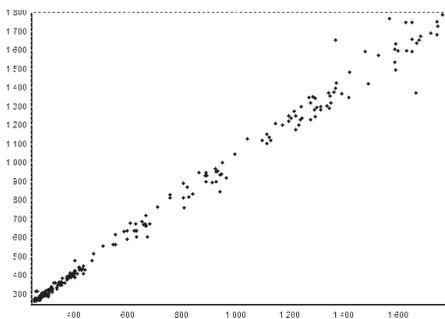


Рис. 4. Тест на дрейфующий аттрактор временного ряда цен на золото за период с мая 1995 по февраль 2015г.,  $N = 230$

На рис. 4 показан итог тестирования временного ряда цен на золото на наличие дрейфа, который позволяет выявить области, заполненные точками одного цвета, на основании чего сделать вывод о присутствии дрейфа в данных временного ряда, вследствие чего необходимо осуществить алгоритм определения параметров дрейфа.

В ходе исследования получены оценки параметров дрейфа аттрактора [9]: скорости линейного смещения  $v_x = -1141,2$  и  $v_y = -1154,5$ ; скорости сжатия  $v_{rx} = -0,053$  и  $v_{ry} = -0,325$ ; скорость поворота  $\omega = 38$ .

Полученные оценки могут применяться для удаления из исходного временного ряда нелинейного тренда, обусловленного дрейфом аттрактора. Это даст возможность найти аттрактор системы без дрейфа, для которого возможно применение классических методов нелинейной динамики – диагностика наличия хаоса в данных и реконструкция аттрактора.

Шаг 4. Проведение графического теста Гилмора дает возможность нахождения признаков хаотического поведения, а именно присутствия в системе джокера и наличие неустойчивых траекторий. Итог теста Гилмора для исследуемого ряда представлен на рис. 5.

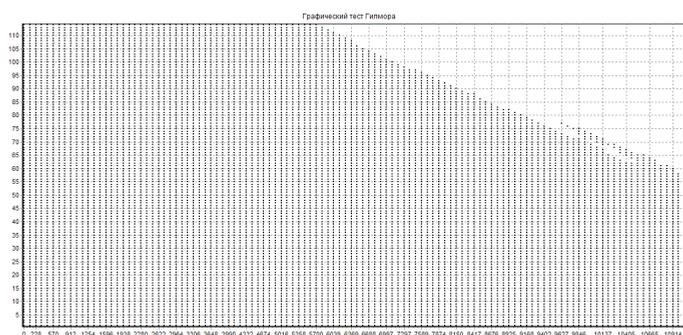


Рис. 5. График теста Гилмора для временного ряда цен на золото за период с мая 1995 по февраль 2015г.,  $N = 230$

На данном графике отчетливо заметны отрезки горизонтальных прямых, которые подтверждают наличие неустойчивых близких траекторий, т.е. можно сделать вывод о наличии в исследуемом ряду хаоса. Вместе с тем на графике имеются ещё и наклонные полосы, а также пустые области, что в свою очередь является признаком интервального джокера [6].

Таким образом, по результатам первого этапа комплексного анализа авторами выдвинута гипотеза о том, что для исследуемой экономической системы присущ такой тип поведения, как детерминированный хаос.

Реализация второго этапа комплексного анализа временного ряда цен на золото состоит из оценки корреляционной размерности, максимального показателя Ляпунова, К-энтропии Колмогорова, а также проведения теста остатков Брока и тасующей диагностики [8].

Шаг 1. Оценка корреляционной размерности  $D^M$  для размерностей

псевдофазового пространства  $M$  представлена на рис. 6, где продемонстрирована зависимость  $D^M$  от  $M$ .

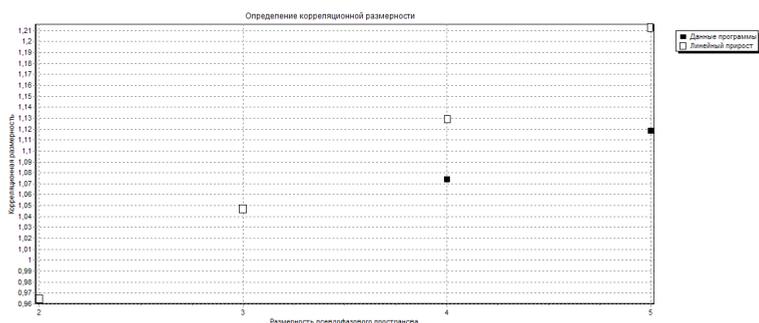


Рис. 6. Определение корреляционной размерности временного ряда цен на золото за период с мая 1995 по февраль 2015г.,  $N = 230$

Это свидетельствует о том, что оценка корреляционной размерности равна  $D_2 \approx 1,07$ . Поведение системы описывается системой из двух уравнений, размерность пространства вложения аттрактора равна 3.

Следовательно, возможно предположить [4], что имеется набор как минимум из двух параметров порядка, к которым «подстраиваются» все остальные степени свободы системы. Соответственно стоит предположить о наличии двух групп факторов: экономических и политических.

Шаг 2. Оценка максимального показателя Ляпунова. На рис. 7 показан график зависимости показателя Ляпунова от времени после каждого шага (после обработки каждой близкой траектории). Видно, что последовательность оценок близка к значению  $\lambda_1 \approx 0,26$ . Данное значение и будем расценивать как оценку максимального показателя Ляпунова.

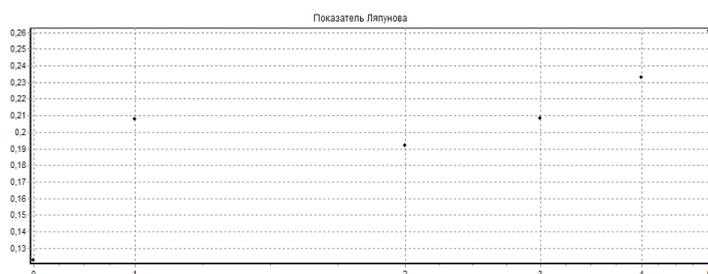


Рис. 7. Фрагмент окна программы вычисления оценки максимального показателя Ляпунова для временного ряда потока цен на золото

Шаг 3. Оценка К-энтропии Колмогорова  $K_2$  осуществляется с применением промежуточных данных, которые получены при определении корреляционной размерности, т.е. вычисление оценки  $K_2$  осуществляется автоматически ещё на первом шаге.

Для исследуемого ряда получаем оценку К-энтропии Колмогорова равную  $K_2 \approx 0,19$ . Стоит отметить, что данная оценка является нижней и довольно грубой, отсюда следует, что её можно использовать для диагностики

наличия хаоса в поведении исследуемой системы, но нельзя использовать для оценки максимального показателя Ляпунова. Для исследуемого ряда оценка показателя Ляпунова и оценка К-энтропии Колмогорова отличаются почти в 1,5 раза. Но все же полученная положительная оценка  $K_2 \approx 0,19$  дополнительно свидетельствует о том, что поведение системы представляет собой детерминированный хаос.

Шаг 4. Проведение теста остатков Брока требует линейного преобразования исследуемого ряда [7].

Для рассматриваемого ряда цен на золото оценка корреляционной размерности ряда остатков оказалась равна  $D_2 = 1,65$ . Значение корреляционной размерности исходного ряда  $D_2 = 1,07$ , отсюда возможно заключение о том, что корреляционная размерность при линейном преобразовании кардинально не изменялась, что говорит о присутствии детерминированного хаотического поведения.

Шаг 5. Проведение тасующей диагностики требует получения такого ряда, который содержит те же самые значения, что и исходный, но эти значения будут расположены в произвольном порядке. На рис. 8 показаны итоги пятого шага.



Рис. 8. Результаты тасующей диагностики

Из результатов тасующей диагностики видно, что в перетасованном ряду корреляционная размерность растет линейно и достигает значения 4 при размерности псевдофазового пространства 5, что в свою очередь свидетельствует о том, что тасование разрушило внутреннюю нелинейную структуру ряда, т.е. для получения прогнозных значений можно использовать не только нелинейные методы прогнозирования.

На основе произведенного анализа можно заявить, что поведение системы, которая породила исследуемый временной ряд, детерминировано, значительно зависит как минимум от трех переменных и эта зависимость нелинейная. Кроме того, можно определить, что максимальная размерность вложения аттрактора – в соответствии с теоремой Такенса [9] равна двум.

При исследовании временного ряда цен на золото за период с 26.12.1995 г. по 25.02.2015 г.,  $N = 230$  было определено, что число переменных, оказывающих влияние на поведение экономической системы, равно двум, максимум трем. Но какие экономические показатели соответствуют этим переменным, можно определить только из содержательного смысла

задачи. Если бы ответ на этот вопрос был виден однозначно, то возможно было бы сразу построить казуальную модель, без исследования временного ряда.

### **Заключение**

В заключение сформулируем основные результаты, полученные авторами в данной работе, а именно: выявлены фундаментальные свойства, тренды, циклы и тенденции развития временного ряда цен на золото при моделировании его реального поведения методами динамического хаоса, выполнен его комплексный анализ, который позволяет сделать убедительный вывод, что поведение системы, породившей исследуемый временной ряд, детерминировано.

### **Список источников**

1. Занг В.-Б. *Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории*. Москва, Мир, 1999.
2. Кумратова А.М., Попова Е.В., Курносова Н.С., Попова М.И. Снижение экономического риска на базе предпрогнозного анализа. // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2015, no. 3, с. 18-27.
3. Кумратова А.М., Савинская Д.Н., Неженец А.И., Попова М.И. Модифицированная система моделей и методов прогнозирования временных рядов с памятью // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2015, no. 1, с. 8-18.
4. Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Нестационарные структуры, динамический хаос, клеточные автоматы // *Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур*. Москва, Наука, 1996, с. 95-164.
5. Малинецкий Г.Г., Митин Н.А. Нелинейная динамика в проблеме безопасности // *Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур*. Москва, Наука, 1996, с. 191-214.
6. Петерс Э. *Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка*. Москва, Мир, 2000.
7. Попова Е.В., Кумратова А.М., Шебзухова М.В. *Туристско-рекреационная деятельность: методы, модели, прогноз*. Краснодар, КубГАУ, 2008.
8. Сергеева Л.Н. *Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса)*. Запорожье, ЗГУ, 2002.
9. Сергеева Л. Н. *Нелинейная динамика: модели и методы*. Запорожье, Полиграф, 2003.

---

# COMPLEX TECHNIQUE OF ANALYZING ECONOMIC TIME SERIES USING METHODS OF NONLINEAR DYNAMICS

---

**Kumratova Alfira Menligulovna**, Cand. Sc. (Econ.)

**Popova Elena Vitalevna**, Dr. Sc. (Econ.), Prof.

**Savinskaya Dina Nikolaevna**, Cand. Sc. (Econ.)

**Kurnosova Nataliya Sergeevna**, graduate student

Kuban State Agrarian University, Kalinina st., 13, Krasnodar, Russia, 350044;  
e-mail: alfa05@yandex.ru; elena-popov@yandex.ru

*Purpose:* this article is a scientific work in the field of time series studies using the methods of classical statistics and nonlinear dynamics. *Discussion:* in this paper, we carried out the detailed analysis and gave the technical and economic characteristics of the object of research – the value of gold price time series. *Results:* the authors suggest that in the problem of selection criteria for analyzing the object of the study used two approaches. In the first case they focused on the trend of chaotic characteristics, and in the second case – on the geometric nature of the trajectories in the state space. Based on the proposed method revealed fundamental properties, trends, cycles and trends of the time series «Gold» in the simulation of its real behavior using dynamic chaos.

**Keywords:** chaotic phenomena, pseudophase space trajectories of drifting attractor Gilmore test, correlation dimension, Lyapunov exponent, K-entropy Kolmogorov Brock test residues, shuffler diagnosis.

## Reference

1. Zhang W.-B. *Sinergeticheskaya ekonomika* [Synergetic Economics. Time and change in nonlinear Economics]. Moscow, Mir, 1999. (In Russ.)
2. Kumratova A.M., Popova E.V., Kurnosova N.S., Popova M.I. Snizhenie ekonomicheskogo riska na base pred-prognoznogo analiza [Reducing economic risk-based analysis preforecasting]. *Modern Economics: Problems and Solutions*, 2015, no. 3, pp. 18-27. (In Russ.)
3. Kumratova A.M., Savinskaya D.N., Nezhenets A.I., Popova M.I. Modificirovannaya sistema modelei I metodov prognozirovaniya vremennih ryadov s pamyat'u [The modified system of models and methods of forecasting time series with memory]. *Modern Economics: Problems and Solutions*, 2015, no. 1, pp. 8-18. (In Russ.)
4. Kurdyumov S.P., Malinetskii G.G., Potapov A.B. *Nestacionarniye strukturi, dinamicheskiy haos, kletochniye avtomati* [Non-stationary structures, dynamical chaos, cellular automata]. In: *New in synergetics. World riddles nonequilibrium structures*. Moscow, Nauka, 1996. Pp. 95-164. (In Russ.)
5. Malinetskii G.G., Mitin N.A. *Nelineinaya dinamika v problem bezopasnosti* [Non-linear dynamics in the problem of security]. In: *New in synergetics. World riddles nonequilibrium structures*. Moscow, Nauka, 1996, pp. 191-214. (In Russ.)
6. Peters E.E. *Chaos and order in the capital markets*. John Wiley and Sons, 1991.

7. Popova E.V., Kumratova A.M., Shebzuhova M.V. *Turistsko-rekreacionnaya deyatel'nost': metodi, modeli, prognoz* [Tourism and recreation activities: methods, models forecast]. Krasnodar, KubGAU, 2008. (In Russ.)
8. Sergeeva L.N. *Modelirovanie povedeniya ekonomicheskikh system metodami nelineinoi dinamiki* [Modeling the behavior of economic systems by methods of nonlinear dynamics (chaos theory)]. Zaporozhye, ZSU, 2002. (In Russ.)
9. Sergeeva L.N. *Nelineinaya dinamika: modeli i metodi* [Nonlinear dynamics: models and methods]. Zaporozhye: The Polygraph, 2003. (In Russ.)