математические методы в экономике

УДК 330

ПРИМЕНЕНИЕ ПОРТФЕЛЯ МАРКОВИЦА В ТЕХНИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ФИНАНСОВОГО РЫНКА В УСЛОВИЯХ ФРАКТАЛЬНОЙ ГИПОТЕЗЫ

Косарева Екатерина Александровна, преп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: 79507673376@yandex.ru

Цель: показать, что инвестиционный портфель как инструмент фундаментального анализа может быть эффективно использован в техническом анализе в условиях гипотезы фрактального рынка на примере портфеля Марковица. Обсуждение: инвестиционный портфель представляет собой инструмент фундаментального анализа. Однако развитие теории финансовых рынков, появление и становление гипотезы фрактального рынка поставило новую задачу - интеграция инструментов фундаментального и технического анализа. В условиях фрактальной гипотезы цена одного актива в разных инвестиционных горизонтах может быть рассмотрена как совокупность активов. Поэтому инвестиционный портфель может быть рассмотрен теперь не как совокупность разных активов, а как инвестиция в один актив на разных инвестиционных горизонтах. Автором было показано, что подобная интеграция возможна не только теоретически, но и доказана на практике. Результаты: статья содержит расчеты, доказывающие, что портфель Марковица может быть использован в техническом анализе в условиях фрактальной гипотезы.

Ключевые слова: технический анализ, фундаментальный анализ, гипотеза фрактального рынка, портфель Марковица.

DOI:

Введение

Современный финансовый рынок является важной составляющей экономики в целом. Он может быть использован как индикатор состояния экономики, поскольку аккумулирует в себе целую группу показателей: валютный рынок, рынок инвестиций, фондовый рынок, кредитный рынок, страховой рынок.

Очевидно, что, обладая сложной и неоднородной структурой, рынок может быть рассмотрен с разных сторон: с точки зрения фундаментального

анализа, когда предметом исследования становятся долгосрочные закономерности, явления и влияния и с точки зрения анализа технического, когда рынок рассматривается «изнутри», изучаются его внутренние движения, закономерности поведения и структуры.

Фундаментальный анализ финансовых рынков первоначально оценивает состояние экономики в целом, изучает колебания спроса и предложения, которые влияют на колебания цены финансового инструмента.

Одним из основных инструментов фундаментального анализа являются инвестиционные портфели.

Очевидно, что портфель будет являться инструментом фундаментального анализа, поскольку при его построении классическая теория инвестирования предполагает, что решение о выборе объекта инвестирования будет приниматься, исходя из оценки показателей, которые зачастую относятся именно к фундаментальному анализу.

Технический анализ позволяет анализировать финансовые инструменты в условиях отсутствия данных о бухгалтерской отчетности. Он появился раньше фундаментального анализа, в ходе анализа вся информация о рынке получается из анализа самого рынка, и это позволяет инвестору принимать верное решение. Традиционный технический анализ состоит из изучения повторяющихся фигур и паттернов поведения на графиках цен, на основе которых можно получить предположение о последующей динамике движения цены финансового инструмента. Технический анализ основывается на информации о совершенных на рынке сделках, то есть отражает информацию об оценке компании инвесторами на данных момент времени.

Зачастую технический и фундаментальный анализ рассматриваются отдельно друг от друга. Однако эти методы взаимосвязаны и могут хорошо дополнять друг друга. Если фундаментальный анализ в большей степени сосредоточен на движении рынка под влиянием значимых внешних факторов, то технический анализ отражает способности и желания участников рынка, спрос и предложение, которые в динамике определяют курс той или иной ценной бумаги.

Технический анализ, в отличие от анализа фундаментального, способен прогнозировать поведение финансового инструмента на краткосрочный период времени, но не имеет возможность предсказывать, что произойдет с финансовым инструментом в долгосрочной перспективе. Исходя из этого, технический анализ наиболее активно используется инвесторами, работающими на краткосрочном или среднесрочном периоде.

И технический, и фундаментальный анализ обладают своими достоинствами, поэтому возможность использования инструментов фундаментального анализа в техническом анализе позволит повысить качество прогноза на финансовом рынке, что, в свою очередь, даст инвестору возможность более эффективно распределять имеющиеся у него финансовые ресурсы и получать большую прибыль или существенно снизить риск инвестирования.

Основная часть

Согласно модели Γ . Марковица, в период времени t инвестор формирует портфель w следующего вида:

$$wmW = \left\{ w = \left(w_1, w_2, \dots w_n \right) : \sum_{i=1}^n w_i = 1 \right\},$$
 (1) где w_i — доля капитала инвестора, вложенная в актив A_i . Множество W

где w_i — доля капитала инвестора, вложенная в актив A_i . Множество W представляет собой всю совокупность портфелей, которые могут быть сформированы из п активов, или множество достижимых портфелей. Согласно подходу Г. Марковица, любой портфель из достижимого множества можно описать с помощью математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание портфеля имеет вид:

$$m_{w} = M\left(\sum_{i=1}^{n} w_{i} r_{i}\right) = \sum_{i=1}^{n} w_{i} M(r_{i}) = \sum_{i=1}^{n} w_{i} m_{i},$$
 (2)

Так же математическое ожидание портфеля может трактоваться как средняя ожидаемая доходность портфеля.

Соответственно, дисперсия портфеля может быть описана как:

$$\sigma_{w}^{2} = D\left(\sum_{i=1}^{n} w_{i} r_{i}\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_{i} w_{j} \sigma_{ij},$$
(3)

Воспользуемся матричной формой для записи полученных выражений:

$$m_{w} = w'm_{,} \tag{4}$$

$$\sigma_{\cdot \cdot \cdot}^2 = w' \sum w, \tag{5}$$

где w, m –векторы с соответствующими компонентами; Σ – ковариационная матрица доходностей, элементы которой определяются в соответствии с дисперсией портфеля (7).

Модель Г. Марковица подразумевает поиск такого портфеля, который минимизировал риск инвестора и давал ожидаемую инвестором доходность.

Гипотеза фрактального рынка подразумевает существование инвесторов с различными инвестиционными горизонтами. Это в свою очередь означает, что они по-разному будут трактовать поступающую информацию, нести различный риск и получать различную доходность. В связи с этим можно высказать предположение о том, что один и тот же финансовый инструмент А может рассматриваться как совокупность инструментов $\left\{A_1,A_2,\ldots A_n\right\}$, где A_1 — стоимость финансового инструмента на 1-м инвестиционном горизонте.

Использование портфеля Марковица в условиях гипотезы фрактального рынка может быть только в том случае, если результаты, показываемые инвестиционным портфелем на фрактальном рынке, будут более стабильными, чем результаты одного актива.

Рассмотрим пару активов A и B, которые в условиях гипотезы фрактального рынка можно представить как группу активов в соответствии с инвестиционными горизонтами $\left\{A_{1\, {\scriptscriptstyle MUH}},A_{10\, {\scriptscriptstyle MUH}},A_{30\, {\scriptscriptstyle MUH}}\right\}$ и $\left\{B_{1\, {\scriptscriptstyle MUH}},B_{10\, {\scriptscriptstyle MUH}},B_{30\, {\scriptscriptstyle MUH}}\right\}$. Докажем, что портфель, состоящий из пары активов

 $\{A_i, B_j\}$, $i, jm\{1$ мин, 10 мин, 30 мин $\}$ показывает более стабильные результаты, нежели один актив из пары.

Для того чтобы полученный результат был более достоверен, будем использовать как портфель Марковица, так и портфель Шарпа. Так же для повышения достоверности результатов в портфель будем включать не только акции первого эшелона, но и акции второго эшелона, причем выбранные акции будут относиться к разным отраслям деятельности. Для примера в портфели будут входить акции ПАО «Газпром», ПАО «Лукойл», ОАО «НЛМК», АО «Магнит».

Рассмотрим доходности и риски портфелей, состоящие из пары активов $\left\{A_i,A_j\right\}, i\neq j$ для акций первого и второго эшелонов разных отраслей деятельности. Результаты расчетов приведены в таблицы.

Таблица Результаты построения портфеля Марковица для акций первого и второго эшелонов в условиях гипотезы фрактального рынка

	-	,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	1	1		
Актив	Доходность	Риск	Ожидаемая до- ходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля		
1 лот оа ПА	.O «Газпром», t=1 м	ин. ($a_{_{\! 1}}$) , 1 лот оа	ПАО «Газпром», t=	10 мин. (a ₂)		
$a_{_1}$	0,0582%	0,6611%	- 0,0656%	0,329%		
a_2	0,07294%	0,49356%				
1 лот оа ПА	.O «Газпром», t=1 м	ин. (a ₁) , 1 лот оа	ПАО «Газпром», t=	30 мин. (<i>a</i> ₂)		
$a_{_1}$	0,0582%	0,6611%	- 0,0634%	0,043%		
a_2	0,06796%	0,52812%				
1 лот оа ПА	O «Газпром», t=10 м	ин. (a ₁) , 1 лот оа	а ПАО «Газпром», t=	=30 мин. (a ₂)		
$a_{_1}$	0,07294%	0,49356%	- 0,0704%	0,045%		
a_2	0,06796%	0,52812%				
1 лот оа ПАО «Лукойл», t=1 мин. ($oldsymbol{a}_1$), 1 лот оа ПАО «Лукойл», t=10 мин. ($oldsymbol{a}_2$)						
$a_{_1}$	0,0033%	0,0449%	- 0,0041%	0,029%		
a_2	0,00483%	0,02720%				
1 лот оа П	AO «Лукойл», t=1 м	ин. (a ₁) , 1 лот оа	ПАО «Лукойл», t=3	30 мин. (a ₂)		
$a_{_1}$	0,0033%	0,0449%	- 0,0031%	0,024%		
a_2	0,00292%	0,01881%				

Окончание табл.

Актив	Доходность	Риск	Ожидаемая до- ходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля			
1 оа ПА	О «Лукойл», t=10 м	ин. (a ₁) , 1 оа ПАС) «Лукойл», t=30 м	ин. (a ₂)			
$a_{_1}$	0,00483%	0,02720%	- 0,0039%	0,016%			
a_2	0,00292%	0,01881%					
1 оа АО «Магнит», t=1 мин. ($oldsymbol{a}_1$) , 1 оа АО «Магнит», t=10 мин. ($oldsymbol{a}_2$)							
a_1	0,0132%	1,0084%	- 0,0118%	0,505%			
a_2	0,01036%	0,10559%					
1 оа АО «Магнит», t=1 мин. ($oldsymbol{a}_{1}$) , 1 оа АО «Магнит», t=30 мин. ($oldsymbol{a}_{2}$)							
$a_{_1}$	0,0132%	1,0084%	0,0095%	0,503%			
a ₂	0,00578%	0,05461%					
1 oa A	1 оа АО «Магнит», t=10 мин. ($oldsymbol{a}_1$), 1 оа АО «Магнит», t=30 мин. ($oldsymbol{a}_2$)						
$a_{\scriptscriptstyle 1}$	0,01036%	0,10559%	0,0081%	0,063%			
a_2	0,00578%	0,05461%					
1 лот оа С)AO «НЛМК», t=1 м	ин. (a ₁) , 1 лот оа (ОАО «НЛМК», t=10	мин. (а2)			
a_1	0,0313%	0,6971%	- 0,0368%	0,352%			
a_2	0,04225%	0,56265%					
1 лот оа С)AO «НЛМК», t=1 м	ин. ($\pmb{a}_{\!_1} \pmb{)}$, 1 лот оа (ОАО «НЛМК», t=30	мин. (a_2)			
$a_{_1}$	0,0313%	0,6971%	0,0286%	0,042%			
a ₂	0,02955%	0,51295%					
1 лот оа ОАО «НЛМК», t=10 мин. ($oldsymbol{a}_1$), 1 лот оа ОАО «НЛМК», t=30 мин. ($oldsymbol{a}_2$)							
$a_{_1}$	0,04225%	0,56265%	0,0359%	0,041%			
a ₂	0,02955%	0,51295%					

Полученные результаты позволяют увидеть, что построение портфеля из одного актива, рассматриваемого на разных инвестиционных горизонтах, позволяет в большинстве случаев получать риск портфеля ниже

минимального риска актива, входящего в портфель. Доходность же формируемого портфеля будет выше средней доходности активов портфеля. Это позволяет сделать вывод о том, что гипотеза фрактального рынка, которая позволяет рассматривать один актив на разных инвестиционных горизонтах как отдельные активы, состоятельна и доказана с точки зрения подхода Марковица при учете, что сумма вкладываемых в портфель средств делится в равных долях (0,5:0,5).

Выводы

Технический и фундаментальный анализ позволяют оценить финансовый рынок с разных сторон. Каждый вид анализа имеет свои преимущества, и применение методов фундаментального анализа в анализе техническом позволяет существенно повысить качество получаемого портфеля.

Объединение предложенного подхода с концепцией фрактального рынка в свою очередь позволяет диверсифицировать финансы в рамках разных инвестиционных горизонтов одного актива. Это дает возможность более детально и глубоко провести анализ компании, в акции которой планируется инвестирование. При этом результаты расчетов показали, что портфель, формируемый согласно описанной концепции, позволяет получить доходность, превышающую доходность одного актива из пары, или существенно снизить риск инвестирования.

Список источников

- 1. Давнис В.В. *Прогнозное обоснование инвестиционных решений на финансовых рынках*: монография. Москва, РУСАЙНС, 2015.
- 2. Лукашин Ю.П. *Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования*. Москва, Статистика, 1979.
- 3. Adaptive parameter estimations of Markowitz model for portfolio optimization // Mathematical Methods in Economics, 2016, pp. 635-640.
- 4. Dixit A., Pindyck R. *Investment under Uncertainty*. Princeton,: Princeton University Press, 1994.
- 5. Does Fundamental and Technical Analysis Reduce Investment Risk for Growth Stock? An Analysis of Taiwan Stock Market , Yun-Chin Wang, *Jean Yu & Shiow-Ying Wen International Business Research*; Vol. 7, no. 11; 2014, pp. 24-34.
- 6. F. Colomine Duran, C. Cotta, and A.J. Fernandez. Evolutionary optimization for multiobjective portfolio selection under Markowitz's model with application to the Caracas Stock Exchange, in Nature Inspired Algorithms for Optimisation, ed., R. Chiong, volume 193 of Studies in

- Computational Intelligence, Springer-Verlag, 2008, pp. 489-509.
- 7. Hal Varian. A portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe // *The journal of Economic perspectives*, iss. 7, vol. 1, 1993.
- 8. Ingersoll J., Ross S. Waiting to Invest: Investment and Uncertainty // Journal of Bussiness, no. 65, 1992.
- 9. Markowitz H.M. *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments.* New York, John Wiley and Sons, Inc., 1959.
- 10. Markowitz H.M. Portfolio Selection // *Journal of Finance*, vol. 7, no. 1, 1952, pp. 77-91.
- 11. Markowitz H.M. The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 3, 1956.
- 12. Ross S. Uses, Abuses and Alternatives to the Net Present-Value Rule // Financial Management, no.3, 1995.
- 13. The combination of fundamental and technical analysis in portfolio optimization. Regional Review // Regionalais Zinojums, 2016, Iss. 12, pp. 66-81.

APPLICATION OF MARKOVITS PORTFOLIO IN THE TECHNICAL ANALYSIS OF THE FINANCIAL MARKET IN THE CONDITIONS OF FRACTAL HYPOTHESIS

Kosareva Ekaterina Aleksandrovna, Assist. Prof.

Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: 79507673376@yandex.ru

Purpose: to show that the investment portfolio as a tool of fundamental analysis can be effectively used in technical analysis under the conditions of the fractal market hypothesis on the example of the Markowitz portfolio. *Discussion*: the investment portfolio is a fundamental analysis tool. However, the development of the theory of financial markets, the emergence and establishment of the hypothesis of a fractal market set a new task – the integration of instruments of fundamental and technical analysis. Under the conditions of the fractal hypothesis, the price of one asset in different investment horizons can be considered as a set of assets. Therefore, the investment portfolio can now be viewed not as an aggregate of different assets, but as an investment in one asset on different investment horizons. The author has shown that such integration is possible not only theoretically, but also proved in practice. *Results*: the article contains calculations that prove that the Markowitz portfolio can be used in a technical analysis under the conditions of a fractal hypothesis.

Keywords: technical analysis, fundamental analysis, fractal market hypothesis, Markowitz portfolio.

References

- 1. Dixit A., Pindyck R. *Investment under Uncertainty.* Princeton, Princeton University Press, 1994.
- 2. Ingersoll J., Ross S. Waiting to Invest: Investment and Uncertainty. *Journal of Bussiness*, 1992, no. 65.
- 3. Ross S. Uses, Abuses and Alternatives to the Net- Present-Value Rule. *Financial Management*, 1995, no. 3.
- 4. Adaptive parameter estimations of Markowitz model for portfolio optimization. *Mathematical Methods in Economics*, 2016, pp. 635-640
- 5. The combination of fundamental and technical analysis in portfolio optimization. Regional Review. *Regionalais Zinojums*, 2016, Issue 12, pp. 66-81.

- 6. Does Fundamental and Technical Analysis Reduce Investment Risk for Growth Stock? An Analysis of Taiwan Stock Market, Yun-Chin Wang, Jean Yu & Shiow-Ying Wen International Business Research, vol. 7, no. 11, 2014, pp. 24-34.
- 7. Markowitz H.M. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.
- 8. Colomine Duran F., Cotta C. and Fernandez A.J. Evolutionary optimization for multiobjective portfolio selection under Markowitz's model with application to the Caracas Stock Exchange, in Nature-Inspired Algorithms for Optimisation, ed., R. Chiong, volume 193 of Studies in Computational Intelligence, pp. 489-509, Springer-Verlag, 2008.

- 9. Hal Varian B. A portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe. *The journal of Economic perspectives*, issue 7 , vol. 1, 1993.
- 10. Harry M. *Markowitz, Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*. New York, John Wiley and Sons, Inc., 1959.
- 11. Harry M. *Markowitz, The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints*, Naval Research Logistics Quarterly, vol. 3, 1.
- 12. Davnis V.V. Prognoznoe obosnovanie investicionnyh reshenij na finansovyh rynkah: monografiya [Predictive substantiation of investment decisions in financial markets: monograph]. Moscow, RUSAJNS, 2015. (In Russ.)
- 13.Lukashin Yu.P. *Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya* [Adaptive methods of short-term prediction]. Moscow, Statistika, 1979. (In Russ.)