УДК 330.43

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АЛГОРИТМИЧЕСКОМУ ФОРМИРОВАНИЮ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ

Давнис Валерий Владимирович, д-р экон. наук, проф.
Добрина Мария Валерьевна, асп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: vdavnis@mail.ru; nice.smirnova@yandex.ru

Цель: предусматривает на основе линейного измерения риска и введенного понятия рыночного взаимодействия финансовых активов разработку алгоритмической процедуры построения оптимального портфеля ценных бумаг. *Обсуждение*: ориентируясь на идею Линтнера-Шарпа представления доходности рыночного актива линейной зависимостью от средней доходности рынка, выражаемой индексом, предложена нелинейная форма этой зависимости. В этой нелинейной форме используется модель бинарного выбора, с помощью которой вычисляются условные вероятности альтернативного отклонения доходности актива от средней доходности. На основе альтернативного представления доходности финансового актива введено понятие рыночного взаимодействия. С помощью модели альтернативной доходности актива и матрицы рыночного взаимодействия строится функция полезности портфельного решения. Оптимизация этой функции полезности для двух активов позволило понять, как должна быть устроена процедура алгоритмического построения портфеля ценных бумаг. *Результаты*: получено обоснование достаточно простой формулы для построения портфеля из двух ценных бумаг. Алгоритмическая процедура предусматривает последовательное применение этой формулы, что обеспечивает построение оптимального портфеля в зависимости от средней рыночной доходности (индекса).

Ключевые слова: портфель ценных бумаг, функция полезности, рыночное взаимодействие активов, алгоритмическое построение портфеля.

DOI: 10.17308/meps.2017.12/1823

Введение

Задача построения оптимального портфеля ценных бумаг продолжает оставаться наиболее востребованной в практическом аспекте и актуальной для научных исследований. В рамках теории портфельного анализа, начало которой было положено известными исследованиями Г. Марковица, в настоящее время, несмотря на достаточно большое количество разработанных моделей, так и не удалось создать инструмент для практического использования, каким, например, стала формула Блэка-Шоулза. В то же время обновление теоретических знаний в этой области, появление новых технических и алгоритмических возможностей продолжают стимулировать исследователей на новые поиски и разработки. Явные элементы новизны обнаруживаются в подходе, реализующем идеи алгоритмического построения портфеля ценных бумаг, одному из возможных вариантов которого посвящается данная статья.

Алгоритмический подход широко использовался для создания электронных автоматов по управлению капиталом, вложенным в один актив. Идеи, которые при этом использовались, в основном заимствовались из технического анализа. В 2005 г. Агарвал и Хазан [12] впервые предложили портфельный анализ, являющийся разделом фундаментального анализа, использовать в техническом анализе для управления капиталом. Практические расчеты, по утверждению авторов, показали, что такой подход позволяет получить такой же заработок, как и самый лучший портфель с постоянной корректировкой по данным ретроспективного периода.

С позиций фундаментального анализа в этом подходе не устраивает отсутствие содержательной интерпретации результатов алгоритмического моделирования. Это главный недостаток. Естественно, основной и наиболее трудоемкой операцией в предложенном алгоритмическом подходе является обращение матрицы из вторых производных. В то же время есть элементы, которые можно считать интересными для развития портфельного анализа. Например, в качестве показателя, используемого в целевом критерии, применяется не доходность, а относительный рост. Штольц и Лугоши [13] ввели понятие внутренних потерь, что значительно расширило теоретико-игровую концепцию подобного рода потерь. Кроме того, возникают вопросы, связанные с дальнейшим совершенствованием алгоритмического подхода, в частности, построения алгоритмов, основанных на принципах адаптации, позволяющих более точно воспроизводить изменения, происходящие в стоимости активов, включенных в портфель. Однако, несмотря на возможность проведения дальнейших исследований по совершенствованию алгоритмического построения портфелей с использованием итерационных процедур, ниже рассматривается подход, в котором используется не итерационная, а пошаговая процедура формирования портфеля ценных бумаг [10].

Моделирование доходности финансовых активов

В некотором смысле алгоритм пошагового построения портфеля похож на алгоритм пошагового построения регрессионной модели. Чтобы реализация этой идеи была осуществима, прежде всего, необходимо ввести понятие, лежащее в основе критерия, позволяющего определять претендентов на включение в портфель. Ковариации, дисперсии и корреляции, которые обычно используются в портфельном анализе, для этих целей не подходят, так как не дают полного представления о возможном результате объединения двух активов в портфель. И все же несмотря на это, ориентироваться, как и ранее, будем на эконометрические модели, но такие, в которых реализована возможность воспроизведения вероятностной природы взаимодействия активов на фондовом рынке [8].

Чтобы смоделировать результаты возможных вариантов парного объединения активов в портфель, будем предполагать, что доходность каждого *i*-го финансового актива достаточно точно может быть описана следующей эконометрической моделью:

$$r_{it} = \overline{r_i} + d_i x_{it} + \varepsilon_{it}\,, \tag{1}$$

где r_{it} – доходность *i*-го актива в момент времени *t*; $\overline{r_i}$ – средний уровень доходности *i*-го актива; d_i – абсолютная величина усредненного отклонения наблюдаемых значений доходности *i*-го актива от своей средней величины; x_{it} – дискретная случайная величина, равная +1, если текущее значение доходности выше среднего и равная – 1, если меньше среднего; ε_{it} – не наблюдаемая случайная величина с равным нулю математическим ожиданием.

Предполагается, что есть фактор, оказывающий существенное влияние на уровень доходности r_{it}. По аналогии с известной линейной моделью Линтнера-Шарпа [20]

$$\mathrm{E}(r_{it}) = r_f + \beta_i(\mathrm{E}(r_{It}) - r_f) \tag{2}$$

будем предполагать, что таким фактором является средняя доходность фондового рынка r_{it}, описываемая в нашем случае индексом РТС. Но, в отличие от той же самой модели Линтнера-Шарпа, взаимосвязь данного фактора с доходностью активов является более сложной нелинейной и самое главное реализуемой через дискретную независимую переменную [9]. При моделировании возникает естественная проблема выбора из множества нелинейных моделей (в линейном случае необходимость выбора отсутствует) той, с помощью которой можно описать механизм генерирования независимой случайных переменной x_{it}. По замыслу сгенерированная переменная должна своей вероятностной природой передавать колебания рынка формируемой доходности актива. Если учесть гипотезу альтернативных ожиданий [19], в соответствии с которой реализуется процесс изменения доходности любого рыночного актива, целесообразно этот процесс воспроизводить с помощью модели бинарного выбора [11]

$$\mathrm{P}(x_{it} = 1 / r_{It}) = \frac{1}{1 + e^{b_{0i} + b_{1i} r_{It}}}\,. \tag{3}$$

Коэффициенты этой модели b_0 и b_1 оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия и рассчитываются с помощью специальных пакетов, предусматривающих статистическую обработку данных [7]. Используя оцененные коэффициенты $\hat{b}_0, \hat{b}_1$, можно ожидаемую доходность *i*-го актива определить как математическое ожидание модели (1)

$$\hat{r}_{it} = \mathrm{E}(r_{it}) = \overline{r_i} + d_i[2P - 1] = \overline{r_i} + d_i\left[\frac{2}{1 + e^{\hat{b}_{0i} + \hat{b}_{1i} r_{It}}} - 1\right]. \tag{4}$$

В некотором смысле модель (3) является нелинейным аналогом, упоминавшимся выше, модели Линтнера-Шарпа, но с другой – интерпретацией рыночного механизма формирования доходности. Второе слагаемое в модели (4) в отличие от (2) может принимать отрицательные значения. Это вполне объяснимо, так как в (4) рассматривается возможное отклонение от среднего значения доходности, а не от доходности безрискового актива, как в модели (2). Но в то же время такое представление механизма формирования доходности актива позволяет говорить о новом способе измерения риска финансового актива с помощью выражения

$$rs_i = d_i[2P_i - 1], \tag{5}$$

позволяющего получать положительные и отрицательные его значения в зависимости от вероятности P_i. Это важный факт, так как данное свойство риска актива вместе с принципом его формирования должно естественным образом переноситься на риск портфеля ценных бумаг [6]. Поэтому, переходя к изложению алгоритмического подхода, реализующего построение портфеля ценных бумаг, сначала рассмотрим механизм, который лежит в основе формирования портфельного риска. Это необходимо, так как целевая ориентация этого алгоритма получение портфеля с оптимальным риском [5].

Портфельный анализ на основе функции полезности

Понимая под риском, в соответствии с (5), результат возможного отклонения доходности актива от его среднего уровня, по аналогии с таким пониманием, риском портфеля из двух активов будем считать ожидаемое отклонение текущей доходности портфеля от его средней доходности. Вопрос в том, как определить это ожидаемое отклонение. Основная идея в том, что отклонения от среднего по величине равно изменению доходности портфеля [14]. А это изменение, как нетрудно понять, получается из изменений доходности каждого актива, а также результата их рыночного взаимодействия, получаемого при одновременном изменении доходности обеих активов. Формально выражение для доходности с учетом возможных рисков можно записать следующим образом:

$$r_{pt} = w_1\bar{r}_i + w_2\bar{r}_k + w_1 d_i(2\mathrm{P}_{it} - 1) + w_2 d_k(2\mathrm{P}_{kt} - 1) + w_i w_k\,\mathrm{IA}_{ik}. \tag{6}$$

В этом выражении не определена величина взаимодействия IA_{ik}. Для определения этой величины необходимо описать механизм формирования эффекта взаимодействия [15]. Как нетрудно понять, вариантов взаимодействия может быть четыре: доходность обеих активов оказалась выше соответствующих средних значений, доходность первого актива выше, а второго ниже, доходность первого актива ниже, а второго выше, доходность обеих активов ниже средних значений [16]. Обозначив через d_i среднюю величину возможного отклонения от средней доходности i-го актива, а через d_k соответствующее отклонение k-го актива, введем в рассмотрение переменную со значениями и вероятностями этих значений, которые приведены в табл.

Таблица

Описание возможных вариантов взаимодействия

Значения x_i	Вероятности x_i	Значения x_k	Вероятности x_k	Значения x_i+x_k	Вероятности x_i+x_k
+1 +1 -1 -1	P_i P_i $1-P_i$ $1-P_i$	+1 +1 -1 -1	P_k P_k $1-P_k$ $1-P_k$	d_i+d_k d_i-d_k $-d_i+d_k$ $-d_i-d_k$	$P_i P_k$ $P_i (1-P_k)$ $(1-P_i) P_k$ $(1-P_i)(1-P_k)$

Зная ожидаемые значения и вероятности результатов взаимодействия, можно записать математическое ожидание взаимодействия

$$\begin{gathered}\mathrm{IA}_{ik} = (d_i + d_k)P_iP_k + (d_i - d_k)P_i(1-P_k) + \\ +(-d_i + d_k)(1-P_i)P_k + (-d_i - d_k)(1-P_i)(1-P_k)\end{gathered}. \qquad (7)$$

Таким образом, все составляющие механизма формирования доходности известны и, следовательно, выражение (6) можно использовать в качестве критерия для построения оптимального портфеля [18]. Запишем это выражение в развернутой матричной форме для случая, когда портфель формируется из двух активов

$$r_p = (w_1, w_2)\begin{pmatrix}\overline{r}_i \\ \overline{r}_k\end{pmatrix} + (w_1, w_2)\begin{pmatrix}d_i(2P_i-1) \\ d_k(2P_k-1)\end{pmatrix} + (w_1, w_2)\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2}\mathrm{IA}_{ik} \\ \frac{1}{2}\mathrm{IA}_{ik} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}w_1 \\ w_2\end{pmatrix}. \qquad (8)$$

В этом выражении первое слагаемое характеризует влияние на доходность портфеля средних доходностей активов, включенных в портфель. Второе слагаемое – это риск активов, которые могут в зависимости от ситуации увеличить или уменьшить доходность портфеля [17]. Наконец, третье слагаемое представляет собой результат рыночного взаимодействия активов, который может оказать на доходность портфеля как положительное, так и отрицательное воздействие.

Если выражение (8) дополнить ограничением на структуру портфеля и для упрощения записи положить для каждого *i*-го актива $\hat{d}_i = d_i(2P_i - 1)$, то получится модель оптимального портфеля следующего вида

$$2\tau(\mathbf{w}'\overline{\mathbf{r}} + \mathbf{w}'\hat{\mathbf{d}}) + \mathbf{w}'\mathbf{\Sigma}_{IA}\mathbf{w} \to \max \qquad (9)$$

$$\mathbf{w}'\mathbf{i} = 1. \qquad (10)$$

Обозначения, использованные в записанной модели, очевидны, поэтому их объяснения мы опускаем [1]. Параметр $\tau \geq 0$ характеризует отношение инвестора к риску, так как ожидаемая доходность в явном виде зависит от риска. Основное отличие в том, что в этой модели используется линейный риск, подлежащий максимизации в отличие от квадратичного риска, который минимизируется [3]. В то же время сам критерий квадратичный, что позволяет максимизацию осуществлять с помощью метода множителей Лагранжа. Запишем функцию Лагранжа

$$\mathrm{L}(w, \lambda) = 2\tau(\mathbf{w}'\overline{\mathbf{r}} + \mathbf{w}'\hat{\mathbf{d}}) + \mathbf{w}'\mathbf{\Sigma}_{IA}\mathbf{w} - 2\lambda(\mathbf{w}'\mathbf{i} - 1) \qquad (11)$$

и рассмотрим процедуру минимизации критерия (9) для общего случая, когда в портфель включают произвольное число активов [4]. Дифференцируя

(11) по w и по λ, получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} 2\tau(\overline{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}}) + 2\mathbf{\Sigma}_{IA}\mathbf{w} - 2\lambda\mathbf{i} = 0 \\ 2\mathbf{w}'\mathbf{i} - 1 = 0 \end{cases}. \tag{12}$$

Решение этой системы при $\tau = 0$ приводит к получению портфеля, структура которого определяется в соответствии с выражением

$$\mathbf{w}_g = \frac{1}{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}}\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}. \tag{13}$$

Это портфель ограниченной доходности, так как на его структуру оказывает влияние только матрица взаимодействия.

Решение этой же самой системы, когда $\tau > 0$ приводит к получению портфеля ценных бумаг, представляющего собой сумму двух портфелей

$$\mathbf{w}^* = \frac{1}{\mathbf{i}'\Sigma_{IA}^{-1}\mathbf{i}}\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i} + \tau\left(\frac{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}})}{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}}\Sigma_{IA}^{-1}\mathbf{i} - \mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}})\right). \tag{14}$$

Первое слагаемое в этой сумме – это портфель ограниченной доходности, а второе слагаемое описывает достаточно сложный механизм формирования доходности портфеля [2]. В нем учитывается и возможная диверсификация активов по средней доходности и ожидаемые изменения доходности каждого актива, включаемого в портфель, в зависимости от текущего состояния фондового рынка.

Случай двух активов

Для случая, когда портфель формируется всего из двух активов, а при алгоритмическом построении портфеля интересен именно этот случай, рассмотрим детали механизма формирования такого портфеля. В алгоритмическом построении портфеля важное место занимает простота расчетов. Самый сложный расчет связан с построением модели бинарного выбора (3), с помощью которой определяются необходимые для расчетов значения вероятностей. Будем предполагать, что эта модель построена и вероятности определены. Используя эти вероятности и средние значения возможных отклонений ожидаемой доходности активов, можем вычислить величину эффекта взаимодействия, на основе которой сформируем матрицу взаимодействия для i-го и k-го активов

$$\mathbf{\Sigma}_{IA} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\mathrm{IA}_{ik} \\ \frac{1}{2}\mathrm{IA}_{ik} & 0 \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Специальный вид этой матрицы позволяет без труда определить обратную матрицу, что очень удобно для реализации процедуры алгоритмического построения портфеля. Из (15) получаем

$$\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} & 0 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Используя обратную матрицу, подробно распишем определение компонент портфеля ограниченной доходности

$$\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \end{pmatrix} \tag{17}$$

$$\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2}{\mathrm{IA}_{ik}} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 4\,\mathrm{IA}_{ik} \tag{18}$$

$$\mathbf{w}_g = \frac{\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}}{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}} = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \tag{19}$$

Получен интересный результат. Оказывается, портфель ограниченной доходности является тривиальным портфелем вне зависимости от величины рыночного взаимодействия активов портфеля. Это факт значительно упрощает алгоритмическое построение портфеля.

Рассмотрим детали формирования второй составляющей портфеля (14). Проводя по соответствующим формулам последовательно расчеты, получаем

$$\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}} + \mathbf{d}) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{IA_{ik}} \\ \frac{2}{IA_{ik}} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \overline{r}_i + \hat{d}_i \\ \overline{r}_k + \hat{d}_k \end{pmatrix} = \frac{2}{IA_{ik}}\begin{pmatrix} \overline{r}_k + \hat{d}_k \\ \overline{r}_i + \hat{d}_i \end{pmatrix}, \tag{20}$$

$$\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}}) = \begin{pmatrix} 1, & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{2(\overline{r}_k + \hat{d}_k)}{\mathrm{IA}_{ik}} \\ \frac{2(\overline{r}_i + \hat{d}_i)}{\mathrm{IA}_{ik}} \end{pmatrix} = \frac{2(r_k + \hat{d}_k + r_i + \hat{d}_i)}{\mathrm{IA}_{ik}}, \tag{21}$$

$$\frac{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}(\overline{\mathbf{r}} + \hat{\mathbf{d}})}{\mathbf{i}'\mathbf{\Sigma}_{IA}^{-1}\mathbf{i}} = 2\left(\frac{\overline{r}_k + \hat{d}_k + \overline{r}_i + \hat{d}_i}{\mathrm{IA}_{ik}}\right) / \frac{4}{\mathrm{IA}_{ik}} = \frac{\overline{r}_k + \hat{d}_k + \overline{r}_i + \hat{d}_i}{2}. \tag{22}$$

Окончательно, в соответствии с выражением (14), получаем, что структуру оптимального портфеля из двух активов можно определить, используя следующую формулу

$$w^* = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + \tau\begin{pmatrix} \frac{r_i + \hat{d}_i - r_k - \hat{d}_k}{IA_{ik}} \\ \frac{r_k + \hat{d}_k - r_i - \hat{d}_i}{IA_{ik}} \end{pmatrix}. \tag{23}$$

Таким образом, в алгоритмической процедуре на первом шаге для построения портфеля из двух активов используется формула (23). В соответствии с этой формулой для получения оптимального портфеля необходимо скорректировать тривиальный портфель таким образом, чтобы в нем возросла доля того актива, ожидаемая доходность которого выше и одновременно уменьшилась доля актива с более низкой ожидаемой доходностью. Ожидаемая доходность определяется с помощью модели (4). Причем логика корректировки, реализованная в формуле (23), остается неизменной в любых ситуациях и когда ожидаемая доходность обоих активов положительная и когда – отрицательная.

На втором шаге, для того чтобы построить портфель из трех активов, используя ту же самую формулу (23), необходимо для сформированного на первом шаге портфеля по аналогии с тем как это делалось для активов, построить модель бинарного выбора, а затем определить эффект взаимодействия с включаемым в портфель активом.

Результаты вычислительного эксперимента

В вычислительном эксперименте с помощью алгоритмической процедуры был построен портфель из акций «Газпрома», «Сбербанка», «Лукойла», «Норильского никеля» и «НОВАТЭКа». Для каждого актива были построены модели бинарного выбора (4)

$$r_1 = 0,184 + 1,073 \cdot [2 \cdot (\exp(0,321 - 1,614 r_I) + 1)^{-1} - 1],$$
$$r_2 = 0,335 + 1,621 \cdot [2 \cdot (\exp(0,397 - 1,162 r_I) + 1)^{-1} - 1],$$
$$r_3 = 0,247 + 1,070 \cdot [2 \cdot (\exp(0,321 - 1,314 r_I) + 1)^{-1} - 1],$$
$$r_4 = 0,216 + 1,780 \cdot [2 \cdot (\exp(0,170 - 1,178 r_I) + 1)^{-1} - 1],$$
$$r_5 = 0,099 + 1,269 \cdot [2 \cdot (\exp(0,183 + 1,042 r_I) + 1)^{-1} - 1].$$

Были определены ожидаемые доходности:

$$r_1 = 0,632, \quad r_2 = 0,713, \quad r_3 = 0,591, \quad r_1 = 0,826, \quad r_1 = 0,669$$

и матрица эффектов взаимодействия

$$IA = \begin{pmatrix} 0,827 & 0,792 & 1,059 & 1,018 \\ 0 & 0,722 & 0,989 & 0,948 \\ 0 & 0 & 0,954 & 0,913 \\ 0 & 0 & 0 & 1,180 \end{pmatrix}.$$

Из матрицы взаимодействия определена пара активов с самым высоким эффектом взаимодействия. Это 4-й и 5-й активы. Для них по формуле (23) формируется портфель, который принимается за актив, для него строится модель бинарного выбора, и процедура продолжается.

В результате был получен оптимальный портфель

$$\mathbf{w}^* = \begin{pmatrix} 0,148 \\ 0,101 \\ 0,002 \\ 0,363 \\ 0,386 \end{pmatrix},$$

удовлетворяющий всем требованиям.

Заключение

Результаты вычислительного эксперимента показали, что расчетные формулы логически выстроены правильно. Особо следует отметить, что портфель представим эконометрической моделью, что позволяет обсуждать его статистическую надежность. Конечно, осталось много вопросов, которые требуют специальных исследований. Прежде всего, это касается сравнительного анализа с портфельными решениями классического типа. Кроме того, не исследован вопрос зависимости финального результата от выбора первой пары активов, включаемых в портфель. Эти и ряд других вопросов будут исследованы авторами.

Список источников

1. Agarwal A., Hazan E. *New algorithms for repeated play and universal portfolio management*. Princeton University Technical Report TR-740-05, 2005.

2. Amemiya T. Qualitative response models: a survey // *Journal of Economic Literature*, 1981, v. 19, no. 4, pp. 1483-1536.

3. Cosslett R.S. Distribution-Free Maximum Likelihood Estimator of the Binary Choice Model // *Econometrica*, 1983, vol. 51, no. 3, pp. 765-782.

4. Cox D.R., Snell E.J. *The analysis of binary data*. 2nd ed. London, Chapman and Hall, 1989.

5. Green W.H. *Econometric Analysis.* 4th ed. New York, Macmillian Publishing Company, 2000.

6. Johan C.H. *Active portfolio management and portfolio construction – implementing an investment strategy*, 2012.

7. Lee Lung–Fei. Identifacation and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables // *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 4, pp. 977-996.

8. Markowitz H.M. Mean-variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Market. Oxford, N.Y., Blackwell, 1987.

9. Markowitz H.M. Portfolio Selection // *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

10. Markowitz H.M. *Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments*. Oxford, N.Y.: Blackwell, 1991.

11. Park J.Y., Phillips P.C.B. Nonstationary Binary Choice // *Econometrica*, 2000, vol. 68, no. 5, pp. 1249-1280.

12. Буренин А.Н. *Управление портфелем ценных бумаг.* Москва, НТО Вавилова С.И., 2008.

13. Гибсон Р. *Формирование инвестиционного портфеля: управление финансовыми рисками*. Москва, Альпина Бизнес Букс, 2008.

14. Давнис В.В., Добрина М.В. *Модели доходности активов и их применение в моделях портфельного инвестирования. Материалы XII международной научно-практической конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы»*. Воронеж, 2016, с. 197-200.

15. Давнис В.В., Зироян М.А., Комарова Е.В., Тинякова В.И. *Прогнозное обоснование инвестиционных решений на финансовых рынках*. Москва, 2015.

16. Добрина М.В. Функции полезности и их применение в моделировании портфельных решений // *Современная экономика: проблемы и решения.* Воронеж, 2017, no. 8 (92), с. 64-76.

17. Казаков В.А., Тарасов А.В., Зубицкий А.Б. Модели формирования портфеля акций в современной теории инвестирования // *Финансы и кредит*, 2006, no. 5(209), с. 17-20.

18. Лукашин Ю.П. Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг // *Экономика и математические методы*, 1995, т. 31, вып. 1, с. 138-150.

19. Тинякова В.И., Мокшина С.И. Прогнозирование лингвистических переменных с помощью моделей бинарного выбора // *Экономическое прогнозирование: модели и методы. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. 18-19 марта 2004 г.: в 2 ч.* / под ред. проф. В.В. Давниса. Воронеж, Воронеж. гос. ун-т, 2004, ч. 2, с. 296-301.

20. Шарп У., Александер Г., Бейли Д. *Инвестиционный менеджмент*. Москва, ИНФРА-М, 2003.

THE ECONOMETRIC APPROACH TO ALGORITHMIC PORTFOLIO SECURITIES

Davnis Valery Vladimirovich, Dr. Sc. (Econ.), Full Prof.
Dobrina Maria Valeryevna, graduate student

Voronezh State University, Universitetskaya pl., 1, Voronezh, 394018, Russia; e-mail: vdavnis@mail.ru; nice.smirnova@yandex.ru

Purpose: the authors develop an algorithmic procedure for construction the optimal securities portfolio on the basis of linear risk measurement and market interaction of financial assets. *Discussion*: the authors offer the non-linear form of dependence for market asset profitability on the average market yield. The precursor of this idea is the linear Lintner-Sharp model. The authors suggest to use a binary choice model in this non-linear form for calculate the conditional probabilities of an alternative deviation of an asset's profitability from its average yield. The authors introduce the concept of market interaction on the basis of profitability alternative representation for financial asset. The authors built the utility function of the portfolio solution with the help of alternative return asset model and the market interaction matrix. Optimization of this utility function for two assets characterizes the algorithmic procedure for build a securities portfolio. *Results*: the authors got the substantiation of a fairly simple formula for build a portfolio of two securities. The algorithmic procedure provides for the consistent application of this formula, The authors ensure the construction of an optimal portfolio in dependence on the average market yield (index).

Keywords: securities portfolio, utility function, market assets interaction, algorithmic portfolio building.

References

1. Agarwal A., Hazan E. *New algorithms for repeated play and universal portfolio management.* Princeton University Technical Report TR-740-05, 2005.

2. Amemiya T. Qualitative response models: a survey. *Journal of Economic Literature,* 1981, v. 19, no. 4, pp. 1483-1536.

3. Cosslett R.S. Distribution-Free Maximum Likelihood Estimator of the Binary Choice Model. *Econometrica*, 1983, vol. 51, no. 3, pp. 765-782.

4. Cox D.R., Snell E.J. *The analysis of binary data*. 2nd ed. London, Chapman and Hall, 1989.

5. Green W.H. *Econometric Analysis.* 4th ed. New York, Macmillian Publishing Company, 2000.

6. Johan C.H. *Active portfolio management and portfolio construction – implementing an investment strategy*, 2012.

7. Lee Lung-Fei. Identifacation and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 4, pp. 977-996.

8. Markowitz H.M. Mean-variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Market. Oxford, N.Y., Blackwell, 1987.

9. Markowitz H.M. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

10. Markowitz H.M. *Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments*. Oxford, N.Y.: Blackwell, 1991.

11. Park J.Y., Phillips P.C.B. Nonstationary Binary Choice. *Econometrica*, 2000, vol. 68, no. 5, pp. 1249-1280.

12. Burenin A.N. *Upravlenie portfelem tsennyh bumag* [Securities portfolio management]. Moscow, NTO Vavilova S.I., 2008. (In Russ.)

13. Gibson R. *Formirovanie investitsionnogo portfelya: upravlenie finansovymi riskami* [Investment portfolio formation: financial risk management]. Moscow, Alypina Biznes Buks, 2008. (In Russ.)

14. Davnis V.V., Dobrina M.V. *Modeli dohadnosti aktivov I ih primenenie v modelyah portfelynogo investirovaniya [Models of asset returns and their application in models of portfolio investment]. Materialy 12 mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody»* [Proc. 12th Int. sci.-pract. conf. «Economic forecasting: Models and methods»]. Voronezh, 2016, pp. 197-200. (In Russ.)

15. Davnis V.V., Ziroyan M.A., Komarova E.V., Tinyakova V.I. *Prognoznoe obosnovanie investitcionnyh reshenii na finansovyh rynkah* [The Forecast substantiation of investment decisions in financial markets]. Moscow, 2015. (In Russ.)

16. Dobrina M.V. Funktsii poleznosti I ih primenenie v modelirovanii portfelnyh resheniy [Utility functions and their application to the portfolio decisions modeling]. *Sovremennaia ekonomika: problemy i resheniia*, 2017, no. 8 (92), pp. 64-76. (In Russ.)

17. Kazakov V.A., Tarasov A.V., Zubitskiy A.B. Nodeli formirovaniya portfelya aktsiy v sovremennoy teorii investivoraniya [Securities portfolio formation models in modern investment theory]. *Finansy I kredit*, 2006, no. 5 (209), pp. 17-20. (In Russ.)

18. Lukashin Y.P. Optimizatsiya struktury portfelya tsennyh bumag [Securities portfolio structure optimization]. *Ekonomika I matematicheskie metody*, 1995, t. 31, vyp. 1, pp. 138-150. (In Russ.)

19. Tinyakova V.I., Mokshina S.I. Prognozirovanie lingvisticheskih peremennyh s pomotschyyu modeley binarnogo vybora [Linguistic variables forecasting with the use of binary choice models]. *Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli I metody: Materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. 18-19 marta 2004.: v 2 ch.* / pod redaktsiey professor V.V. Davnisa. Voronezh, Voronezh. gos. un-t, 2004, ch. 2, pp. 296-301. (In Russ.)

20. Sharpe W., Alexander G., Bailey D. *Investitsionnyy menedzhment* [Investment management]. Moscow, INFRA-M, 2003. (In Russ.)