УДК 51-77

РЕГРЕСИОННО-МАТРИЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМНО-СБАЛАНСИРОВАННОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ[1]

Чекмарев Артем Витальевич, асп.
Шульгина Елизавета Александровна, маг.
Юрова Яна Александровна, преп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: art6211@yandex.ru; elizaveta_aleksandrovna.96@mail.ru; ya.yurova@mail.ru

Цель: методическое обоснование построения комбинированной модели, обеспечивающей возможность многомерных прогнозных расчетов с учетом системной сбалансированности динамики социально-экономического развития. *Обсуждение*: многомерность – одна из основных проблем, которую нужно преодолеть при прогнозировании социально-экономического развития. В то же время в рыночной экономике подход, на основе которого происходит построение прогноза таких систем, опирается в большей степени на методы экспертных оценок. Поскольку данные, описывающие вектор развития таких систем, представлены в цифровом формате, предполагаемый подход должен включать в себя формализованные методы. Одним из возможных подходов для решения данной проблемы является модель на основе матричного предиктора, в которой эконометрический подход будет соединяться с идеями многомерного прогнозирования, позволяя осуществить системно-сбалансированный прогноз динамики. *Результаты*: подробно изложены методические основы процедуры построения комбинированной модели на основе матричного предиктора с учетом системной сбалансированности динамики.

Ключевые слова: матричный предиктор, многомерность, системная сбалансированность, социально-экономическое прогнозирование.

DOI:

1 Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-010-00138 А

Введение

В современном мире роль прогнозирования в решении экономических проблем значительно возросла.

Являясь обязательным элементом процесса принятия решения и находясь долгое время в тесной взаимосвязи с планированием, в настоящее время прогнозирование оказалось доминантной составляющей этого процесса. Пугающая неопределенность будущего и связанные с ней риски принимаемых решений в социальной и экономической сферах требуют определения наиболее вероятных ориентиров, по которым целесообразно осуществлять движение в будущее.

Иначе говоря, в современных условиях как для коммерческих, так и государственных структур управления и регулирования прогноз стал основным ориентиром при принятии решений.

В то же время в рыночной экономике подход, на основе которого происходит построение прогноза развития социально-экономических систем, опирается в большей степени на методы экспертных оценок. Но поскольку данные, описывающие вектор развития таких систем, представлены в цифрах, данный подход должен включать в себя формализованные методы.

Однако в настоящее время отсутствуют прогнозные модели, удовлетворяющие современным требованиям отражения реальных процессов, основным из которых является согласованность многомерных прогнозных расчетов, имеющих содержательный смысл.

Поэтому необходима разработка моделей нового типа [1, 2] со спецификой, предусматривающей отражение целевых ожиданий в соответствии с характером социально-экономических процессов, развитие которых ожидается в настоящее время.

Предлагается для этих целей построить комбинированную модель на основе матричного предиктора [5], в которой эконометрический подход будет встроен в многомерное прогнозирование.

Идея построения данной модели состоит в следующем:

– во-первых, в силу того, что для прогнозирования используется множество показателей, представляется маловероятным построение адекватной модели с использованием всего многообразия показателей единовременно. Поэтому для такого количества показателей следует структурировать данные путем деления их на специальные блоки с учетом содержательного смысла.

– во-вторых, для каждого блока необходимо реализовать системно-сбалансированный прогноз показателей. Кроме того, полученные блоки должны быть сбалансированы между собой, поэтому для этих целей вводятся «индикаторы групповой динамики».

Далее для индикаторов применяется процедура прогнозирования с учетом системной сбалансированности.

Наконец, сбалансированные индикаторы встраиваются в систему моделей и к расширенному составу блока применяется «матричный подход с разделенными переменными» [6].

Рассмотренная выше последовательность действий представляет собой основные положения построения комбинированной модели, которые будут раскрыты ниже.

Полученная модель допускает возможность автоматизации процесса прогнозирования, которая отражает еще одну важную современную тенденцию – переход в цифровое пространство [8, 9].

Системно-сбалансированные прогнозные расчеты

Построение комбинированной модели основано на идеях о последовательной модификации матричного предиктора, среди которых особое место занимает мысль о превращении матричного предиктора в регрессионно-матричный [4, 10].

Для данной цели удобно использовать авторегрессию. Это объясняется несколькими причинами. Во-первых, авторегрессионные модели достаточно просты в применении и представляют собой надежный инструмент прогнозных расчетов. Во-вторых, модели авторегрессии учитывают тот факт, что экономика будущего вырастает из прошлого. По этим причинам далее будем развивать предлагаемый выше подход, основанный на комбинировании матричного предиктора с эконометрической составляющей.

Стоит сказать, что комбинированная модель на основе матричного предиктора фактически представляет собой объединение в одно целое системы моделей. Поэтому уточнение спецификации начинается с рассмотрения каждой отдельной модели этой системы, представленной в начальном виде авторегрессионным уравнением первого порядка [4, 12]:

$$x_{ti} = \alpha_i + \beta_i x_{t-1i} + \varepsilon_{ti}\,, \qquad (1)$$

где $i = \overline{1,n}$ – количество показателей, соответствующее количеству моделей; α_i, β_i – оцениваемые коэффициенты авторегрессионного уравнения каждого i-го показателя; ε_{ti} – случайная составляющая, характеризующая ту часть изменения x_{ti}, которая не объясняется соответствующими изменениями в прошлом.

Для того чтобы обеспечить возможность построения матричного предиктора, необходимо представить запаздывающую переменную авторегрессионной модели (1) в следующем виде:

$$x_{t-1i} = x_{t-2i} + \left(x_{t-1i} - x_{t-2i}\right), \qquad (2)$$

где $i = \overline{1,n}$.

С помощью такого представления удается построить матрицу косвенных темпов прироста, обеспечивающую согласованность динамики всех прогнозируемых показателей.

Подставив запаздывающую переменную в виде выражения (2) в авторегресионное уравнение (1), увидим, что модель преобразуется следующим образом:

$$x_{ti} = \alpha_i + \beta_i x_{t-2i} + d_i \left(x_{t-1i} - x_{t-2i} \right) + \varepsilon_{ti}, \qquad (3)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Уравнение (3) в том виде, который получился по итогам преобразования, представляет собой скорее не авторегрессионную модель, а многофакторную регрессию, в которой в качестве факторов выступают значение запаздывающей переменной и прирост показателя за прошлый период.

Далее проводится оценка модели (3) с помощью метода наименьших квадратов, в результате чего получаем

$$x_{ti} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i x_{t-2i} + \hat{d}_i \left(x_{t-1i} - x_{t-2i} \right), \qquad (4)$$

где $i = \overline{1, n}$.

При расчете прогнозных значений модели возникает вопрос: какие наблюдения должны быть использованы в качестве факторов (запаздывающей переменной и прироста показателя за прошлый период). Предполагается, что существует несколько вариантов решения этой проблемы, одним из которых является использование последних наблюдений.

Использование последних наблюдений основывается на том, что более свежие данные лучше отражают текущие тенденции, и эти тенденции с большей вероятностью могут быть перенесены на будущее.

Возвращаясь к выражению (4), обратим свое внимание на приросты. Приросты показателя в рамках эконометрического подхода корректируется с помощью оценки коэффициента регрессии, поэтому получаем следующую запись:

$$\Delta^{d_i} x_{t-1i} = \hat{d}_i \left(x_{t-1i} - x_{t-2i} \right), \qquad (5)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Предполагая, что приращение каждого показателя сформировано под воздействием всех других показателей, и на формирование прироста все показатели оказывают равномерное влияние, представим $\Delta^{d_i} x_{t-1i}$ как

$$\Delta^{d_i} x_{t-1i} = \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} \frac{\Delta^{d_i} x_{t-1i}}{x_{tj}} x_{tj}, \qquad (6)$$

где $i = \overline{1, n}$.

В то же время

$$\frac{\Delta^{d_i} x_{t-1i}}{x_{tj}} = v_{ij}^{d_i}, \qquad (7)$$

где $i, j = \overline{1, n}$.

Моделируемый показатель из уравнения (4), с учетом (6) и (7), преобразуется следующим образом:

$$x_{ti} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i x_{t-2i} + \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} v_{ij}^{d_i} x_{tj}, \qquad (8)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Введя обозначения

$$\mathbf{X}_t = \begin{pmatrix} x_{t1} \\ x_{t2} \\ \vdots \\ x_{tn} \end{pmatrix}, \ \ldots \hat{\mathbf{A}} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{X}_{t-2} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1 x_{t-21} \\ \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 x_{t-22} \\ \cdots \\ \hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_n x_{t-2n} \end{pmatrix}, \ \mathbf{V}_{t-1} = \frac{1}{n-1} \begin{pmatrix} 0 & v_{12}^{d_1} & \cdots & v_{1n}^{d_1} \\ v_{21}^{d_2} & 0 & \cdots & v_{2n}^{d_2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ v_{n1}^{d_n} & v_{n2}^{d_n} & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

получим систему моделей (8) в векторной форме

$$\mathbf{X}_t = \hat{\mathbf{A}} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{X}_{t-2} + \mathbf{V}_{t-1}\mathbf{X}_t . \qquad (9)$$

Решение полученной системы (9) записывается следующим образом:

$$\mathbf{X}_t = \left(\mathbf{I} - \mathbf{V}_{t-1}\right)^{-1}\left(\hat{\mathbf{A}} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{X}_{t-2}\right). \qquad (10)$$

Прогноз получается, если пересчитать элементы матрицы $\mathbf{V}$ через $\mathbf{X}_t$ и $\mathbf{X}_{t-1}$, а в (10) вместо $\mathbf{X}_{t-2}$ подставить $\mathbf{X}_{t-1}$, то есть

$$\mathbf{X}_{t+1} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{V}_t\right)^{-1}\left(\hat{\mathbf{A}} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{X}_{t-1}\right). \qquad (11)$$

Таким образом, получаем регрессионно-матричную модель, представляющую собой своеобразную систему из взаимосвязанных регрессионных моделей, построение которых было основано на авторегрессии первого порядка. Матричный предиктор в данной модели позволяет реализовать системную сбалансированность через косвенные темпы прироста.

Стоит заметить, что регрессионно-матричную модель можно строить и на основании авторегрессии второго или третьего порядка, однако рассмотренный вариант является более простым и наглядным и не требует значительного количества данных для своего применения, тогда как авторегрессионные модели более высокого порядка строятся с использованием большего количества наблюдений.

Индикаторы групповой динамики

Авторами был рассмотрен один из подходов, обеспечивающий проведение многомерных прогнозных расчетов с учетом системной сбалансированности динамики. Между тем стоит заметить, что прогнозирование социально-экономического развития осуществляется на основе значительного количества показателей. С учетом многомерности данных построить адекватную модель, используя все реальные показатели (для прогнозирования развития города требуется около 35 показателей [3]), представляется маловероятным. Поэтому для такого количества показателей следует структурировать данные путем деления их на специальные блоки с учетом содержательного смысла.

В таком случае модель, используемая для построения прогнозов, должна предусматривать механизм, позволяющий реализовать системную сбалансированность внутри блоков (показатели блока должны быть сбалансированы между собой по своей динамике) и между блоками (блоки должны быть сбалансированы друг с другом по групповой динамике).

Если системная сбалансированность показателей внутри блоков осуществляется с помощью косвенных темпов прироста, используемых для построения матричного предиктора, то системную сбалансированность между блоками предлагается осуществлять с помощью первой главной компоненты [7], построенной для показателей каждого блока и обладающей, как правило, «синергетическим эффектом». В этом случае в силу свойств главных компонент будем называть их «индикаторами групповой динамики» (или переменными групповой динамики [11]).

В то же время стоит понимать, что не всегда удается полностью описать динамику блока использованием только первой главной компоненты, может понадобиться построение двух или даже трех главных компонент.

В данной работе такая задача не рассматривалась, и системная сбалансированность осуществляется только с помощью первой главной компоненты. Однако в перспективе планируется использование второй (возможно, и третьей) главной компоненты для более полного описания групповой динамики.

В общем виде первая главная компонента некоторого g-го блока ($g = 1, 2, \ldots$) может быть представлена как:

$$u_1^{(g)} = \gamma_{11}^{(g)} x_1^{(g)} + \gamma_{21}^{(g)} x_2^{(g)} + \ . \ . \ . + \gamma_{p1}^{(g)} x_p^{(g)}, \tag{12}$$

где $\left(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_p\right)$ – p-мерный вектор-столбец.

Учитывая, что в данной работе рассматривается применение только первой главной компоненты, можно запись (12) упростить:

$$u^{(g)} = \gamma_1^{(g)} x_1^{(g)} + \gamma_2^{(g)} x_2^{(g)} + \ . \ . \ . + \gamma_p^{(g)} x_p^{(g)}. \tag{13}$$

Теперь логически распределив все имеющееся показатели по блокам (с учетом содержательного смысла), для каждого блока построим первую главную компоненту. Поскольку распределение показателей по блокам подразумевает их перегруппировку, то каждому показателю в блоке будет присвоен новый индекс, и тогда получаем следующую запись:

$$\begin{cases} u^{(1)} = \gamma_1^{(1)} x_1^{(1)} + \gamma_2^{(1)} x_2^{(1)} + \ldots + \gamma_n^{(1)} x_n^{(1)} \\ u^{(2)} = \gamma_1^{(2)} x_1^{(2)} + \gamma_2^{(2)} x_2^{(2)} + \ldots + \gamma_n^{(2)} x_n^{(2)} \\ \ldots \\ u^{(k)} = \gamma_1^{(k)} x_1^{(k)} + \gamma_2^{(k)} x_2^{(k)} + \ldots + \gamma_n^{(k)} x_n^{(k)} \end{cases}. \tag{14}$$

Ввиду того, что на самом деле все $u^{(g)}$ ($g = \overline{1,k}$) из системы (14) представляют собой вектор значений, который отражает групповую динамику по годам, можно представить каждую первую главную компоненту в следующем виде:

$$u_t^{(g)} = \alpha^{(g)} + \beta^{(g)} u_{t-1}^{(g)} + \varepsilon_t^{(g)}, \tag{15}$$

где $u^{(g)} = u_t^{(g)}$ (где $g = \overline{1,k}$).

Выражение (15) аналогично уравнению (1) по своей сути; единственное различие в том, что теперь вместо показателя у нас переменная групповой динамики (здесь и далее будем придерживаться введенных выше понятий «индикаторы групповой динамики», «переменные групповой динамики»).

Такое представление (15) позволит включить переменную групповой динамики $u^{(g)}$ в систему показателей в каждом блоке.

Для этого, как и в случае с показателями, запаздывающие переменные необходимо представить в виде выражения (2), а затем подставить их в таком в виде в исходное уравнение. После этого проводится оценка по аналогии с (4), в результате чего получаем

$$u_t^{(g)} = \hat{\alpha}^{(g)} + \hat{\beta}^{(g)} u_{t-2}^{(g)} + \hat{d}^{(g)} \left(u_{t-1}^{(g)} - u_{t-2}^{(g)} \right), \qquad (16)$$

где $g = \overline{1,k}$.

Теперь подставим каждое $u_t^{(g)}$ в свой блок. Тогда все блоки выглядят следующим образом:

$$x_{t1}^{(g)} = \hat{\alpha}_1^{(g)} + \hat{\beta}_1^{(g)} x_{t-21}^{(g)} + \hat{d}_1^{(g)} \left(x_{t-11}^{(g)} - x_{t-21}^{(g)} \right),$$
$$\vdots$$
$$x_{tn}^{(g)} = \hat{\alpha}_n^{(g)} + \hat{\beta}_n^{(g)} x_{t-2n}^{(g)} + \hat{d}_n^{(g)} \left(x_{t-1n}^{(g)} - x_{t-2n}^{(g)} \right),$$
$$u_t^{(g)} = \hat{\alpha}^{(g)} + \hat{\beta}^{(g)} u_{t-2}^{(g)} + \hat{d}^{(g)} \left(u_{t-1}^{(g)} - u_{t-2}^{(g)} \right),$$

где $g = \overline{1,k}$.

Работа с индикаторами происходит по аналогии с показателями. Однако при формировании матрицы косвенных темпов прироста возникает одна интересная особенность, которая заключается в том, что все переменные делятся на две группы, а матрица косвенных темпов прироста при этом разбивается на четыре части. Такой подход называется «матричным подходом с разделенными переменами» [6]. Рассмотрим его роль в нашей модели более подробно.

Для начала вспомним сказанное ранее о том, что приросты в рамках эконометрического подхода корректируются с помощью оценки коэффициента регрессии, то есть по аналогии с выражением (5).

В данном случае, в отличие от рассмотренной ранее ситуации, приращение каждого показателя формируется под воздействием всех других показателей и показателя групповой динамики, при этом по-прежнему считается, что на формирование прироста все показатели (включая индикатор) оказывают равномерное влияние. Получаем следующую запись:

$$\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)} = \frac{1}{(n+1)-1} \left(0 \times x_{t1}^{(g)} + \cdots + \frac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} x_{tn}^{(g)} + \frac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{u_t^{(g)}} u_t^{(g)} \right),$$
$$\vdots$$
$$\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)} = \frac{1}{(n+1)-1} \left(\frac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} x_{t1}^{(g)} + \cdots + 0 \times x_{tn}^{(g)} + \frac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{u_t^{(g)}} u_t^{(g)} \right),$$
$$\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)} = \frac{1}{(n+1)-1} \left(\frac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} x_{t1}^{(g)} + \cdots + \frac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} x_{tn}^{(g)} + 0 \times u_t^{(g)} \right),$$

где $g = \overline{1,k}$.

Тогда каждый g-ый блок преобразуется следующим образом:

$$\begin{cases} x_{t1}^{(g)} = \hat{\alpha}_1^{(g)} + \hat{\beta}_1^{(g)} x_{t-21}^{(g)} + \dfrac{1}{(n+1)-1}\left(0 \times x_{t1}^{(g)} + \dots + \dfrac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} x_{tn}^{(g)} + \dfrac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{u_t^{(g)}} u_t^{(g)}\right) \\ \dots \\ x_{tn}^{(g)} = \hat{\alpha}_n^{(g)} + \hat{\beta}_n^{(g)} x_{t-2n}^{(g)} + \dfrac{1}{(n+1)-1}\left(\dfrac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} x_{t1}^{(g)} + \dots + 0 \times x_{tn}^{(g)} + \dfrac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{u_t^{(g)}} u_t^{(g)}\right) \\ u_t^{(g)} = \hat{\alpha}^{(g)} + \hat{\beta}^{(g)} u_{t-2}^{(g)} + \dfrac{1}{(n+1)-1}\left(\dfrac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} x_{t1}^{(g)} + \dots + \dfrac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} x_{tn}^{(g)} + 0 \times u_t^{(g)}\right) \end{cases} \tag{17}$$

Далее будем использовать вышеупомянутый «матричный подход с разделенными переменами» для того, чтобы построить матрицу косвенных темпов прироста и найти прогнозные значения. Для этого представим систему моделей (17) в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} x_{t1}^{(g)} \\ \vdots \\ x_{tn}^{(g)} \\ u_t^{(g)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1^{(g)} + \hat{\beta}_1^{(g)} x_{t-21}^{(g)} \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_n^{(g)} + \hat{\beta}_n^{(g)} x_{t-2n}^{(g)} \\ \hat{\alpha}^{(g)} + \hat{\beta}^{(g)} u_{t-2}^{(g)} \end{pmatrix} + \frac{1}{(n+1)-1} \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dfrac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} & \dfrac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{u_t^{(g)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \dfrac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} & \dots & 0 & \dfrac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{u_t^{(g)}} \\ \dfrac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} & \dots & \dfrac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t1}^{(g)} \\ \vdots \\ x_{tn}^{(g)} \\ u_t^{(g)} \end{pmatrix}$$

В соответствии с применяемым подходом необходимо разделить переменные следующим образом (рис. 1).

$$\left(\begin{array}{c} x_{t1}^{(g)} \\ \vdots \\ x_{tn}^{(g)} \\ \hline u_t^{(g)} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} \hat{\alpha}_1^{(g)} + \hat{\beta}_1^{(g)} x_{t-21}^{(g)} \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_n^{(g)} + \hat{\beta}_n^{(g)} x_{t-2n}^{(g)} \\ \hline \hat{\alpha}^{(g)} + \hat{\beta}^{(g)} u_{t-2}^{(g)} \end{array}\right) + \frac{1}{(n+1)-1} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & \dots & \dfrac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} & \dfrac{\Delta^{d_1^{(g)}} x_{t-11}^{(g)}}{u_t^{(g)}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \dfrac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} & \dots & 0 & \dfrac{\Delta^{d_n^{(g)}} x_{t-1n}^{(g)}}{u_t^{(g)}} \\ \hline \dfrac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} & \dots & \dfrac{\Delta^{d^{(g)}} u_{t-1}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} & 0 \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} x_{t1}^{(g)} \\ \vdots \\ x_{tn}^{(g)} \\ \hline u_t^{(g)} \end{array}\right)$$

Рис. 1. Применение матричного подхода с разделенными переменными в комбинированной модели

Как видно из рис. 1, переменные разделены на две группы горизонтальной линией. Переменные первой группы будем называть целевыми (прогнозными) переменными, а второй – уточняющими переменными групповой динамики. Кроме того, сама матрица разделена вертикальной линией так, что для целевого уравнения мы получаем привычную матрицу косвенных темпов прироста

$$V_{11}=\frac{1}{(n+1)-1}\begin{pmatrix} 0 & \cdots & \frac{\Delta^{d_1^{(g)}}x_{t-11}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\Delta^{d_n^{(g)}}x_{t-1n}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

и скорректированные на переменную групповой динамики приросты

$$\mathbf{V}_{12}=\frac{1}{(n+1)-1}\begin{pmatrix} \frac{\Delta^{d_1^{(g)}}x_{t-11}^{(g)}}{u_t^{(g)}} \\ \vdots \\ \frac{\Delta^{d_n^{(g)}}x_{t-1n}^{(g)}}{u_t^{(g)}} \end{pmatrix};$$

в то же время в уточняющем уравнении

$$\mathbf{V}_{21}=\frac{1}{(n+1)-1}\begin{pmatrix} \frac{\Delta^{d^{(g)}}u_{t-1}^{(g)}}{x_{t1}^{(g)}} & \cdots & \frac{\Delta^{d^{(g)}}u_{t-1}^{(g)}}{x_{tn}^{(g)}} \end{pmatrix},\ \mathrm{V}_{22}=(0).$$

Таким образом, можно записать два отдельных уравнения:

$$\mathbf{X}_t^{(g)}=\hat{\mathbf{A}}^{(g)}+\hat{\mathbf{B}}^{(g)}\mathbf{X}_{t-2}^{(g)}+\mathbf{V}_{11}\mathbf{X}_t^{(g)}+\mathbf{V}_{12}u_t^{(g)} \tag{18}$$

$$u_t^{(g)}=\hat{\alpha}^{(g)}+\hat{\beta}^{(g)}u_{t-2}^{(g)}+\mathbf{V}_{21}\mathbf{X}_t^{(g)}+\mathrm{V}_{22}u_t^{(g)} \tag{19}$$

где $g=\overline{1,k}$.

Фактически выражение (19) является не вектором, а некоторым числом, характеризующим групповую динамику, и представляет ценность скорее в теоретическом плане. На практике для прогнозирования используется только (18).

Вначале находится решение системы (18), в результате чего получаем

$$\mathbf{X}_t^{(g)}=\left(\mathbf{I}-\mathbf{V}_{11}\right)^{-1}\left(\hat{\mathbf{A}}^{(g)}+\hat{\mathbf{B}}^{(g)}\mathbf{X}_{t-2}^{(g)}+\mathbf{V}_{12}u_t^{(g)}\right), \tag{20}$$

где $g=\overline{1,k}$.

Затем необходимо пересчитать приросты матрицы $\mathbf{V}_{11}$ и $\mathbf{V}_{12}$ через $\mathbf{X}_t$ и $\mathbf{X}_{t-1}$, а в (20) вместо $\mathbf{X}_{t-2}$ подставить $\mathbf{X}_{t-1}$ и взамен u_t использовать u_{t+1}, то есть

$$\mathbf{X}_{t+1}^{(g)}=\left(\mathbf{I}-\mathbf{V}_{11пр.}\right)^{-1}\left(\hat{\mathbf{A}}^{(g)}+\hat{\mathbf{B}}^{(g)}\mathbf{X}_{t-1}^{(g)}+\mathbf{V}_{12пр.}u_{t+1}^{(g)}\right), \tag{21}$$

где $g=\overline{1,k}$.

Здесь возникает некоторое затруднение, заключающееся в том, что отсутствует требуемое прогнозное значение индикатора групповой динамики u_{t+1}.

Однако оно может быть довольно легко разрешено, так как на самом деле значение u_{t+1} можно спрогнозировать с помощью регрессионно-матричной модели по аналогии с процессом прогнозирования показателей

(1)-(11) с единственной разницей, что вместо показателей используются индикатор каждого блока.

Теперь пройдя те же этапы, возможно подставить полученное u_{t+1} в выражение (21) и получить прогноз целевых показателей.

Следовательно, была полностью рассмотрена процедура прогнозирования с учетом операции сбалансированности, заключающейся в системной сбалансированности показателей между собой по своей динамике и блоков друг с другом по групповой динамике.

Подход, рассмотренный в данной работе, уже использовался на практике для пробного прогнозирования развития конкретной реальной социально-экономической системы, где в качестве такой локальной системы выступал городской округ город Воронеж. Его прогноз осуществлялся на основании семи периодов для 29 основных показателей, которые были разделены на восемь блоков в соответствии с содержательным смыслом.

По итогам вычислений были получены показатели всех восьми блоков, фактические значения которых представлены в табл. 1.

Таблица 1

Прогнозные оценки показателей по блокам (в фактических значениях)

Блок 1	1042,512	-0,801604	8,637628	72,68618	x	x
Блок 2	4,84	152,38	9,41	x	x	x
Блок 3	29457,47	28,26	0,19	96,24	95,37	
Блок 4	130,74	-106,01	72,98	x	x	x
Блок 5	5,68	1592,01	402,90	x	x	x
Блок 6	267842,13	3,63	15,46	78282,54	579,93	43,89
Блок 7	104,30	91,04	x	x	x	x
Блок 8	17819,30	16944,15	17143,36	x	x	x

Блок 1 – «Демография», блок 2 – «Занятость и доходы», блок 3 – «Жилье, инженерная инфраструктура», блок 4 – «Транспортная инфраструктура», блок 5 – «Факторы здоровья», блок 6 – «Производство, его материальные факторы», блок 7 – «Экологические факторы», блок 8 – «Финансовый результат».

Таким образом, был получен прогноз для описания развития такой локальной социально-экономической системы, как городской округ город Воронеж. Представленный прогноз строился для 29 основных показателей. В то же время стоит сказать, что располагаемые данные позволяют строить прогнозы и для 35 показателей, однако в рассмотренной работе преследовалась цель более наглядно продемонстрировать методологию, поэтому показатели, которые по тем или иным причинам тяжело однозначно отнести к какому-либо блоку, не рассматривались.

Заключение

В заключение стоит сказать, что комбинированная модель на основе матричного предиктора довольна проста в понимании, результаты, полученные с ее помощью, легко интерпретируются.

Несомненным преимуществом данной модели является то, что она удовлетворяет современным требованиям к отражению сложных многомерных процессов, обеспечивая при этом системную сбалансированность показателей (сохранение некоторой взаимной пропорциональности в динамике развития). В то же время такая модель обладает предпосылками к использованию в ней механизма многовариантных ожиданий, позволяющего рассматривать различные варианты будущего.

Стоит также сказать, что данная модель учитывает деление большого массива данных на блоки в соответствии с содержательным смыслом, так как в ней с помощью первых главных компонент предусмотрен механизм, обеспечивающий системную сбалансированность блоков друг с другом по групповой динамике.

Между тем процесс построение комбинированной модели оставляет множество вопросов, поиск ответов на которые планируется продолжить в дальнейших исследованиях.

Среди таких вопросов возможность построения модели на основе авторегрессии второго и третьего порядков, а также вопрос о выборе факторов при прогнозировании, которые наиболее полно отражают сложившееся тенденции в изменениях показателей. При этом рассматривается использование экспоненциального сглаживания, представляющего собой простейшую форму адаптации, которая может применяться для комбинированной модели. На практике еще не рассматривалось применение экспоненциально сглаженных переменных в процессе прогнозирования в силу довольно коротких временных рядов, однако эта идея имеет основания для ее более подробного рассмотрения в будущем.

Помимо того, прогнозирование групповой динамики осуществлялось на основании только первой главной компоненты, которая на практике, в некоторых случаях, недостаточно полно описывает поведение показателей внутри блока. Это вызывает необходимость использования второй главной компоненты, которую планируется включить в следующий этап тестирования комбинированной модели.

Несмотря на сделанные выше замечания, комбинированная модель на основе матричного предиктора имеет очевидные перспективы для ее применения в практических прогнозных расчетах, характеризующих развитие социально-экономических систем. В то же время необходимость разработки такой модели прежде всего связана с переходом описания социальных и экономических процессов в цифровое пространство.

Список источников

1. Endovitsky D.A., Davnis V.V., Korotkikh V.V. Adaptive Trend Decomposition Method in Financial Time Series Analysis // *The Journal of Social Sciences Research*, 2018, no. S3, pp. 104-109.

2. Endovitsky D.A., Davnis V.V., Korotkikh V.V. On Two Hypotheses in Economic Analysis of Stochastic Processes // *Journal of Advanced Research in Law and Economics*, 2017, vol. 8, no. 8, pp. 2391-2398.

3. Воронежская область. Официальный портал органов власти. Показатели социально-экономического развития. Доступно: https://goo.gl/VFPbKa (дата обращения: 28.11.2018).

4. Давнис В.В., Коротких В.В., Юрова Я.А. Регрессионно-матричная модель многомерных экономических процессов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2016, no. 11, с. 19-27.

5. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Адаптивные модели: анализ и прогноз в экономических системах.* Воронеж, Воронежский государственный университет, 2006.

6. Давнис В.В., Тинякова В.И. *Прогнозные модели экспертных предпочтений: монография.* Воронеж, Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005.

7. Компьютерные решения задач многомерной статистики: учебное пособие: в 3 ч. Ч. 2: Компонентный анализ и анализ канонических корреляций / В.В. Давнис [и др.]. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2006.

8. Распоряжение Правительства Российской Федерации. Программа «Цифровая экономика Российской Федерации». Доступно: https://goo.gl/ZzMjNM (дата обращения: 09.10.2018).

9. Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 г. № 203. «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 – 2030 годы». Доступно: http://kremlin.ru/acts/bank/41919 (дата обращения: 09.10.2018).

10. Шульгина Е.А. Комбинированная модель многомерного прогнозирования социально-экономических показателей // *Тезисы докладов III Всероссийской студенческой научно-практической конференции «Актуальные проблемы экономики и управления: теория и практика»*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2017, т. I, с. 79.

11. Шульгина Е.А. Проблемы сбалансированности в задачах локально моделируемой динамики // *Тезисы докладов VI Всероссийской научно-практической конференции для магистрантов «Модернизация экономики России»*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2018, т. I, с. 155-156.

12. Шульгина Е.А. Регрессионно-матричная модель и ее практическое использование в задачах прогнозирования // *Тезисы докладов V Всероссийской научно-практической конференции для магистрантов «Модернизация экономики России»*. Воронеж, Воронежский государственный университет, 2017, т. IV, с. 130-131.

REGRESSION-MATRIX MODELING IN SYSTEM-BALANCED FORECASTING OF SOCIO-ECONOMIC PROCESSES[1]

Chekmarev Artem Vitalevich, graduate student
Shulgina Elizaveta Aleksandrovna, Master of Economics
Yurova Yana Alexandrovna, Assist. Prof.

Voronezh State University, Universitetskaya pl., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail: art6211@yandex.ru; elizaveta_aleksandrovna.96@mail.ru; ya.yurova@mail.ru

Purpose: the authors offer the methodical substantiation of building a combined model that provides the possibility of multidimensional forecasting for calculations, taking into account the system balance of socio-economic dynamics development. *Discussion*: multidimensionality is one of the main problems that need to be overcome when predicting socio-economic development. The approach to the forecast systems building relies more on methods of expert assessments in a market economy. The authors submit the source data in digital format for vector of development description and suggest use formalized methods for this reason. One of the possible approaches to solve this problem is a model based on a matrix predictor, in which the econometric approach will be combined with the ideas of multidimensional forecasting, allowing you to carry out a system-balanced forecast of dynamics. *Results*: the authors described in detail the methodological foundations of the constructing procedure for a combined model based on the matrix predictor, taking into account the systemic balance of dynamics.

Keywords: matrix predictor, multidimensionality, systemic balance, socio-economic forecasting.

References

1. Endovitsky D.A., Davnis V.V., Korotkikh V.V. Adaptive Trend Decomposition Method in Financial Time Series Analysis. *The Journal of Social Sciences Research*, 2018, no. S3, pp. 104-109.

2. Endovitsky D.A., Davnis V.V., Korotkikh V.V. On Two Hypotheses in Economic Analysis of Stochastic Processes. *Journal of Advanced Research in Law and Economics*, 2017, vol. 8, no. 8, pp. 2391-2398.

3. Voronezhskaya oblast. Ofitsialnyy portal organov vlasti. Pokazateli sotsialno-ekonomicheskogo razvitiya. (In Russ.) Available at: https://goo.gl/VFPbKa (accessed: 28.10.2018).

4. Davnis V.V., Korotkikh V.V., Yurova Y.A. Regressionno-matrichnaya model mnogomernykh ekonomicheskikh protsessov [Regression-matrix model of multidimensional economic processes]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, 2016, no. 11, pp. 19-27. (In Russ.)

5. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Adaptivnye modeli: analiz i prognoz v ekonomicheskikh*

[1] The authors performed this research with financial support Russian Foundation for Basic Research (RFBR) in the framework of a scientific project no. 19-010-00138 A

sistemakh [Adaptive models: analysis and forecast in economic systems]. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2006. (In Russ.)

6. Davnis V.V., Tinyakova V.I. *Prognoznye modeli ekspertnykh predpochteniy* [A predictive model of the expert preferences]: monografiya. Voronezh, Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2005. (In Russ.)

7. *Kompyuternye resheniya zadach mnogomernoy statistiki* [Computer solution of multivariate statistics tasks]: uchebnoe posobie: v 3 ch. Ch. 2: Komponentnyy analiz i analiz kanonicheskikh korrelyatsiy / V.V. Davnis [i dr.]. Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2006. (In Russ.)

8. Rasporyazhenie Pravitelstva Rossiyskoy Federatsii. Programma «Tsifrovaya ekonomika Rossiyskoy Federatsii» [«The digital economy of the Russian Federation»]. (In Russ.) Available at: http://kremlin.ru/acts/bank/41919 (accessed: 09.02.2018).

9. Ukaz Prezidenta Rossiyskoy Federatsii ot 09.05.2017 g. no. 203. «O Strategii razvitiya informatsionnogo obshchestva v Rossiyskoy Federatsii na 2017 – 2030 gody» [«About strategy of information society development in the Russian Federation for 2017-2030». (In Russ.) Available at: http://kremlin.ru/acts/bank/41919 (accessed: 09.02.2018).

10. Shulgina E.A. Kombinirovannaya model mnogomernogo prognozirovaniya sotsialno-ekonomicheskikh pokazateley [Combined model of multidimensional forecasting for socio-economic indicators]. *Tezisy dokladov III Vserossiyskoy studencheskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktualnye problemy ekonomiki i upravleniya: teoriya i praktika»*, Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2017, V. I, p. 79. (In Russ.)

11. Shulgina E.A. Problemy sbalansirovannosti v zadachakh lokalno modeliruemoy dinamiki [Balance problems in the locally modeled dynamics tasks]. *Tezisy dokladov VI Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii dlya magistrantov «Modernizatsiya ekonomiki Rossii»*, Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2018, V. I, pp. 155-156. (In Russ.)

12. Shulgina E.A. Regressionno-matrichnaya model i ee prakticheskoe ispolzovanie v zadachakh prognozirovaniya [Regression matrix model and its practical use in forecasting problems]. Tezisy dokladov V Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii dlya magistrantov «Modernizatsiya ekonomiki Rossii», Voronezh, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, 2017, V. IV, pp. 130-131. (In Russ.)