

---

## К ВОПРОСУ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ В КАЧЕСТВЕ КРИТЕРИЯ ИХ ОПТИМАЛЬНОСТИ

---

**Богданова Мария Александровна**<sup>1</sup>, инженер

**Ваничева Светлана Сергеевна**<sup>1</sup>, асп.

**Сигидов Владимир Владимирович**<sup>2</sup>, председатель правления

**Уздин Александр Михайлович**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф.

**Чернов Виктор Петрович**<sup>3</sup>, д-р экон. наук, проф.

<sup>1</sup> Петербургский государственный университет путей сообщения, Московский пр., 9, Санкт-Петербург, Россия, 190031; e-mail: uzdin@mail.ru; bma74@mail.ru

<sup>2</sup> Региональный общественный фонд содействия социальным программам инвалидов (РОФССПИ) «НЕВСКИЙ БЕРЕГ», Банковский пер., 3, Санкт-Петербург, Россия, 191023; e-mail: sigidov-vvs@mail.ru

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Садовая ул., 21, Санкт-Петербург, Россия, 191023; e-mail: viktor\_chernov@mail.ru

*Цель:* анализ возможности использования показателя эффективности инвестиций для принятия решения об оптимальном вложении средств в усиление строительных конструкций. *Обсуждение:* показано, что в такой инвестиционный анализ помимо оценки экономической эффективности усиления конструкции необходимо вовлекать дисперсию этой оценки. *Результаты:* показано, что для снижения дисперсии экономических показателей в строительстве необходимо переходить от равнопрочных конструкций к конструкциям с заданными параметрами предельных состояний. Проанализирован пример инвестирования в сейсмостойкое строительство.

**Ключевые слова:** усиление строительных конструкций, экономический эффект, дисперсия, заданные параметры предельных состояний, сейсмостойкое строительство.

**DOI:** 10.17308/meps.2017.3/1626

### Введение

Задачам оценки эффективности инвестиций для усиления строительных конструкций против разного рода внешних воздействий посвящено значительное число исследований [3-9 и др.]. В качестве целевой функции для оптимизации конструкции применяется ее вес, показатели напряженно-

деформируемого состояния, долговечность и другие параметры. Экономической эффективности вложения средств в усиление конструкций посвящено особенно много исследований, из которых хотелось бы выделить фундаментальные работы лауреата Нобелевской премии, академика Л.В. Канторовича и представителей его школы [8, 9] и многочисленные публикации профессора В.Д. Райзера [13, 14].

Во всех известных работах основное внимание уделяется поиску экстремума целевой функции и параметры, по которым проводится оптимизация, принимаются в качестве рекомендуемых явно или неявно для окончательного инженерно-технического решения. В процессе оптимизации, по существу, используется принцип равнопрочности конструкции, поскольку любое ослабление элемента приводит к нерациональному использованию материала в других элементах конструкции. Отметим, что в известных исследованиях [9-12 и др.] не принимается во внимание, что входная информация как о свойствах сооружений, так и о характере воздействия содержит случайную составляющую. В результате не учитывается, что оценка эффективности также является случайной.

Целью настоящей работы является иллюстрация того факта, что учет случайного характера воздействия и свойств сооружения может не только привести к изменению оптимальных значений параметров, но принципиальным образом изменить подход к оптимальному проектированию.

### Иллюстративный пример оптимизации инвестиций

Иллюстративный пример оптимизации инвестиций показан на рис. 1 и рис. 2. На рис. 1 представлена зависимость целевой функции (прибыли  $E$ ) от объема инвестиций в некоторых условных единицах (у.е.). Экстремум целевой функции достигается при  $I_{opt} = 60$  у.е. и составляет 3600 у.е. На этом же рисунке приведены возможные зависимости  $E \pm \sigma$ , где  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение оценки эффективности.

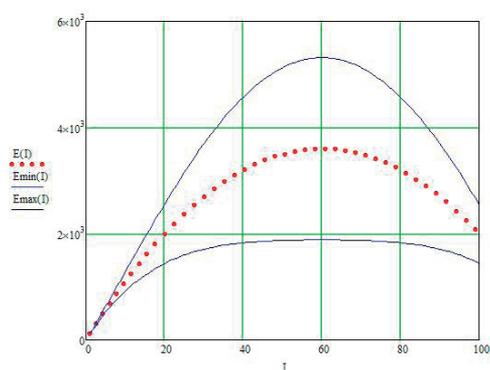


Рис. 1. Пример зависимости эффективности вложений  $E$  от величины инвестирования  $I$

Точечная кривая – математическое ожидание эффективности,  
сплошные кривые  $E_{\min} = E - \sigma$ ;  $E_{\max} = E + \sigma$ .

На рис. 2 приведены функция плотности распределения (ф.п.р.) прибыли при  $I = I_{onm}$  и  $I = 20$  у.е. Конечно, математическое ожидание прибыли при  $I = I_{onm}$  заметно выше (3600 против 2000), но и дисперсия оказывается значительно большей. Осторожный инвестор может предпочесть небольшую, но достаточно надежную эффективность вложений. Особенно важно обеспечение малой дисперсии прогноза эффективности и прибыли для задач государственного планирования и страхования. Если, например, инвестору нужна гарантированная прибыль 1000 у.е., то он предпочтет инвестировать 2000 у.е. Хотя ожидаемая прибыль при таком решении будет в 1,8 раза меньше, но вероятность того, что прибыль превысит 1000 у.е., будет больше. Вероятность неполучения прибыли при  $I = I_{onm}$  составляет 6,5%, а при  $I = 2000$  у.е. – 3,7%.

Таким образом, первое, что хотелось бы отметить, это то, что максимизация эффективности (дохода, прибыли и т.п.) далеко не всегда определяет принятие решения при проектировании конструкции.

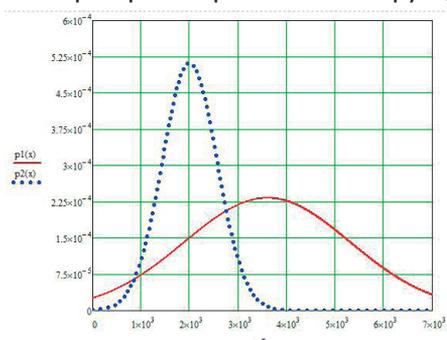


Рис.2. Ф.п.р. эффективности при двух значениях  $I$

$I = I_{onm}$  – сплошная кривая;  $I = 2000$  у.е. – точечная кривая

### Дисперсия при определении эффективности инвестиций в сейсмостойкое строительство

Обратимся к оценке дисперсии эффективности или прибыли при инвестировании. В развитие базовой формулы, приведенной в [7, 8], запишем

$$E = -Inv + f(Inc - Op - R). \quad (1)$$

Здесь  $E$  – эффект (прибыль) инвестирования;  $Inv$  – величина вложений;  $Inc$  – годовой доход от эксплуатации объекта;  $Op$  – годовые эксплуатационные доходы;  $R$  – риски (математическое ожидание годовых ущербов);  $f$  – коэффициент приведения затрат, детально рассмотренный в литературе, например, в [6, 8]. Величина  $f$  зависит от ожидаемого времени эксплуатации  $t$  и ставки дисконтирования  $q$  и определяется по формуле:

$$f(q, t) = \frac{1 - (1 + q)^{-t}}{q}, \quad (2)$$

Годовой доход является здесь случайной величиной, для описания которой можно, как правило, использовать нормальное распределение.

Хотелось бы указать принципиальную разницу между эксплуатационными затратами и ущербами от возможных рисковых воздействий. Экс-

платационные затраты на содержание объекта – обязательные ежегодные затраты, связанные с поддержанием нужного режима эксплуатации (обогрев, вентиляция, уборка помещений и т.п.). Это, безусловно, случайная величина, для которой можно использовать распределение подходящего вида (например, нормальное).

Риски связаны с событиями, которые могут произойти или не произойти. К их числу относятся наводнения, пожары, землетрясения и т.п. явления. Для описания случайного характера этих событий и связанных с ними ущербов в [5] введено  $\delta$ -корректированное распределение, ф.п.р. которого показана на рис. 3. Ф.п.р.  $p_R(x)$  такого распределения представляет собой комбинацию обычной ф.п.р., например, нормального распределения, и модифицированной  $\delta$ -функции, площадь под которой равна  $1 - L$  (рис. 3). При этом

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_R(x) dx = 1. \quad (3)$$

Аналитически функцию  $p_R$  плотности распределения величины риска  $R$  можно представить в виде суммы

$$p_R = L \cdot p_D + \delta(x) \cdot (1 - L), \quad (4)$$

где  $p_D$  – ф.п.р. ущерба  $D$  при условии, что событие произошло,  $L$  – вероятность возникновения опасного события.

Математическое ожидание такой случайной величины определяется, как

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p_R(x) dx = \bar{D} \cdot L, \quad (5)$$

где  $\bar{D}$  – математическое ожидание ущерба в случае, если событие произойдет.

Величину  $R$ , следуя Л.В. Канторовичу [8] и другим работам в области рисков от стихийных бедствий [7, 9 и др.], будем называть риском. Таким образом, риск – это математическое ожидание возможного ущерба.

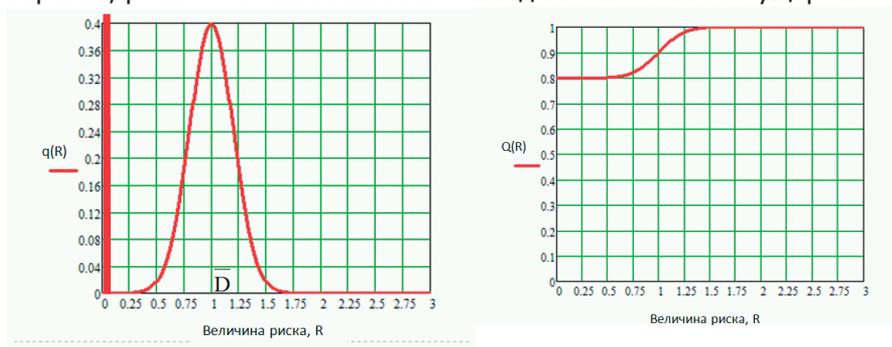


Рис. 3. Характер распределения величины возможного ущерба. Сверху – функция плотности распределения, снизу – функция распределения

Ф.п.р.  $p_D$  будем называть функцией плотности распределения ущерба от произошедшего события, а ф.п.р.  $p_R$  – функцией плотности распределения возможного ущерба.

Дисперсия  $\delta$ -скорректированного распределения для возможного ущерба оценивается следующим образом [5]:

$$\sigma_R^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{DL})^2 q(x) dx = L \cdot \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{DL})^2 q_0(x) dx = L \cdot [\sigma_D^2 + \bar{D}^2 (1-L)^2], \quad (6)$$

где  $\sigma_D$  – среднее квадратическое отклонение для ущерба от произошедшего события.

Для случая, когда объект подвержен группе статистически независимых событий с вероятностями возникновения  $L_i$ , площадь под  $\delta$ -функцией составит величину

$$S = \prod_{i=1}^n (1 - L_i) \approx 1 - \sum_{i=1}^n L_i, \quad (7)$$

где  $n$  – число событий.

Математическое ожидание возможного ущерба в этом случае будет равно сумме ожидаемых рисков, т.е.  $\bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{D}_i L_i$ , а дисперсия величины возможного ущерба будет равна сумме дисперсий [5]:

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^n L_i \cdot [\sigma_{D_i}^2 + \bar{D}_i^2 (1 - L_i)^2]. \quad (8)$$

Функция плотности распределения суммарного возможного ущерба с учетом статистической независимости определяющего его процессов определяется сверткой функций распределения отдельных возможных ущербов и записывается [5] следующим образом

$$\begin{aligned} f(x) &= (1 - L_p)(1 - L_q) \cdot \delta(x) + L_p(1 - L_q) \cdot p_0(x) + \\ &L_q(1 - L_p) \cdot q_0(x) + L_q L_p \cdot \int_0^x p_0(z) q_0(x - z) dz \approx \\ &(1 - L_p - L_q) \cdot \delta(x) + L_p \cdot p_0(x) + L_q \cdot q_0(x) \end{aligned} \quad (9)$$

Полученные формулы достаточно важны для анализа рисков.

Прежде всего дисперсия оценки возможного ущерба может значительно превышать дисперсию ожидаемого ущерба.

Кроме того, для величины возможного ущерба его математическое ожидание уменьшается пропорционально падению вероятности возникновения события  $L$ , а среднее квадратическое отклонение убывает пропорционально падению величины  $\sqrt{L}$ .

В соответствии с изложенным для оценки дисперсии возможного ущерба надо знать повторяемость опасных событий и ф.п.р.  $P_D$  для ущерба  $D$  от одного события. Для задания ф.п.р.  $P_D$  следует учесть, что величина относительного ущерба изменяется от 0 (ничего не пострадало) до 1 (полная потеря объекта). Для описания такой случайной величины удобно использовать  $\beta$ -распределение. Функция плотности вероятности  $\beta$ -распределения имеет вид

$$p = \frac{x^{\nu} \cdot (1 - x)^{\mu}}{B(\nu, \mu)}, \quad (10)$$

где  $\mu$  и  $\nu$  – параметры распределения,  $B(\nu, \mu)$  –  $\beta$ -функция.

Ф.п.р. ущерба от сейсмических воздействий различной силы для кирпичных зданий с классом сейсмостойкости 8 по данным приведены [15].

Если учесть высокую дисперсию риска, то результаты традиционных процедур оптимизации с поиском оптимума математического ожидания в значительной мере обесцениваются. На рис. 4 приведена зависимость математического ожидания экономического эффекта инвестиций в сейсмостойкое строительство от класса сейсмостойкости сооружения для г. Сочи и аналогичная зависимость, но с эффектом, получаемым с вероятностью более 80%, с учетом дисперсии оценки эффекта за счет сейсмического риска. Естественно, величина эффекта упала, но и оптимальное усиление с 8 баллов перешло на 9 баллов.

### **Всегда ли надо использовать решения с наибольшей ожидаемой эффективностью?**

Как правило, учет дисперсии при оценке оптимальных решений в сейсмостойком строительстве ведет к увеличению затрат на усиление. Однако есть принципиально иной путь решения проблемы – проектирование конструкций с заданными параметрами предельных состояний. Такой путь был предложен в сейсмостойком строительстве в бывшем СССР Я.М. Айзенбергом и Л.Ш.Килимником [3], а за рубежом В. Добриком [1] и Дж. Порком [2]. Указанный путь предусматривает проектирование заведомо неравнопрочных конструкций. При этом в конструкции предусматривается слабое место, в котором и возникнет повреждение при экстремальных нагрузках. В мостах, например, это опорные части, допускающие подвижку пролетного строения, ведущую к разрушению верхнего строения пути, но исключая повреждение опор и сброс с них пролетного строения.

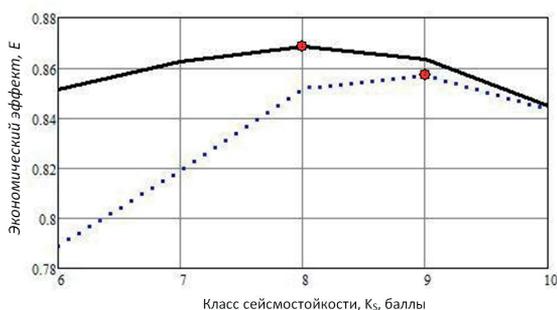


Рис. 4. Зависимость экономического эффекта от класса сейсмостойкости конструкции: сплошная кривая – математическое ожидание эффекта; точечная линия – эффект с вероятностью получения более 80%

Конструкции с ослаблениями не являются оптимальными с точки зрения расхода материала, поскольку часть элементов имеет запасы, которые не используются при работе конструкции. Однако у рассматриваемых конструкций существенно сокращается дисперсия прогнозных оценок эффективности. Для них может быть построен сценарий накопления повреждений и минимизированы затраты на ремонтные работы после чрезвычайных ситуаций.

Резюмируя сказанное, можно отметить, что инженер при проектиро-

вании должен решать два вопроса – оптимизацию стоимости и минимизацию ее дисперсии. Технически эти задачи решаются по-разному. Для минимизации дисперсии приходится отказываться от принципа равнопрочности, переходя к проектированию конструкций с заданными параметрами предельных состояний и проектировать в конечном счете сценарии накопления повреждений конструкции.

### **Заключение**

Приведенные в статье данные позволяют заключить, что в оптимизационных задачах со случайными параметрами поиск ожидаемого экстремума функции далеко не всегда позволяет принять наилучшее решение о вложении средств и параметрах проектируемой конструкции.

В этом случае можно ставить задачу максимизации прибыли при ограниченном среднеквадратичном отклонении прибыли или задачу минимизации среднеквадратичного отклонения прибыли при ограничении на ее минимальную величину. Такого рода задачи на условный экстремум хорошо известны [16].

Вместе с тем для решения задач оптимизации в этом случае можно искать и безусловный экстремум, если предложить в качестве целевой функции  $\Phi$  комбинацию математического ожидания и среднеквадратичного отклонения анализируемой величины  $Z$

$$\Phi = \alpha \bar{Z} - \beta \sigma_z, \quad (11)$$

где  $\bar{Z}$  – математическое ожидание  $Z$ ;  $\sigma_z$  – среднеквадратичное отклонение  $Z$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – весовые коэффициенты, зависящие от степени склонности собственника к риску. Чем больше готов рисковать собственник, тем меньше величина  $\beta$ .

Особенно важен предложенный подход для учета редких событий, таких как землетрясения. В этом случае разброс прогноза оценок эффективности может в несколько раз превышать математическое ожидание этих оценок. В статье приведена формула для оценки дисперсии риска для такого рода случаев.

### **Список источников**

1. Dowric D.J. *Earthquake resistant Design for Engineers and architects*. New York, John Wiley & Sons, 1977.
2. Park R., Paulay T. *Reinforced Concrete Structures*. New York, John Wiley & Sons, 1975.
3. Айзенберг Я.М., Килимник Л.Ш. О критериях предельных состояний и диаграммах «восстанавливающая сила перемещения» при расчетах на сейсмические воздействия // *Сейсмостойкость зданий и инженерных сооружений*. Москва, Стройиздат, 1972, с. 46-61.
4. Богданова М.А., Огнева С.С., Уздин А.М., Чернов В.П. Оценка доверительных границ для величины риска // *Природные и техногенные риски. Безопасность сооружений*, 2013, no. 3, с. 46-49.
5. Богданова М.А., Сигидов В.В., Уздин А.М., Чернов В.П. Статистические характеристики ущерба в теории риска // *Современная экономика: Проблемы и решения*, no. 5(77), 2016, с. 22-30.
6. Виноградов А.И. К вопросу о расчете стержневых систем наименьшего веса // *Исследования по теории сооружений*. Москва, Госстройиздат, 1959, no. 8, с. 499-521.

7. Елисеев О.Н., Уздин А.М. *Сейсмостойкое строительство*. Санкт-Петербург, Изд. ПВВИСУ, 1997.
8. Канторович Л.В., Кейлис-Борок В.И., Молчан Г.И. Сейсмический риск и принципы сейсмического районирования // *Вычислительные и статистические методы интерпретации сейсмических данных*. Вычисл. Сейсмология. Москва, Наука, 1974, по. 6, с. 3-20.
9. Кейлис-Борок В.И., Нерсесов И.А., Яглом А.М. *Методы оценки экономического эффекта сейсмостойкого строительства*. Москва, изд. АН СССР, 1962, с. 46.
10. Малков В.П., Угодчиков А.Г. *Оптимизация упругих систем*. Москва, Наука, 1980.
11. Почтман Ю.М., Пятигорский З.И. *Оптимальное проектирование строительных конструкций*. Киев, Донецк, Вища школа, 1980.
12. Прагер В. *Основы теории оптимального проектирования конструкций*. Москва, Мир, 1977.
13. Райзер В.Д. Вероятностная оптимизация уровня надежности сооружений // *Строительная механика и расчет сооружений*, 2008, по. 3, с. 39-42.
14. Райзер В.Д. *Методы теории надежности в задачах нормирования расчетных параметров строительных конструкций*. Москва, Стройиздат, 1986.
15. Сергеев Н.Д., Богатырев А.И. *Проблемы оптимального проектирования конструкций*. Стройиздат, 1971.
16. Софиева Ю.Н., Цирлин А.М. *Условная оптимизация. Методы и задачи*. Либроком, 2012.

---

# TO THE QUESTION OF USING THE INDICATOR OF INVESTMENT EFFECTIVENESS AS THE CRITERIA OF THEIR OPTIMUMITY

---

**Bogdanova Maria Aleksandrovna**<sup>1</sup>, engineer

**Vanicheva Svetlana Sergeevna**<sup>1</sup>, graduate student

**Sigidov Vladimir Vladimirovich**<sup>2</sup>, Chairman of the Board

**Uzdin Alexander Mikhailovich**<sup>1</sup>, Dr. Sc. (Tech.), Prof.

**Chernov Victor Petrovich**<sup>3</sup>, Dr. Sc. (Econ.), Prof.

<sup>1</sup> Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Moscow Ave, 9, St. Petersburg, Russia, 190031; e-mail: uzdin@mail.ru; bma74@mail.ru

<sup>2</sup> Regional Public Fund for Assistance to Social Programs for Persons with Disabilities (ROPSSPI) «NEVSKY BEREГ», Bankovskiy per., 3, St. Petersburg, Russia, 191023; e-mail: sigidov-vvs@mail.ru

<sup>3</sup> Saint-Petersburg State University of Economics, Sadovaya St., 21, St. Petersburg, Russia, 191023; e-mail: viktor\_chernov@mail.ru

*Purpose:* to analyze the feasibility of using the investment performance indicator to make a decision on the optimal investment of funds in strengthening building structures. *Discussion:* it is shown that in this investment analysis, in addition to assessing the economic effectiveness of reinforcement, it is necessary to involve the variance of this estimate. *Results:* it is shown that in order to reduce the dispersion of economic indicators in construction, it is necessary to move from equiprobable structures to structures with given parameters of limiting states. An example of investing in seismic resistant construction is analyzed.

**Keywords:** strengthening of building structures, economic effect, dispersion, preset parameters of limiting states, earthquake-proof construction.

## References

1. Dowric D.J. *Earthquake resistant Design for Engineers and architects*. New York, John Wiley & Sons, 1977.

2. Park R., Paulay T. *Reinforced Concrete Structures*. New York, John Wiley & Sons, 1975.

3. Ajzenberg Ja.M., Kilimnik L.Sh. *O kriterijah predel'nyh sostojanij i diagrammah «vosstanavlivajushhaja sila-pere meshhenija» pri raschetah na sejsmicheskie vozdejstviya. Sejsmostojkost' zdaniy i inzhenernyh sooruzhenij*. Moscow,

Strojizdat, 1972, pp. 46-61. (In Russ.)

4. Bogdanova M.A., Ogneva S.S., Uzdin A.M., Chernov V.P. Ocenka doveritel'nyh granic dlja velichiny riska. Prirodnye i tehnogennye riski. *Bezopasnost' sooruzhenij*, 2013, no. 3, pp. 46-49. (In Russ.)

5. Bogdanova M.A., Sigidov V.V., Uzdin A.M., Chernov V.P. Statisticheskie karakteristiki ushherba v teorii riska. *Sovremennaja jekonomika: Problemy i reshenija*, no. 5(77), 2016, pp. 22-30. (In Russ.)

6. Vinogradov A.I. K voprosu o raschete

- sterzhnevych sistem naimen'shego vesa. *Issledovanija po teorii sooruzhenij*. Moscow, Gosstrojizdat, 1959, no. 8, pp. 499-521. (In Russ.)
7. Eliseev O.N., Uzdin A.M. *Sejmostojkoe stroitel'stvo*. Saint Petersburg, PVVISU, 1997. (In Russ.)
8. Kantorovich L.V., Kejlis-Borok V.I., Molchan G.I. Sejsmicheskij risk i principy sejsmicheskogo rajonirovanija. *Vychislitel'nye i statisticheskie metody interpretacii sejsmicheskikh dannyh. Vychisl. Sejsmologija*, Moscow, Nauka, 1974, no. 6, pp. 3-20. (In Russ.)
9. Kejlis-Borok V.I., Nersesov I.A., Jaglom A.M. *Metody ocenki jekonomicheskogo jeffekta sejmostojkogo stroitel'stva*. Moscow, AN SSSR, 1962, p. 46. (In Russ.)
10. Malkov V.P., Ugodchikov A.G. *Optimizacija uprugih sistem*. Moscow, Nauka, 1980. (In Russ.)
11. Pochtman Ju.M., Pjatigorskij Z.I. *Optimal'noe proektirovanie stroitel'nyh konstrukcij*. Kiev, Doneck, Vishha shkola, 1980. (In Russ.)
12. Prager V. *Osnovy teorii optimal'nogo proektirovanija konstrukcij*. Moscow, Mir, 1977. (In Russ.)
13. Rajzer V.D. Verojatnostnaja optimizacija urovnja nadezhnosti sooruzhenij. *Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij*, 2008, no. 3, pp. 39-42.
14. Rajzer V.D. *Metody teorii nadezhnosti v zadachah normirovanija raschetnyh parametrov stroitel'nyh konstrukcij*. Moscow, Strojizdat, 1986. (In Russ.)
15. Sergeev N.D., Bogatyrev A.I. *Problemy optimal'nogo proektirovanija konstrukcij*. Strojizdat, 1971. (In Russ.)
16. Sofieva Ju.N., Cirilin A.M. *Uslovnaja optimizacija. Metody i zadachi*. Librokom, 2012. (In Russ.)