
НЕДОСТАТКИ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ Г. МАРКОВИЦА В УСЛОВИЯХ КРАТКОСРОЧНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ

Косарева Екатерина Александровна, преп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: kosareva_ea@econ.vsu.ru

Цель: определить основные особенности модели оптимального портфеля Марковица, выделить существующие модификации теории, привести доказательства недостаточности модели для микропортфелей. *Обсуждение:* вопрос составления оптимального портфеля – задача, решение которой имеет много подходов. Одним из наиболее известных подходов является модель оптимального портфеля Марковица. Однако в ходе более глубокого анализа модели с точки зрения краткосрочного инвестирования можно сделать вывод, что предложенная модель обладает рядом особенностей, которые влияют на ее применимость в составлении оптимальных портфелей. *Результаты:* в статье были выделены основные недостатки модели Марковица, рассмотрены существующие пути их оптимизации, выявлен ряд проблем, характерных для построения микропортфелей.

Ключевые слова: микропортфель, оптимальный портфель Марковица, инвестирование, краткосрочный анализ, ковариация.

DOI: 10.17308/meps.2017.9/1770

Введение

Выбор оптимального портфеля – это сложная задача, которая затрагивает различные сферы финансового менеджмента, математических методов и инвестиционного анализа. В общем говоря, она касается определения наилучшего набора финансовых инструментов из доступных с достаточной (сравнимой или превышающей безрисковые активы) доходностью, соизмеримым риском, который может быть диверсифицирован.

Конечно, ожидаемая доходность будет отличаться от фактической, и наблюдаемый риск при выборе структуры портфеля будет зависеть не только от действий инвестора. При этом существует ряд теоретических моделей, изучающих оптимальное соотношение между риском и доходностью портфеля.

Одна из них – это модель оптимального портфеля Г. Марковица. Подход Г. Марковица базируется на том, что любой инвестор в настоящий момент времени имеет определенную сумму для инвестирования. Принимая решения в данный момент времени он может оценить ожидаемую доходность и инвестировать в те финансовые инструменты, которые обладают наибольшей ожидаемой доходностью. Стремясь к максимизации ожидаемой доходности, инвестор должен минимизировать стоящую перед ним неопределенность (риск).

Иными словами, модель Г. Марковица является дискретной (решение об инвестировании, реинвестировании или использовании полученного дохода) инвестор принимает в момент времени $t_i, i = \overline{1..n}$ на период владения (с момента времени t_i до момента $t_j, i < j, i, j = \overline{1..n}$).

С другой стороны, модель Г. Марковица базируется на рациональных человеческих поведенческих характеристиках, поскольку учитывает не только наиболее характерные желания (получить больший доход при меньшем риске), но и такое качество, как индивидуальное избегание риска.

Две основных компоненты модели Г.Марковица находятся под постоянным наблюдением: доходность, получаемая при включении актива в портфель, и риск, который будет нести инвестор.

Итоговый риск по портфелю согласно модели Г. Марковица определяется как взвешенная квадратичная комбинация из ковариаций активов, включенных в портфель:

$$\sigma^2(\bar{R} | \bar{W}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \omega_j \sigma_{ij}(\bar{R}),$$

где $\bar{W} = \{\omega_i\}, i = \overline{1..n}$ – вектор, состоящий из долей бюджета, инвестированных в каждый актив ($\omega_i \geq 0$); $\sigma_{ij}(\bar{R})$ – ковариация между i и j активами, определяемый как:

$$\sigma_{ij}(\bar{R}) = \sum_{t=1}^T \frac{[R_{it} - M(R_i)][R_{jt} - M(R_j)]}{T},$$

где R_{it} – матрица, состоящая из доходности каждого актива в отдельный интервал времени ($i = \overline{1..n}, t = \overline{1..T}$); $M(R_i)$ – математическое ожидание доходности i -го актива; T – число временных интервалов.

Между доходностью и риском портфеля можно определить условное математическое ожидание $M(\bar{R} | \bar{W})$ как взвешенное среднее включенных в портфель активов.

$$M(\bar{R} | \bar{W}) = \sum_{i=1}^n \omega_i M(R_i).$$

Все возможные комбинации показателей риска и доходности дают возможность определить множество портфелей, в которых высокий доход не может рассматриваться отдельно от повышенного риска и наоборот. Совокупность портфелей, которые должен рассматривать инвестор, образуют эффективное множество. Инвестор может выбирать портфель из эффективного множества, основываясь на собственных предпочтениях. Конечно, определение отдельного портфеля из эффективного множества не означает, что эта задача относится к категории тривиальных.

Основная часть

Существует множество оптимизационных технологий, которые призваны решить эти определения оптимального портфеля.

F. Duran, C. Cotta, A.J. Fernandez предложили путь, в котором в модель Марковица включается индекс Шарпа. Это позволяет сделать задачу поиска оптимального портфеля более определенной. Индекс Шарпа в модели Марковица является определенной мерой, которая позволяет оценивать как доходность, так и риск включения актива в портфель.

H. Varian сравнил подходы трех основных создателей портфельной теории: У. Шарпа, Г. Марковица, М.Х. Миллера и расширил три фундаментальные концепции риска и доходности. Он писал о том, что недостаточно следить за точкой равновесия рынка. Необходимо отслеживать связи между другими показателями.

N.B. Mehr осветил вопрос необходимости использования ряда статических характеристик помимо характеристик, описанных Г. Марковицем.

M. Rani и Dr. S. Bahl рассмотрели возможность конструирования оптимального портфеля, базирующегося на предыдущей информации и учитывающего возможность открытия коротких позиций по активу. Проведенные ими эксперименты показали, что подобный подход к формированию оптимального портфеля позволяет существенно снизить риск, который имеет инвестор, при условии незначительного сокращения ожидаемой и фактической доходности.

Ч.М. Якухный в своих статьях рассмотрел использование при построении оптимального портфеля не ковариаций активов, а их корреляций. В данном случае корреляция будет лучше следовать основным идеям портфеля Марковица: получение как положительных, так и отрицательных значений корреляции позволяет строить портфель со значительно меньшим риском.

A. Немировский, основываясь на идее построения оптимального портфеля Марковица, предложил методологию робастного портфеля. Робастный портфель Немировского отличается от оптимального портфеля Марковица тем, что предполагает большую устойчивость к небольшим отклонениям реализовавшихся доходностей от их ожидаемых значений.

Все рассмотренные выше теории были разработаны на основе теории Марковица и доказали свою эффективность при работе на длительных интервалах времени или интервалах средней длительности.

Но следует заметить, что повсеместное внедрение современных технологий приносит постоянные изменения в существующие условия работы. Все большую популярность приобретают операции с финансовыми инструментами, которые проводятся на коротких (не более 5 минут) интервалах времени. Подобный подход к совершению сделок называется скальпингом и подразумевает использование портфелей с определенными характеристиками. Для скальпинга характерно большое число сделок, не ставящих целью захватить большое ценовое движение. Соответственно, при применении данной стратегии работы на фондовом рынке следует учитывать тот

факт, что портфель здесь будет формироваться под каждую сделку отдельно, иными словами, работа будет вестись в рамках микропортфелей.

Согласно теории оптимального портфеля Г. Марковица, время владения финансовыми активами является долго- или среднесрочным. Доходность актива может быть аппроксимирована кривой нормального распределения (или логнормального распределения для более общих случаев). Согласно центральной предельной теореме (теореме Ляпунова), распределение суммы N независимых случайных величин с конечными дисперсиями и с произвольными законами распределения стремится к нормальному распределению при $N \rightarrow \infty$, если вклад отдельных слагаемых в сумму мал. Однако можно заметить, что при проектировании микропортфелей их доходность будет скорее аппроксимироваться биномиальным распределением, поскольку вероятность включения актива в портфель будет зависеть от внешних параметров и при достаточном анализе может превышать 0,5.

Помимо приведенных рассуждений о недостаточности модели эффективного портфеля Г. Марковица можно сказать о том, что в модели для определения оптимального портфеля используется ковариационная матрица. Каждый элемент матрицы характеризует ковариацию между ценными бумагами. Ковариационная матрица обладает рядом особенностей:

- 1) матрица всегда квадратна;
- 2) элементы матрицы, находящиеся на главной диагонали, являются дисперсиями финансового инструмента;
- 3) матрица является симметричной. Это означает, что элемент, расположенный в i -й строке j -го столбца, равен элементу j -й строки и i -го столбца.

Однако ковариационная матрица, составленная из абсолютных значений ковариаций между доходностями, не позволяет обработать все множество доступных вариантов. Элементы матрицы не позволяют оценить характер связи, а только лишь ее меру.

Это очень хорошо видно на примере ковариационной матрицы X для доходностей двух активов:

$$X = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{pmatrix},$$

где σ_i^2 – дисперсия доходности i -го актива, $i = 1, 2$; σ_{ij} – ковариация доходностей активов i и j , $i = 1, 2, j = 1, 2, i \neq j$.

В приведенном примере σ_{ij} – ковариация доходностей активов 1 и 2 говорит о том, что доходности первого и второго активов можно описать линейной функцией. Однако какая это зависимость (положительная или отрицательная), сказать нельзя.

В приведенном примере при измененном подходе к анализу активов инвестиционного портфеля можно выделить больше возможных итогов:

- доходность актива 1 увеличивается, доходность актива 2 уменьшается;
- доходность актива 2 увеличивается, доходность актива 1 уменьшается;

- доходности активов 1 и 2 увеличиваются;
- доходности активов 1 и 2 уменьшаются.

Ковариационная матрица, предложенная Г. Марковицем, не позволяет обработать все множество итогов. Поскольку в краткосрочном анализе большую роль играет прогнозирование будущих доходностей активов, составляющих микропортфель, подход, основанный на ковариации, не является оптимальным.

Заключение

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Методика построения оптимального портфеля, предложенная Г. Марковицем, имеет в настоящий момент ряд дополнений, оптимизирующих процесс включения финансовых активов в портфель.
2. Все предложенные методики применимы для составления инвестиционного портфеля в случае средне- и долгосрочных периодов совершения сделок.
3. В случае скальпинговой стратегии с применением микропортфелей предложенные методики и сам принцип построения оптимального портфеля, описанный Г. Марковицем, не является применимым.
4. В статье был выделен ряд характеристик микропортфеля, которые не соответствуют характеристикам портфеля, описанным Г. Марковицем.
5. Было показано, что применение ковариационной матрицы для анализа доходностей активов, включаемых в портфель, не позволяет сделать вывод обо всех возможных итогах и, как следствие, не является оптимальным.

Список источников

1. Duran F.C., Cotta C., Fernandez A.J. Evolutionary optimization for multiobjective portfolio selection under Markowitz's model with application to the Caracas Stock Exchange, Nature – Inspired Algorithms for Optimisation // *Studies in Computational Intelligence*, 2008, vol. 193, pp. 489-509.
2. Markowitz H.M. Portfolio selection // *Journal of Finance*, 1952, no. 7, pp. 77-79.
3. Markowitz H.M. *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1959.
4. Markowitz H.M. The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints // *Naval Research Logistics Quarterly*, 1956, vol. 3, pp. 111-133.
5. Meenakshi R., Bahl S. Optimal portfolio selection with or without the procedure of short sales // *Asian journal of research in business economics and management*, 2012, vol. 2, no. 7.
6. Varian H. A portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe // *The journal of Economic perspectives*, 1993, no. 7, vol. 1.
7. Берзон Н.И. *Зависимость риска и доходности активов от временного горизонта инвестирования*. Москва, Юнити, 2014.
8. Давнис В.В. *Адаптивное прогнозирование: модели и методы*. Воронеж, 1997.
9. Давнис В.В., Хабибулин Д.А. Имитационно-эконометрическое моделирование доходности финансового актива // *Экономические науки*, 2010, т. 67, no. 6. с. 236-239.
10. Касимов Ю.Ф. *Основы теории оптимального портфеля ценных бумаг*. Москва, ФИЛИНЪ, 1998.
11. Якухный Е.М. Новый взгляд на теорию оптимального портфеля Марковица // *Финансы и кредит*, 2008, no. 26 (314), pp. 36-43.

DISADVANTAGES OF THE MODEL OF MARKOWITZ'S OPTIMAL PORTFOLIO IN THE CONDITIONS OF SHORT-TERM INVESTMENTS

Kosareva Ekaterina Aleksandrovna, Assist. Prof.

Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: kosareva_ea@econ.vsu.ru

Purpose: to identify the main features of the model of Markowitz's optimal portfolio, to highlight the existing modifications of the theory, to cite evidence of a model inadequacy for micro-portfolios. *Discussion:* the question of optimal portfolio's constructing is a task whose solution has many approaches. One of the most well-known approaches is the model of the optimal portfolio of Markowitz. However in the course of a deeper analysis of the model from the point of view of short-term investment, it can be concluded that the proposed model has a number of features that affect its applicability in the design of optimal portfolios. *Results:* The author identified the main shortcomings of the Markowitz model, examined the existing ways of their optimization, identified a number of problems that are typical for building micro-portfolios.

Keywords: micro-portfolios, Markowitz theory, investing, short-term analysis, covariance.

References

1. Duran F.C., Cotta C., Fernandez A.J. Evolutionary optimization for multiobjective portfolio selection under Markowitz's model with application to the Caracas Stock Exchange, Nature – Inspired Algorithms for Optimisation. *Studies in Computational Intelligence*, 2008, vol. 193, pp. 489-509.
2. Markowitz H.M. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 1952, no. 7, pp. 77-79.
3. Markowitz H.M. *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*. New York, John Wiley and Sons, Inc. 1959.
4. Markowitz H.M. The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1956, vol. 3, pp. 111-133.
5. Meenakshi R., Bahl S. Optimal portfolio selection with or without the procedure of short sales. *Asian journal of research in business economics and management*, 2012, vol. 2, no. 7.
6. Varian H. A portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe. *The journal of Economic perspectives*, 1993, no. 7, vol. 1.
7. Berzon N.I. *Zavisimost' riska i dokhodnosti aktivov ot vremennogo gorizonta investirovaniia*. Moscow, Iuniti, 2014. (In Russ.)
8. Davnis V.V. *Adaptivnoe prognozirovanie: modeli i metody*. Voronezh, 1997. (In Russ.)
9. Davnis V.V., Khabibulin D.A. Imitatsionno-ekonometricheskoe modelirovanie dokhodnosti finansovogo aktiva. *Ekonomicheskie nauki*, 2010, vol. 67, no. 6. pp. 236-239. (In Russ.)
10. Kasimov Iu.F. *Osnovy teorii optimal'nogo portfelia tsennyykh bumag*. Moscow, FILIN, 1998. (In Russ.)
11. Iakukhnyi E.M. Novyi vzgliad na teoriyu optimal'nogo portfelia Markovitsa. *Finansy i kredit*, 2008, no. 26 (314), pp. 36-43. (In Russ.)