
ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ СРЕДЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Воищева Ольга Станиславовна, канд. экон. наук, доц.

Чекмарев Артем Витальевич, асп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: voishcheva@mail.ru

Цель: исследование возможности применения нелинейных регрессионных уравнений в задачах анализа среды функционирования. *Обсуждение:* традиционно аппаратом, применяемым при решении задач анализа среды функционирования, является линейное программирование. Оптимальность и многомерность получаемых результатов позволяют положительно оценивать такой подход. Однако положительность этой оценки нельзя считать абсолютной. Как правило, остается за рамками анализа среды функционирования вопрос, на который нет ответа в получаемых результатах. В этом вопросе содержится сомнение по поводу адекватности получаемых решений реальной среде функционирования. Если нет в этом уверенности, а ее, как правило, нет, то теряется смысл возможного практического использования получаемых результатов. *Результаты:* предложено для решения задачи анализа среды функционирования использовать степенную модель регрессионного анализа. Показано, что если в этой модели предусмотрено воспроизведение дискретного эффекта, то с ее помощью можно сформировать эффективную границу. Для сравнительного анализа текущего состояния анализируемого объекта с эффективной границей предложено использовать модель с дискретно-вероятностным эффектом.

Ключевые слова: анализ среды функционирования, степенная модель регрессионного анализа, модель с дискретно-вероятностным эффектом.

DOI: 10.17308/meps.2017.12/1831

1. Введение

Вопросы повышения эффективности производственно-хозяйственной деятельности предприятий всегда в обозримом прошлом были в центре исследований экономической науки. Особое место в этих исследованиях занимали подходы, основанные на математическом моделировании. Как правило, в рамках этих подходов оценивался уровень достигнутой эффективности исследуемого объекта, прогнозировался будущий уровень эффективности,

формировались рекомендации по ее повышению. Прорыв в практическом использовании математического моделирования был сделан в далеком 1939 году с помощью созданной Л.В. Канторовичем модели линейного программирования. Теоретические и практические результаты, связанные с разработкой этой модели и опытом практического использования, были высоко оценены. В 1975 г. «за вклад в теорию распределения ресурсов» Л.В. Канторовичу вместе с Купмансом была присуждена Нобелевская премия по экономике.

Возможность учитывать в моделях линейного программирования большое разнообразие требований и условий экономического характера способствовало развитию этого подхода к обоснованию эффективных решений. И все же применение этих моделей для решения практических задач следует признать ограниченным в силу того, что линейное программирование применимо только в тех случаях, когда моделируются процессы и системы, природа которых не противоречит гипотезе линейного представления реального мира. Эти ограничения в основном касаются только специфики решаемых задач. И если динамика современной экономики столь высока, что детерминированные решения, получаемые с помощью линейного программирования, не отражая реальность, теряют свою практическую ценность, то в задаче оценки сравнительной эффективности, решаемой в рамках развиваемой в настоящее время методологии АСФ (анализ среды функционирования), линейное программирование является незаменимым инструментом. В то же время вместе со всеми возможностями линейного программирования на методологию АСФ переносятся и все его недостатки. Самый главный недостаток, по нашему мнению, заключается не в линейности, а в том, что нет критериев, позволяющих оценить адекватность построенной модели. В силу этого не всегда обеспечивается корректность выводов относительно исследуемого объекта.

2. Производственная функция и анализ среды функционирования

Корни идей, на которых построена методология АСФ, без труда обнаруживаются в теории производственной функции. Прежде всего, следует отметить, что под производственной функцией понимается функция, графиком которой является эффективная граница, в том смысле, что это самый высокий уровень объемов производства. Естественно, являясь обобщением производственной функции, АСФ расширяет понятия, используемые при описании производственной функции, адаптируя их к современному пониманию производственно-хозяйственной деятельности. Например, при описании производственной функции вводится понятие «производственная область», под которой понимается совокупность объемов производства Y и факторов X , без которых производство невозможно. Причем, как правило, при рассмотрении классического определения производственной функции исследуется связь объемов производства только с двумя факторами: капи-

талом и трудом. Определяемая же в АСФ «среда функционирования» представляет собой расширенное описание производственной области, в котором не только факторы производственного характера.

Кроме того, значительно расширяется перечень показателей, характеризующих результаты деятельности исследуемых объектов. Все переменные в рамках АСФ делятся на те, с помощью которых описываются входные данные в исследуемую систему, и те, которые описывают выходные данные системы. Фактически множество эффективных точек в этой ситуации представляет собой поверхность, а не график на плоскости, как это имеет место в случае производственной функции.

Производственная функция является удобным инструментом для анализа и проведения различного рода расчетов, предусматривающих получение прогнозной оценки ожидаемого выпуска и его отклонения от эффективного выпуска, определение нормы замены одного фактора другим, оценку эластичности выпуска по любому из факторов модели. Но возможности такого анализа ограничены скалярным случаем. Кроме того, не описан способ, обеспечивающий формирование множества, состоящего из эффективных точек, и поэтому нет обоснованного ответа на вопрос о том, каким образом можно достичь эффективной границы. А это, пожалуй, самый важный вопрос, ответ на который хотелось бы получить с помощью построенной модели.

В АСФ ряд обозначенных проблем решается. Во-первых, результаты экономической деятельности описываются вектором, а не скалярной величиной. Это расширяет возможности анализа производственной деятельности, делая его многосторонним и ориентированным на применение другого аппарата моделирования, отличного от аппарата производственной функции. Расширенные возможности анализа при условии, что эффективная граница известна, позволяют получить ответ на вопрос о том, что нужно делать, какие ресурсы использовать, чтобы текущее состояние приблизилось к эффективному множеству целевых критериев. Формально почти все обозначенные выше проблемы решаются в рамках АСФ, но есть вопросы к самой методологии АСФ.

Понятно, что правомерность применения АСФ, основанной на линейном программировании, распространяется только на объекты и процессы, функционирование которых объясняется в рамках линейной гипотезы. Но даже в этом случае, и об этом говорилось выше, построенная модель может неадекватно воспроизводить функционирование моделируемого объекта. Следовательно, и рекомендации, которые вытекают из анализа среды функционирования, могут оказаться неточными или даже ошибочными. К сожалению, вопрос адекватности моделей, используемых в АСФ, не имеет однозначного решения.

Кроме того, вопрос построения эффективной границы в АСФ так же как и построение эффективной границы для производственной функции остается до конца не решенным. Более сложное устройство эффективной

границы в АСФ привело к введению понятий «естественная» и «искусственная» эталонная эффективная граница. При построении естественной границы используются данные о реальных эталонных объектах, а для построения искусственной границы привлекаются эксперты. Для обоих случаев разработаны методы построения границ из эталонных объектов, что решает проблему алгоритмической реализуемости этих подходов, но без рассмотрения вопросов, связанных с оценкой адекватности построенной модели. Это повторно сделанное замечание ориентирует на исследование среды функционирования с помощью эконометрического подхода.

3. Производственная функция с дискретным эффектом

Поставленный вопрос об адекватности модели, которая используется в качестве производственной функции, по нашему мнению, следует решать в рамках эконометрического моделирования. Модель производственной функции, даже в том случае, когда она строится на основе фактических данных как регрессионное уравнение, должна обладать всеми свойствами, предписываемыми гипотетической производственной функции. В качестве образца, на основе которого можно строить производственную функцию с дискретным эффектом, следует взять функцию Кобба-Дугласа.

$$Y = \alpha_0 x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}, \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (1)$$

Коэффициенты функции Кобба-Дугласа можно оценить с помощью метода наименьших квадратов (МНК) по выборочным наблюдениям. Но в этом случае функцию Кобба-Дугласа нельзя считать производственной функцией, так как ее график не будет образован эффективными точками. В то же время все остальные свойства производственной функции у нее остаются неизменными. Поэтому, естественно, для разработки эконометрического аппарата анализа среды функционирования использовать степенную функцию, частным вариантом которой является функция Кобба-Дугласа.

Главный вопрос, который, прежде всего, требует своего решения при разработке эконометрического подхода к анализу среды функционирования, это вопрос построения такой эконометрической модели, графическое представление которой есть множество эффективных точек. Только в этом случае мы можем считать оцененную эконометрическую модель производственной функцией. В то же время известно, что оцененная регрессионная модель – это зависимость в среднем и, следовательно, ее график не может быть множеством эффективных точек. Подсказку по поводу того, как необходимо изменить регрессионную модель, чтобы она превратилась в производственную функцию с нужными свойствами, можно найти в статье [6], в которой предлагается строить множество «слоев эффективности».

Понятно, что один слой эффективности от другого отличается уровнем эффективности. Реализацию механизма, воспроизводящего отличные друг от друга, но идентичные по форме, слои эффективности, можно осуществить введением дискретной переменной в регрессионную модель, характеризующую зависимость объемов производства от факторов производства.

Чаще всего для моделирования производственной функции используется степенная зависимость объема производства Y от факторов x_1, x_2, K, x_m которая обладает свойствами производственной функции и которая записывается в виде:

$$y = b_0 x_1^{b_1} x_2^{b_2} L x_m^{b_m} e^\varepsilon. \quad (2)$$

Функция нелинейная, поэтому для оценивания ее параметров с помощью метода наименьших квадратов выражение (2) необходимо превратить в линейное путем логарифмирования

$$\ln y = \ln b_0 + b_1 \ln x_1 + b_2 \ln x_2 + L + b_m \ln x_m + \varepsilon. \quad (3)$$

Операцию по выделению слоев эффективности можно проводить путем введения дискретного члена в линейную модель, в качестве которой в нашем случае будем использовать логарифмическое представление степенной зависимости. Введение дискретного члена должно все множество наблюдений разделить на те, эффективность которых выше средней эффективности всей исследуемой совокупности и те, эффективность которых ниже средней.

Для введения дискретного члена необходимо сформировать искусственный фактор со значениями, определяемыми в соответствии с выражением

$$z_i = \begin{cases} +1, & \ln y_i - \ln \hat{y}_i \geq 0 \\ -1, & \ln y_i - \ln \hat{y}_i < 0, \end{cases} \quad (4)$$

которое обеспечивает присвоение 1 наблюдениям с уровнем эффективности выше условного среднего и -1 наблюдениям с уровнем эффективности ниже условного среднего. После введения дискретного члена логарифмическое представление степенной модели имеет вид:

$$\ln y = \ln b_0 + b_1 \ln x_1 + b_2 \ln x_2 + L + b_m \ln x_m + dz + \varepsilon, \quad (5)$$

где d дополнительно введенный коэффициент, с помощью которого можно регулировать уровень отклонения от средней эффективности.

За величину d можно принять среднюю величину положительных отклонений расчетных значений от фактических. После потенцирования получается производственная функция

$$y = \hat{b}_0 x_1^{\hat{b}_1} x_2^{\hat{b}_2} \dots x_m^{\hat{b}_m} e^{dz}, \quad (6)$$

воспроизводящая два слоя эффективности, один из которых выше средней эффективности, а второй – ниже.

4. Производственная функция с дискретно-вероятностным эффектом

Идея построения производственной функции с дискретным эффектом позволяет построить границы, описывающие производственную деятельность с высокой эффективностью и с низкой эффективностью. Граница высокой эффективности, как нетрудно понять, получается при $z = 1$, с низкой эффективностью – при $z = -1$. Причем в отличие от АСФ полученная с помощью данной модели граница эффективности может регулироваться путем

соответствующего подбора введенного в модель коэффициента d . Особый интерес для анализа среды функционирования представляет, естественно, граница высокой эффективности. Хотелось бы получить оценку того, как далеко текущее экономическое состояние анализируемого объекта находится от эффективного состояния, какие факторы обеспечивают оптимальное достижение эффективной границы, каким образом можно минимизировать необходимые для достижения эффективной границы затраты. Но решение этих задач очевидным образом требует предварительного решения вопроса об идентификации эффективной границы.

Для решения этого вопроса, несмотря на кажущееся отсутствие логики, будем предполагать, что переменная Z является случайной величиной. Из этого предположения следует, что в каждый момент времени, действительно, граница принимает случайное состояние, но в среднем она, как нетрудно понять, идентифицируется математическим ожиданием этой переменной. Поэтому, прежде всего, для решения этой задачи необходимо построить условное вероятностное распределение, с помощью которого можно будет определить математическое ожидание эффективной границы. Удобным инструментом для этого, по нашему мнению, является регрессионная модель бинарного выбора.

Модели бинарного выбора могут строиться в предположении, что моделируемый процесс имеет нормальное или логистическое распределение. Для практических расчетов более удобной является логистическая модель. В общем случае логистическая модель бинарного выбора может быть записана следующим образом

$$P(y = 1 / u) = \frac{1}{1 + e^{c_0 + c_1 u}} \quad (7)$$

Возникает вопрос о содержательном смысле переменной, от которой зависит вероятность соответствующего уровня эффективной границы производственной функции. Это непростой вопрос. Поиски ответа на этот вопрос ориентируют на рассмотрение различного рода предположений, в том числе и на точку зрения, в соответствии с которой есть внутренние факторы и внешние. Аргументов, которые опровергали бы эту точку зрения, нет. Не обсуждая всевозможные варианты решения этой проблемы, будем ориентироваться на точку зрения, оригинальность которой заключается в том, что вероятность соответствующего уровня эффективной границы среды функционирования зависит от состояния самой среды функционирования. С формальной точки зрения противоречия в таком подходе отсутствуют. Одна и та же переменная может присутствовать в модели одновременно и в линейном и в нелинейном виде. Простейшим примером, подтверждающим эту непротиворечивость, является квадратичная зависимость, в которую фактор x включается и в первой и во второй степени.

Математическое ожидание логарифмического представления производственной функции с дискретно-вероятностным эффектом записывается следующим образом:

$$\ln y = \ln \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \ln x_1 + \hat{b}_2 \ln x_2 + \dots + \hat{b}_m \ln x_m + d[2P - 1], \quad (8)$$

где значение вероятности P определяется в соответствии с выражением (7), в котором в качестве фактора u используется первая главная компонента.

В принципе модель бинарного выбора может быть как однофакторной, так и многофакторной. Использование главной компоненты позволяет многофакторность среды функционирования сконцентрировать в единственном факторе, в котором наблюдается синергетический эффект. Это позволяет расширить возможности эконометрического анализа среды функционирования.

5. Эконометрический анализ среды функционирования

Математическое ожидание постулируемой модели (6) в случае, когда в ней учитывается дискретно-вероятностный эффект, после оценивания коэффициентов записывается следующим образом

$$y = \hat{b}_0 x_1^{\hat{b}_1} x_2^{\hat{b}_2} \dots x_m^{\hat{b}_m} e^{\hat{d}(2P-1)}, \quad (9)$$

где значение вероятности

$$P = P(z = 1 / u) = \frac{1}{1 + \exp(c_0 + c_1 u)} \quad (10)$$

определяется через главную компоненту

$$u = Y_1 X_1 + Y_2 X_2 + \dots + Y_m X_m. \quad (11)$$

Из (9) следует, что эффективная граница может достигаться при $P = 1$, т.е. в том случае, когда дискретно-вероятностный эффект равен максимально возможной величине. А эта максимально возможная величина в соответствии с принципами, заложенными в построение модели, зависит от общего состояния среды функционирования. Важным результатом эконометрического анализа среды функционирования является ранжирование факторов по степени их воздействия на изменение среды функционирования в направлении ее оптимального состояния, понимая под оптимальным состоянием такое состояние, при котором достигается эффективная граница. Получение этого результата основано на проведении предельного анализа. Известно, что коэффициенты степенной модели (6) представляют собой эластичности соответствующих факторов. Этот результат из-за составляющей дискретно-вероятностного эффекта не переносится на модель (9). Необходимо провести предельный анализ факторов этой модели.

Из определения эластичности как отношения относительных величин получаем

$$E_{yx} = \frac{\Delta y}{y} / \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{x}{y} \xrightarrow{\Delta x \rightarrow 0} \frac{dy}{dx} \frac{x}{y}. \quad (12)$$

Используя это выражение, проведем расчет эластичности j -го фактора, включенного в совокупность факторов, описывающих среду функционирования. Несложные преобразования позволяют получить следующее выражение для эластичности

$$E_{yx_j} = b_j [2dP(1 - P)c_1 y_j]. \quad (13)$$

В квадратных скобках стоит множитель, пропорционально которому

корректируется эластичность производственной функции. Этот множитель получен из дискретно-вероятностной составляющей функции, используемой для описания эффективной границы. Величина этого множителя не нормирована, но ограничена сверху. Максимально возможное значение эластичности j -го фактора

$$E_{yx_j} = b_j \left[\frac{1}{2} dc_1 y_j \right] \quad (14)$$

имеет место в случае, когда вероятность того, что эффективная граница выше средней границы равна 0,5. Это интересный факт, свидетельствующий о том, что цена вклада фактора в достижение эффективной границы зависит от расстояния до эффективной границы. Чем больше это расстояние, тем выше цена.

6. Заключение

Подводя итог предложенному подходу, отметим, что использование принципов эконометрического моделирования в задачах анализа среды функционирования следует признать полезным и способствующим развитию теории и практики данного направления анализа. Прежде всего, это касается вопроса, связанного с адекватностью используемых для анализа моделей. В эконометрике это вопрос, который обязательно рассматривается при построении каждой модели. В отличие от эконометрики в практике анализа среды функционирования этот вопрос не ставится.

Нужно также отметить еще одну возможность, которая появляется при использовании эконометрических моделей. Эта возможность касается анализа ожидаемого состояния среды функционирования, которое может быть сформировано в рамках эконометрического подхода. По понятным причинам результаты такого анализа весьма интересны менеджменту. Но для его реализации необходимо развитие самого аппарата эконометрического моделирования.

Список источников

1. Давнис В.В., Коротких В.В. Адаптивное трендовое разложение финансовых временных рядов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2014, no. 10, с. 8-24.
2. Давнис В.В., Тинякова В.И. Прогноз и адекватный образ будущего // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Экономика и управление*, 2005, no. 2, с. 183-190.
3. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2006.
4. Кривоножко В.Е., Пропой А.И., Сеньков Р.В., Родченков И.В., Анохин П.М. Анализ эффективности функционирования сложных систем // *Автоматизация проектирования*, 1999, no. 1. с. 2-7.
5. Кривоножко В.Е., Лычев А.В. *Анализ деятельности сложных социально-экономических систем*. Москва, Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. Ломоносова; МАКС Пресс, 2010.
6. Моргунова О.Н. Экспертные методы формирования искусственных границ эффективности // *Научное обозрение*, 2006, no. 5, с. 61-65.
7. Моргунов Е.П., Моргунова О.Н. Многомерная классификация сложных объектов на основе оценки их эффективности // *Вестник НИИ СУВПТ: сб. науч. тр. / под общ. ред. проф. Н.В. Василенко*. Красноярск, 2003, вып. 14, с. 222-240.
8. Шишкина Л.А., Сумина Р.С., Алейникова Н.А. Математическая модель ран-

жирования объектов с использованием нечетких переменных // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2014, no. 11, с. 7-14.

9. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. Measuring the Efficiency of Decision Making // *European Journal of Operational Research*, 1978, vol. 2, pp. 429-444.

10. Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA-Solver Software*. Boston, Kluwer Academic Publishers, 2000.

11. Sowlati T., Paradi J.C. Establishing the «Practical Frontier» in Data Envelopment Analysis // *International DEA Symposium «Efficiency and Productivity Analysis in the 21st Century»*, 24–26 June 2002 (Moscow, Russia): Abstracts / Institute for Systems Analysis of Russian Academy of Sciences; Global S. Consulting Company. Moscow, International Research Institute of Management Sciences, 2002, pp. 32-33.

12. Sowlati T., Paradi J.C. Establishing the «practical frontier» in data envelopment analysis // *Omega*, 2004, vol. 32, pp. 261-272.

ECONOMETRIC APPROACH TO ANALYSIS OF THE FUNCTIONING ENVIRONMENT

Voishcheva Olga Stanislavovna, Cand. Sc. (Econ.), Assoc. Prof.

Chekmarev Artem Vitalievich, graduate student

Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: voishcheva@mail.ru

Purpose: the authors research the possibility of nonlinear regression equations use in the analysis problems of the functioning environment.

Discussion: the linear programming is the apparatus for solve problems of functioning environment analysis traditionally. The optimality and multidimensionality of the results allow for a positive assessment of this approach. However, the positivity of this assessment is not absolute. Herewith the authors doubt about the adequacy of the solutions to the actual environment of operation. The writers do not see the sense of results practical use in this case. *Results:* the authors proposed to use the power model of regression analysis to solve the analysis problem of the functioning environment. Likewise the authors provided for the reproduction of a discrete effect and formed the effective boundary with a help of this model. Eventually the authors proposed to use the model with discrete-probabilistic effect for comparative analysis of the current state for the analyzed object with the effective boundary.

Keywords: functioning environment analysis, the power model of regression analysis, the model with a discrete-stochastic effect.

References

1. Davnis V.V., Korotkih V.V. Adaptivnoe trendovoe razlozhenie finansovykh vremennykh ryadov. *Modern Economics: Problems and Solutions*, 2014, no. 10, pp. 8-24. (In Russ.)
2. Davnis V.V., Tinyakova V.I. Prognoz i adekvatnyj obraz budushchego. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika i upravlenie*, 2005, no. 2, pp. 183-190. (In Russ.)
3. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Adaptivnye modeli: analiz i prognoz v ehkonomicheskikh sistemah*. Voronezh, Voronezhskij gosudarstvennyj universitet, 2006. (In Russ.)
4. Krivonozhko V.E., Propoi A.I., Senykov R.V., Rodchenkov I.V., Anokhin P.M. Analiz effektivnosti funkcionirovaniya slozhnykh system [Functioning efficiency analysis of complex systems] // *Design automation*, 1999, no. 1, pp. 2-7. (In Russ.)
5. Krivonozhko V.E., Lychev A.V. *Analiz deyatelnosti slozhnykh sotsialno-ekonomicheskikh system* [The activity analysis of complex socio-economic systems]. Moscow, Publishing Department of the faculty of computational mathematics and Cybernetics, Moscow state University. Lomonosov; MAKS Press, 2010. (In Russ.)
6. Morgunova O.N. Ekspertnye metody formirovaniya iskusstvennykh granishch effektivnosti [Formation expert methods of artificial efficiency boundaries]. *Scientific review*, 2006, no. 5, pp. 61-65. (In Russ.)
7. Morgunov E.P., Morgunova O.N. Mnogomernaya klassifikatschiya slozhnykh obyektov na osnove oshchenki ih effektivnosti [Multi-dimensional classification of complex objects based on evaluation

of their effectiveness]. Vestnik NII SUVPT / Pod obshch.red. prof. N.V. Vasilenko. Krasnoyarsk, 2003, vol. 14, pp. 222-240. (In Russ.)

8. Shishkina L.A., Sumina R.S., Aleynikova N.A. Matematicheskaya modely ranzhirovaniya obyektov s ispolzovaniem nechetkih peremennyh [Mathematical model for ranking objects using fuzzy variables]. *Modern economy: problems and solutions*, 2014, no. 11, pp. 7-14. (In Russ.)

9. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. Measuring the Efficiency of Decision Making. *European Journal of Operational Research*, 1978, vol. 2, pp. 429-444.

10. Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K.

Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA-Solver Software. Boston, Kluwer Academic Publishers, 2000.

11. Sowlati T., Paradi J.C. Establishing the «Practical Frontier» in Data Envelopment Analysis. *International DEA Symposium «Efficiency and Productivity Analysis in the 21st Century»*, 24–26 June 2002 (Moscow, Russia): Abstracts / Institute for Systems Analysis of Russian Academy of Sciences; Global S. Consulting Company. Moscow, International Research Institute of Management Sciences, 2002, pp. 32-33.

12. Sowlati T., Paradi J.C. Establishing the «practical frontier» in data envelopment analysis. *Omega*, 2004, vol. 32, pp. 261-272.