УДК 330.43

РАНГОВЫЙ ПОРТФЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Давнис Валерий Владимирович, д-р экон. наук, проф.
Добрина Мария Валерьевна, асп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж, Россия, 394018; e-mail: vdavnis@mail.ru; nice.smirnova@yandex.ru

Цель: применение эконометрической модели с дискретной зависимой переменной для построения портфеля ценных бумаг. *Обсуждение*: известна диагональная модель портфельного инвестирования, для построения которой Шарп применил линейную эконометрическую модель. Вместо линейной модели предложено для построения портфеля использовать нелинейную регрессионную модель с дискретной зависимой переменной. Это позволяет отражать бинарную природу доходности финансового актива с помощью вероятности получения положительного результата от вложений в актив. В результате вероятностные оценки становятся критерием, на основе которого необходимо формировать портфель. Для этого требуется новый подход, в котором используются принципы, отличные от принципов оптимизационного подхода. *Результаты*: предложено портфель ценных бумаг формировать на основе матрицы вероятностных предпочтений. Показано, что собственный вектор этой матрицы определяет структуру портфеля, который в силу своих свойств назван ранговым. Свойства рангового портфеля и методика его построения значительно расширяют возможности аппарата портфельного анализа.

Ключевые слова: ранговый портфель, портфельный анализ, эконометрическая модель, дискретная зависимая переменная, матрица вероятностных предпочтений.

DOI: 10.17308/meps.2019.3/2060

Введение

Вопросы моделирования портфельных решений продолжают оставаться актуальными, по всей вероятности, до тех пор, пока не будет построена модель, которая станет инструментом обоснования инвестиционных решений, применяемых при решении практических задач. Для опционов такой инструмент разработан. Это всем известная формула Блэка-Шоулза, возможности которой повторить для портфельных решений пока не удается.

Совершенствование аппарата моделирования осуществлялось и продолжает осуществляться в двух направлениях. В первом направлении основное внимание уделяется вопросам модификации математических моделей. Вслед за моделью Марковица [13] появилась модель Тобина [17], с помощью которой была обоснована возможность оптимального деления инвестиционного фонда на две части, используемые в реальном секторе экономики и рынке ценных бумаг. Интересной оказалась модель, в которой учтено отношение инвестора к риску [1]. Сформированный на ее основе портфель состоит из двух частей: портфеля с минимальным риском и самофинансируемого портфеля.

Второе направление предусматривает использование для построения моделей портфельного инвестирования не фактически наблюдаемых значений, а построенных на их основе эконометрических зависимостей. По сути, это направление было сформировано У. Шарпом, предложившим свою диагональную модель [16], построенную с помощью одноиндексных регрессионных уравнений. Благодаря этой модели были получены новые результаты, интерпретация которых значительно обновила теоретические основы моделирования финансовых рынков. Развитие этих идей было также получено в работах по моделированию портфельного инвестирования в условиях глобализации [2]. По нашему мнению, потенциал второго направления исчерпан не полностью.

Уверенность в данной точке зрения основана не только на полученных в рамках этого направления успехах по моделированию портфельных решений, но и на разработанных в последнее время эконометрических моделях нового типа. Прежде всего, это модель бинарного выбора. Свойства этой модели, на наш взгляд, в отличие от других эконометрических моделей, смогут обеспечить наиболее полное воспроизведение природы случайных изменений, происходящих на фондовом рынке. Кроме того, применение этой модели может расширить представление о множестве инвестиционных возможностей, которое было введено еще Г. Марковицем. Расширенное множество вполне возможно потребует новых подходов к моделированию инвестиционных портфелей.

В настоящее время теория портфельного инвестирования преимущественно предусматривает применение оптимизационного подхода к формированию портфелей ценных бумаг. В то же время определение портфеля в виде совокупности ценных бумаг, принадлежащих, как правило, одному инвестору и управляемых как единым целым, не предусматривает обязательное наличие признаков оптимальности. Другими словами, разнообразие возможных методов, с помощью которых формируются портфели, может иметь место, но без гарантии того, что получаемые портфели являются оптимальными. Поэтому расширение множества инвестиционных возможностей, о котором говорилось выше, скорее всего, приведет к необходимости создания нового аппарата формирования инвестиционных портфелей. Именно этой проблеме посвящается данная статья.

1. Бинарная природа доходности активов и ее моделирование

Понятие «доходность» на фондовом рынке отличается от общепринятого понимания доходности как прибыли. На фондовом рынке доходность имеет бинарную природу в том смысле, что она может быть как отрицательной, так и положительной величиной. И если в модели Марковица, для построения которой использовались фактически наблюдаемые значения, это обстоятельство без особого подчеркивания все же имело отражение, то в модели Шарпа эта особенность осталась незамеченной. Это обстоятельство становится понятным, если проинтерпретировать целевое назначение модели Линтнера-Шарпа:

$$r_i = r_f + \beta_i(r_I - r_f), \tag{1}$$

где r_i – доходность i-го актива; r_f – доходность безрискового актива; r_I – средняя доходность рынка, обычно измеряемая индексом; β_i – коэффициент, определяющий уровень надбавки за риск.

С помощью этой модели объясняли среднюю эффективность рыночных инвестиций, а не природу текущей доходности финансовых активов, которая может принимать и отрицательные значения. Как известно, эконометрический вариант (1) Шарп использовал для построения своей диагональной модели портфельного инвестирования, в силу чего в ней не нашла отражение бинарная природа доходности актива. В то же время его модель хорошо вписывалась в теорию портфельного инвестирования того времени, а аппарат моделирования процессов с бинарной динамикой еще не был известен.

Понимая полезность подхода, предложенного Шарпом, и стремясь получить адекватное отражение бинарной природы финансовых активов, в качестве модели будем использовать выражение:

$$r_{it} = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times x_{it}, \tag{2}$$

с помощью которого доходность каждого i-го актива представлена суммой предыдущего значения доходности и произведением абсолютного значения предыдущей доходности $|r_{it-1}|$ и бинарной случайной величины:

$$x_{it} = \begin{cases} +1, r_{it} > 0 \\ -1, r_{it} \le 0. \end{cases} \tag{3}$$

Предполагается, что бинарная случайная величина имеет логистическое распределение, идентификация которого подтверждается построением логит-модели бинарного выбора со статистически значимыми коэффициентами. Кроме логит-модели для моделирования бинарных переменных может применяться пробит-модель. Мы будем использовать логит-модель, так как она более удобна для проведения всевозможного рода расчетов и аналитических преобразований. В рассматриваемом нами случае логит-модель записывается в следующем виде:

$$P_{it} = P(x_{it} = 1/z_{1t,}z_{2t,}\dots z_{mt}) = 1/(1 + exp(b_0 + \textstyle\sum_{k=1}^{m} b_k z_{kt})),\ i = \overline{1,n}. \tag{4}$$

По сути, это нелинейная многофакторная регрессионная зависимость, коэффициенты которой оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия. Но если вопрос определения коэффициентов логит-модели фактически без проблем может быть решен, то вопрос определения факторов z_k, оказывающих существенное влияние на вероятность получения положительной прибыли от вложений в финансовый актив, достаточно сложен. Основная проблема этой сложности в том, что среди факторов, влияющих на уровень доходности, есть систематические и однократного действия. Естественно, построение модели предусматривает использование систематических факторов, к которым в первую очередь относятся индексы, являющиеся индикаторами активности фондового рынка. Описание динамики российского фондового рынка, как правило, осуществляется с помощью фондовых индексов РТС и ММВБ. Именно эти индексы мы будем использовать в качестве систематических факторов логит-модели.

Возможность после идентификации вероятностного распределения (4) случайной величины x_{it} осуществлять расчет текущих значений вероятности в зависимости от состояния рынка, описываемого факторами z, позволяет при формировании портфеля использовать текущее значение математического ожидания модели (2):

$$\bar{r}_{it} = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times E(x_{it}) = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times \left[1 \times \hat{P}_{it} + (-1) \times (1 - \hat{P}_{it})\right] = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times (2\hat{P}_{it} - 1). \quad (5)$$

Причем математическое ожидание (5), как не трудно понять, обеспечивает более точную аппроксимацию доходности финансового актива, чем исходная модель (2). Выражение (5) представляет собой автопредикторную модель с вероятностным механизмом для расчета ожидаемой доходности финансового актива. Кроме того, следует признать, что это выражение является удобной формой представления доходности, обеспечивающей удачную содержательную интерпретацию, а также проведение расчётов и преобразований. В отличие от модели (1), демонстрирующей предпочтительность инвестирования в рыночные активы, модель (5) показывает возможность получения не только положительного, но и отрицательного результата от подобного рода вложений, ориентируя на необходимость учитывать этот факт в процедуре формирования портфеля ценных бумаг.

Необходимо отметить, что простота выражения (5) обманчива. Сложность рыночных механизмов формирования доходности, отражаемых с помощью вероятности P_{it}, становится очевидной, если вероятность в (5) заменить ее выражением (4) и получить в отличие от линейной модели (1) нелинейную модель:

$$r_{it} = r_{it-1} + |r_{it-1}| \times \left[\frac{2}{1+exp(b_{0i}+\sum_{k=1}^{m} b_{ki} z_{kt})} - 1\right], \quad (6)$$

которую будем называть автопредикторной логит-моделью.

В принципе оценку коэффициентов этого выражения как нелинейной регрессии можно получить с помощью метода максимального правдоподобия, опуская при этом промежуточный этап, связанный с формированием дискретной переменной x_{it}. Однако при этом будет утрачена логика объяснения вероятностного механизма формирования доходности, который является важным элементом адекватного описания и анализа рыночных процессов. Поэтому в дальнейших рассуждениях и расчетах будем использовать выражение (5), предварительно осуществляя расчет вероятности по формуле (4).

Кроме доходности при формировании портфеля, как правило, используется и вторая составляющая эффективного множества инвестиционных возможностей, т.е. дисперсия. Поэтому проведем вывод формулы, с помощью которой рассчитывается эта характеристика в случае, когда доходность определяется в соответствии с моделью (2). Опираясь на определение дисперсии, запишем и проведем преобразование следующего выражения:

$$\sigma_{it}^2 = E\left[(r_{it-1} + |r_{it-1}| \times x_{it} - r_{it-1} - |r_{it-1}| \times (2\hat{P}_{it} - 1)^2)\right] =$$
$$= r_{it-1}^2 \times E\left[(x_{it} - (2\hat{P}_{it} - 1))^2)\right] = 4r_{it-1}^2 \times \hat{P}_{it}(1 - \hat{P}_{it}). \qquad (7)$$

Таким образом, получены формулы для расчета основных характеристик, которые описывают введенное Марковицем множество инвестиционных возможностей, которое используется при формировании оптимальных инвестиционных решений.

2. Ранговые решения в портфельном инвестировании

Ранговые решения являются результатом нового подхода, рекомендуемого для формирования портфеля ценных бумаг в том случае, когда используется нелинейная модель доходности актива (2). Главная идея, положенная в основу предлагаемого подхода, заключается в том, что в процессе построения портфеля рассчитываются вероятности положительной доходности финансовых активов, которые инвестор, наряду с характеристиками множества инвестиционных возможностей, может использовать для обоснования принимаемого инвестиционного решения. А это значит, у инвестора появляется ещё один критерий, кроме доходности и риска, ориентируясь на который он может формировать предпочтительный для себя портфель. Другими словами, множество инвестиционных возможностей расширяется и поэтому, естественно, нужны новые модели, предусматривающие использование расширенного множества инвестиционных возможностей при формировании портфелей. Кстати, Шарп так и поступил, удачно используя в своей модели дополнительную характеристику множества инвестиционных возможностей в виде β-коэффициента, который был получен как результат эконометрического моделирования взаимосвязи доходности актива со средней доходностью фондового рынка [15].

В целях применения вероятностного критерия для формирования портфеля ценных бумаг предлагается подход, в котором вместо процедуры оптимизации используется процедура, основанная на предпочтениях. Идея применения для формирования портфеля ценных бумаг вероятностных предпочтений является результатом анализа выражений (5) и (7). В соответствии с (5), доля прироста математического ожидания доходности актива при прочих равных условиях тем выше, чем выше у него вероятность положительной доходности. А в соответствии с (7), в тех случаях, когда предпочтительной является вероятность положительной доходности, дисперсия тем меньше, чем выше эта вероятность. Таким образом, вероятность является такой характеристикой, с помощью которой удается сформировать портфель, у которого на оптимальном в некотором смысле уровне находятся оба критерия: доля прироста доходности и риск [12]. Из этого следует, что если формируется портфель из двух финансовых активов, то в этом портфеле доля должна быть больше у того актива, который имеет более высокую вероятность положительной доходности. Таким образом, в соответствии с логикой наших рассуждений, портфель с самым высоким относительным приростом доходности:

$$r_p = \sum_{i=1}^{m} w_i \frac{|r_{it-1}|}{|r_{it}|}(2\hat{P}_{it} - 1), \tag{8}$$

и одновременно минимально возможным риском:

$$\sigma_p^2 = 4\sum_{i=1}^{m} w_i^2\, r_{it-1}^2 \times \hat{P}_{it}(1 - \hat{P}_{it}), \tag{9}$$

должен формироваться из активов, вероятность положительной доходности которых выше, чем у остальных. Причем структура сформированного таким образом портфеля должна корреспондироваться с вероятностной предпочтительностью активов, включенных в портфель. Для формирования портфеля, отвечающего этим требованиям, удобно использовать метод парных сравнений, обычно применяемый для получения экспертных оценок [3]. Только в этом методе при построении матрицы парных сравнений вместо экспертных оценок будем использовать результаты сравнения активов по вероятности получения положительной доходности.

Построению матрицы вероятностных предпочтений предшествует формирование вероятностного описания возможностей получения всеми активами, включаемыми в портфель, положительной доходности. Это описание идентифицируется построением для каждого актива логит-модели бинарного выбора (4). В результате для каждого момента времени по каждому активу с помощью построенных моделей рассчитываются в зависимости от состояния рынка, описываемого соответствующими индексами, значения вероятностей:

$$\begin{array}{l} P_{11}, P_{21}, \dots, P_{m1} \\ P_{12}, P_{22}, \dots, P_{m2} \\ \ \vdots \quad\ \ \vdots \quad\ \dots, \vdots \\ P_{1n}, P_{2n}, \dots, P_{mn}. \end{array}$$

Отметим две особенности, которые, по нашему мнению, имеют место в предлагаемом подходе. Во-первых, в отличие от одноиндексной линейной регрессии, которую использовал Шарп в своей модели портфельного инвестирования, логит-модель допускает использование нескольких факторов и, более того, модели разных активов, включаемых в один и тот же портфель, могут отличаться набором факторов, влияющих на уровень положительной доходности [10]. Второе отличие в том, что портфели вероятностного предпочтения могут строиться для каждого момента времени, что расширяет возможности портфельного анализа, в то время как в модели Шарпа такая возможность не предусмотрена [14].

В соответствии с отмеченными особенностями матрицу вероятностных предпочтений необходимо строить для каждого момента времени по правилу, которое становится очевидным из ниже представленного описания этой матрицы:

$$\boldsymbol{P}_t = \begin{pmatrix} p_{11} = \frac{P_{1t}}{P_{1t}} & p_{12} = \frac{P_{1t}}{P_{2t}} & \cdots & p_{1m} = \frac{P_{1t}}{P_{mt}} \\ p_{21} = \frac{P_{2t}}{P_{1t}} & p_{22} = \frac{P_{2t}}{P_{2t}} & \cdots & p_{2m} = \frac{P_{2t}}{P_{mt}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{m1} = \frac{P_{mt}}{P_{1t}} & p_{m2} = \frac{P_{mt}}{P_{2t}} & \cdots & p_{mm} = \frac{P_{mt}}{P_{mt}} \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Сформированная по данному правилу матрица обладает рядом очевидных, но полезных свойств. Все ее элементы являются положительными величинами. Активы с нулевой вероятностью положительной доходности не рассматриваются, так как, по логике инвестора, они не должны включаться в портфель [4]. На диагонали матрицы в соответствии с правилом определения ее элементов стоят единицы, а в каждой строке стоят положительные элементы, значения которых, в зависимости от результата сравнения вероятностей, больше или меньше единицы, причем произведение симметричных элементов равно единице, т.е. $p_{ij} \cdot p_{ji} = 1$.

Важным, хотя и очевидным свойством является неразложимость этой матрицы, в соответствии с которой среди номеров строк и столбцов нельзя найти такие подмножества I и J, для которых $p_{ij} = 0$. Другими словами, любые перестановки столбцов и строк неразложимой матрицы не позволяют ее привести к виду:

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ 0 & P_{22} \end{pmatrix}, \tag{11}$$

где P_{11} и P_{12} являются квадратными матрицами.

Если матрица неотрицательна (все $p_{ij} \geq 0$) и неразложима, а матрица вероятностных предпочтений именно такая, то по известной теореме Фробениуса-Перрона [7] ее максимальное собственное значение является действительным положительным числом, а собственный вектор, отвечающий этому собственному значению, имеет положительные компоненты, которые можно получить с помощью итерационной процедуры [6, 8].

Таким образом, для каждого момента времени можно построить портфель вероятностных предпочтений в виде нормированного собственного вектора матрицы вероятностных предпочтений P_t, пользуясь итерационной процедурой, задаваемой следующими соотношениями:

$$v_t^k = P_t \times \hat{v}_t^{k-1}, \tag{12}$$

$$\hat{\upsilon}_{it}^{k} = \frac{\upsilon_{it}^{k}}{\sum_{i=1}^{m} \upsilon_{it}^{k}}, i = \overline{1, m}. \tag{13}$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока разность между компонентами векторов, полученных в двух последовательных итерациях, не станет меньше заданной точности ε, т.е.

$$\max_{i} \left| \upsilon_{it}^{k} - \upsilon_{it}^{k-1} \right| < \varepsilon. \tag{14}$$

В результате получаем вектор, компоненты которого являются весовыми коэффициентами портфеля, основное отличие которого от портфелей, получаемых в рамках оптимизационного подхода, в том, что к нему неприменимо понятие «короткие продажи», так как у вектора, задающего структуру портфеля, не может быть отрицательных компонент. Вторая особенность портфеля в том, что это портфель текущего момента, так как в следующий момент времени вероятности могут измениться, соответственно изменятся вероятностные предпочтения и, естественно, изменится структура портфеля [5]. Фактически в результате использования такой схемы моделирования мы получаем динамику портфельных решений:

$$\upsilon_t = (\upsilon_{1t}, \upsilon_{2t}, \ldots, \upsilon_{mt}), t = \overline{1, n}. \tag{15}$$

Такая последовательность портфелей, выстроенная в зависимости от ситуации на рынке, позволяет рассмотреть дополнительные возможности портфельного анализа. Эти возможности и результаты их практического использования в портфельном анализе будут изложены ниже.

Но сначала рассмотрим процедуру построения усредненного портфеля, эффективность которого можно было бы сравнивать с портфелем Марковица. Оптимизационный подход, с помощью которого строится портфель Марковица, как известно, предусматривает построение портфеля на основе усреднения данных некоторого промежутка времени, для которого оптимальный портфель является актуальным [11]. Предлагаемый подход вероятностных предпочтений не исключает возможность построения портфеля, в некотором смысле аналогичного оптимальному, но получаемого в виде результата применения специальной процедуры усреднения текущих портфелей соответствующих периодов. Построение такого портфеля, как и построение текущих портфелей, осуществляется с использованием итерационной процедуры, исходными данными для которой является матрица, сформированная из весовых коэффициентов текущих портфелей:

$$V = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{21} & \cdots & v_{m1} \\ v_{12} & v_{22} & \cdots & v_{m2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{1n} & v_{2n} & \cdots & v_{mn} \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Последовательность выполнения расчетов по формированию результирующего портфеля в рамках такой процедуры следующая: вначале специальным образом формируется портфель в виде арифметического среднего текущих портфелей. Для этого используется вектор равновеликих весовых коэффициентов:

$$g_1 = (g_{11}, g_{12}, \dots, g_{1n}) = (\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}), \quad (17)$$

перемножение которого на первом шаге с матрицей (16) позволяет получить первую итерацию усредненного портфеля:

$$w_1 = V' \times g_1. \quad (18)$$

На втором шаге вектор полученных весовых коэффициентов уточняется с помощью следующей процедуры:

$$g_2 = V \times W_1. \quad (19)$$

$$\hat{g}_{2k} = \frac{g_{2k}}{\sum_{j=1}^{m} g_{2j}}, k = \overline{1, m}. \quad (20)$$

Логика уточнения весовых коэффициентов построена на основе того факта, что величина скалярного произведения зависит от того, насколько ранговая структура вероятностного портфеля похожа на ранговую структуру усредненного портфеля [9]. Другими словами, на следующей итерации в усредненный портфель с большим весом включаются те вероятностные портфели, ранговый коэффициент которых с усредненным портфелем предыдущей итерации выше. Таким образом, вторую итерацию усредненного портфеля получают с помощью уточненных весовых коэффициентов:

$$w_2 = V' \times g_2. \quad (21)$$

Если отказаться от нормирования весовых коэффициентов на каждом шаге итеративного процесса и в (21) подставить (18), то, для произвольного t получаем вектор:

$$w_t = V'V \times w_{t-1}. \quad (22)$$

нормированный результат которого:

$$w_{tk} = \frac{w_{tk}}{\sum_{j=1}^{m} w_{tj}}, k = \overline{1, m}, \quad (23)$$

является усредненным портфельным решением. Итерационная процедура продолжается до получения почти совпадающих двух соседних итераций, т.е. выполнения неравенства, аналогичного неравенству (14).

В отличие от оптимизационного подхода предлагаемый подход построения ранговых портфелей значительно расширяет возможности портфельного анализа, так как позволяет исследовать динамику портфельных решений, предоставляя возможность для каждого момента времени ретроспективного периода осуществлять расчет необходимых для этого числовых характеристик.

3. Методика формирования рангового портфеля и результаты вычислительных экспериментов

В качестве исходных данных для проведения расчетов использовались котировки российских акций Газпрома, Сбербанка, Лукойла, Норильского никеля, НОВАТЭКа, Магнита, Роснефти, Татнефти и двух индексов РТС и ММВБ за период с 1.03.2018 по 23.05.2018. Предварительно все котировки акций и значения индексов S_{it} были преобразованы в доходности:

$$r_{ti} = \frac{S_{it} - S_{it-1}}{S_{it-1}} \times 100\%, i = \overline{1, m}, t = \overline{1, n}, \quad (24)$$

с последующим сглаживанием, позволившим очистить данные от частых, но незначительных колебаний стохастической природы. Окно скользящей средней, с помощью которой осуществлялось сглаживание, содержало пять наблюдений.

По сглаженным данным были сформированы ряды дихотомических переменных, которые были использованы в качестве дискретных зависимых переменных в логит-моделях.

После сглаживания и формирования дискретных зависимых переменных для каждого актива были построены логит-модели бинарного выбора. В качестве факторов, от которых зависит вероятность положительной доходности, использовались индексы РТС и ММВБ. Результаты расчетов приведены в табл. 1. Сразу отметим, что построенные модели имеют различное число факторов. Выше отмечалось существование такой возможности.

Таблица 1

Характеристики моделей бинарного выбора

Обозначения	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	Вероятность ошибки
Газпром				
b_0	0,1764997	0,274829	0,642216	0,520733
b_1	2,31098756	0,843607	2,739414	0,006155
b_2	-7,4490906	2,018119	-3,69111	0,000223
Сбербанк				
b_0	0,59517828	0,303192	1,96304	0,049642
b_2	-5,8138225	1,391108	-4,17927	2,92E-05
Лукойл				
b_0	-0,6884105	0,278906	-2,46825	0,013577
b_2	-3,8272523	1,021992	-3,74489	0,00018
Норильский никель				
b_0	-0,2912661	0,246621	-1,18103	0,237592
b_2	-2,4889356	0,806658	-3,08549	0,002032
НОВАТЭК				
b_0	-0,7606696	0,297433	-2,55745	0,010544
b_2	-4,7832371	1,189273	-4,02198	5,77E-05
Магнит				
b_0	0,12750188	0,246045	0,518206	0,604314
b_2	-2,6393977	0,826932	-3,19179	0,001414
Роснефть				
b_0	-0,5014708	0,267039	-1,87789	0,060396
b_1	2,50367857	0,903001	2,772619	0,005561
b_2	-6,2287455	1,853729	-3,36012	0,000779
Татнефть				
b_0	-0,2160544	0,276001	-0,7828	0,433743
b_1	2,79263189	0,930143	3,002369	0,002679
b_2	-8,0167928	2,137753	-3,7501	0,000177

У всех моделей, характеристики которых приведены в табл. 1, значимыми являются коэффициенты b_1 и b_2 при факторных переменных. В то же время свободный член b_0 во многих моделях оказался незначим. Это та ситуация, которая все же позволяет модели с незначимым свободным членом использовать в практических расчетах.

Стремясь проиллюстрировать все детали расчетов, выпишем модели бинарного выбора:

$$P_1 = 1/(1 - exp(0{,}1765 + 2{,}3110 \times r_{i1} - 7{,}4491 \times r_{i2})$$
$$P_2 = 1/(1 - exp(0{,}5952 - 5{,}8138 \times r_{i2})$$
$$P_3 = 1/(1 - exp(- 0{,}6884 - 3{,}8272 \times r_{i2}))$$
$$P_4 = 1/(1 - exp(- 0{,}2913 - 2{,}4889 \times r_{i2}))$$
$$P_5 = 1/(1 - exp(- 0{,}7607 - 4{,}7832 \times r_{i2}))$$
$$P_6 = 1/(1 - \exp(0{,}1275 - 2{,}6394 \times r_{i2}))$$
$$P_7 = 1/(1 - exp(- 0{,}5015 + 2{,}5037 \times r_{i1} - 6{,}2288 \times r_{i2}))$$
$$P_8 = 1/(1 - exp(- 0{,}2160 + 2{,}7926 \times r_{i1} - 8{,}0168 \times r_{i2}))$$

С помощью этих моделей для каждого момента времени по каждому активу осуществлялся расчет вероятностей положительной доходности. Для случая, когда $r_{i1} = 0{,}5126$, $r_{i2} = 0{,}4126$, вероятности приведены в табл. 3. По этим вероятностям построена матрица вероятностных предпочтений, оформленная в виде табл. 2.

Таблица 2

Матрица вероятностных предпочтений

0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472
0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586
0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062
0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889
0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390	0,9390
0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234
0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567
0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902

Собственный вектор этой матрицы, как было показано выше, определяет структуру рангового портфеля. Все компоненты этого портфеля, приведенного в табл. 3, положительны и полностью согласованы с вероятностными значениями, т.е. имеют ту же самую упорядоченность, что и вероятности. Упорядоченность рангового усредненного портфеля отличается от упорядоченности текущего портфеля. В то же время его ранговая структура полностью согласована со средним уровнем вероятностей положительной доходности активов. Следовательно, для формирования рангового усредненного портфеля можно использовать тот же самый способ, что и для формирования рангового текущего портфеля.

Таблица 3

Результаты моделирования рангового портфеля

Газпром	Сбербанк	Лукойл	Норильск-никель	НОВАТЭК	Магнит	Роснефть	Татнефть
Вероятности							
0,847166	0,858609	0,906163	0,788895	0,939025	0,723441	0,856705	0,890167
Ранговый текущий портфель							
0,124397	0,126077	0,13306	0,115841	0,137886	0,10623	0,125798	0,130711
Средний уровень вероятности							
0,493671	0,405063	0,620253	0,556962	0,620253	0,468354	0,632911	0,56962
Ранговый усредненный портфель							
0,114092	0,083306	0,140731	0,128383	0,143411	0,105154	0,15414	0,130782
Портфель Марковица							
0,359169	0,074111	-0,16854	0,056233	0,209154	0,071434	0,055723	0,342719

Сравнение рангового усредненного портфеля с портфелем Марковица позволяет обнаружить существенное различие. В портфеле Марковица акции Лукойла попали в список «коротких продаж», а в ранговой структуре усредненного портфеля Лукойл занимает третью позицию. Это позволяет сделать вывод, что принципы формирования ранговых портфелей и оптимальных существенно отличаются.

Возможно сравнение рангового портфеля и оптимального по доходности. В отличие от оптимального в ранговом портфеле уровень доходности не регулируется, а получается тот, который обеспечивается состоянием фондового рынка. Поэтому портфель Марковица всегда можно настроить на такой уровень доходности, который не отличается от доходности рангового портфеля, не обращая внимания на возрастающий риск. Поэтому нужно сравнивать между собой риски этих портфелей. Но сравнение по рискам не совсем корректно, так как риск по Марковицу – это среднеквадратическое отклонение от среднего, а риск рангового портфеля зависит от вероятностей получения положительной доходности.

Если структуру текущих ранговых портфелей представить в дискретном виде, то между двумя соседними портфелями можно вычислять автоeранговый коэффициент для анализа стабильности ранговой структуры текущих портфелей. В табл. 4 приведена динамика авторанговых коэффициентов.

Таблица 4

Динамика авторанговых коэффициентов

Номера наблюдений						
1 - 11	12 - 22	23 - 33	34 – 44	45 - 55	56 - 66	67 – 77
Значения авторанговых коэффициенто						
0,952381	0,928571	1	0,785714	0,761905	0,714286	0,809524
0,833333	0,857143	1	0,952381	0,97619	0,928571	0,97619
0,880952	0,97619	1	0,880952	**-0,09524**	0,690476	1

Окончание табл. 4

Номера наблюдений						
1 - 11	12 - 22	23 - 33	34 – 44	45 - 55	56 - 66	67 – 77
1	1	0,738095	0,738095	0,880952	0,880952	0,952381
0,904762	0,928571	**-0,59524**	0,738095	0,690476	0,97619	1
0,952381	0,97619	1	0,952381	0,809524	0,97619	0,642857
0,97619	0,738095	0,690476	1	1	0,904762	0,857143
0,666667	0,785714	0,857143	0,071429	1	0,809524	0,904762
0,833333	0,880952	0,952381	0,738095	0,714286	0,97619	0,952381
0,809524	0,809524	0,166667	0,952381	0,833333	1	0,952381
0,97619	0,904762	0,809524	0,833333	0,97619	0,904762	0,404762

Приведенные в табл. 4 значения авторанговых коэффициентов корреляции показывают, что предпочтительность одних и тех же активов сохраняется достаточно продолжительное время, но в то же время может без каких-либо предварительных признаков ожидаемой смены лидеров предпочтительности измениться на противоположную. О смене предпочтительности свидетельствуют отрицательные значения авторанговых коэффициентов корреляции. После каждой смены предпочтительности наступает период устойчивости нового порядка предпочтительности.

Таким образом, ранговый портфельный анализ нужно признать в качестве нового инструмента анализа фондового рынка.

Заключение

Применение для описания динамики фондового рынка эконометрических моделей с дискретной зависимой переменной позволило расширить аппарат, используемый для построения и анализа портфельных решений. Предложенная автопредикторная модель позволила получить новое описание основных характеристик множества инвестиционных возможностей. В расчетах этих характеристик присутствуют вероятностные оценки, с помощью которых удается воспроизводить дихотомический вариант стохастической природы доходности финансовых активов.

На основе автопредикторной модели вместо оптимизационного подхода для обоснования портфельных решений предложено использовать инструмент вероятностных предпочтений, с помощью которого формируются ранговые портфели, значительно расширяющие возможности портфельного анализа.

Кроме того, эти дополнительные возможности не только расширяют аппарат обоснования инвестиционных решений, но и ориентируют на продолжение исследований по развитию моделей и методов рангового портфельного анализа. По нашему мнению, это перспективное направление исследований.

Список источников

1. Давнис В.В. *Модели портфельного инвестирования в финансовые активы:* учебное пособие для слушателей магистерских программ / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. Воронеж, Центр научно-технической информации, 2010.

2. Давнис В.В. Двухуровневый механизм глобализации и модели портфельного инвестирования на его основе / В.В. Давнис, В.А. Фетисов // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2015, no. 7(67), с. 8-21.

3. Давнис В.В. *Прогнозные модели экспертных предпочтений*: монография / В.В. Давнис, В.И. Тинякова. Воронеж. гос. ун-т. Воронеж, Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2005.

4. Давнис В.В., Добрина М.В. Эконометрический подход к алгоритмическому формированию портфеля ценных бумаг // *Современная экономика: проблемы и решения*. Воронежский государственный университет. Воронеж, 2017, no. 12 (96), с. 48-58.

5. Давнис В.В., Добрина М.В., Белокопытова Т.Н. Эконометрические модели с дискретной зависимой переменной в портфельном анализе // *Современная экономика: проблемы и решения*. Воронежский государственный университет. Воронеж, 2018, no. 12 (108), с. 8-19.

6. Давнис В.В., Добрина М.В. Модели доходности активов и их применение в моделях портфельного инвестирования // *Материалы XII международной научно-практической конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы»*, Воронеж, 2016, с. 197-200.

7. Давнис В.В., Добрина М.В. Алгоритмическое моделирование портфеля ценных бумаг // *Материалы XIII международной научно-практической конференции «Экономическое прогнозирование: модели и методы»*, Воронеж, 2017, с. 118-123.

8. Добрина М.В. Функции полезности и их применение в моделировании портфельных решений // *Современная экономика: проблемы и решения. Воронежский государственный университет*, Воронеж, 2017, no. 8 (92), с. 64-76.

9. Добрина М.В. Проблема выбора портфеля ценных бумаг // *Экономика в инвестиционно-строительном комплексе и ЖКХ*. Воронеж, 2018, no. 1(15), с. 162-165.

10. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. Москва, Наука, 1974.

11. Серга Л.К. Прикладное использование методов портфельного анализа. Доступно: http://www.nsaem.ru/science/publications/herald/archive/article.php (дата обращения: 01.02.2019).

12. Frobenius Georg (1912), «Ueber Matrizen aus nicht negativen Elementen», Sitzungsber. Königl. Preuss. Akad. Wiss.: 456-477.

13. Markowitz H.M. Portfolio Selection // *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

14. Neil A Chriss, Robert Almgren. *Portfolios from Sorts.* University of Toronto – Department of Mathematics and Computer Science and Mathematical Finance Program, 2005.

15. Paul K. Davis, Paul Dreyer. *RAND's Portfolio Analysis Tool (PAT). Theory, Methods and Reference Manual*. National defense research institute. Copyright 2009 RAND Corporation.

16. Sharpe W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis // *Management Science*, 1963, vol. 9, no. 2, pp. 277-293.

17. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection // *Theory of Interest Rates* / Ed. by F.H. Hahn, F.P.R. Brechling. London, MacMillan, 1965, pp. 3-51.

RANKING PORTFOLIO ANALYSIS

Davnis Valery Vladimirovich, Dr. Sc. (Econ.), Full Prof.
Dobrina Maria Valeryevna, graduate student

Voronezh State University, Universitetskaya pl., 1, Voronezh, 394018, Russia; e-mail: vdavnis@mail.ru; nice.smirnova@yandex.ru

Purpose: the authors apply the econometric model with a discrete dependent variable to build a portfolio of securities. *Discussion*: the authors note that Sharpe used a linear econometric model for a diagonal model of portfolio investment building. The authors propose to use a nonlinear regression model with a discrete dependent variable instead of a linear model to build a portfolio. This allows you to reflect the binary nature of a financial asset yield with the use of probability obtaining the positive result from investments in the asset. As a result, probabilistic estimates become a criterion on the basis of which it is necessary to form a portfolio. This requires a new approach that uses principles different from those of the optimization approach. *Results*: the authors proposed to form a portfolio of securities on the basis of a probability preference matrix. It is shown that the eigenvector of this matrix determines the structure of the portfolio, which is called rank because of its properties. The properties of the ranking portfolio and the method of its construction significantly expand the capabilities of the portfolio analysis apparatus.

Keywords: rank portfolio, portfolio analysis, econometric model, discrete dependent variable, probability preference matrix.

References

1. Davnis V.V. *Modeli portfelynogo investirovaniya v finansovye aktivy* [Models of portfolio investment in financial assets]: uchebnoe posobie dlya slushateley magisterskikh program. Voronezh, Tsentr nauchno-tekhnicheskoy informatsii, 2010. (In Russ.)
2. Davnis V.V. Dvukhurovnevyy mekhanizm globalizatsii i modeli portfelynogo investirovaniya na ego osnove [Two-level mechanism of globalization and portfolio investment models based on it]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, vypusk no. 7 (67). Voronezh, 2015, pp. 8-21. (In Russ.)
3. Davnis V.V. *Prognoznye modeli ekspertnykh predpochteniy* [A predictive model of the expert preferences]: monografiya. Voronezh. gos. un-t. Voronezh, Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2005. (In Russ.)
4. Davnis V.V., Dobrina M.V. Ekonometricheskiy podhod k algoritmicheskomu formirovaniya portfelya tsennyh bumag [Econometric approach to algorithmic formation of securities portfolio]. *Nauchnyy zhurnal Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya.* Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, vypusk no. 12 (96). Voronezh, 2017, pp. 48-58. (In Russ.)
5. Davnis V.V., Dobrina M.V., Belokopytova T.A. Ekonometricheskie modeli s diskretnoy zavisimoy peremennoy v portfelynom alalize [Econometric models with discrete dependent variable in portfolio analysis]. *Nauchnyy zhurnal Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya*, Voronezhskiy gosudarstvennyy universitet, vypusk no. 12 (108). Voronezh, 2018, pp. 8-19. (In Russ.)
6. Davnis V.V., Dobrina M.V. Modeli doha-

dnosti aktivov i ih primenenie v modelyah portfelynogo investirovaniya [Models of asset returns and their application in models of portfolio investment]. *Materialy 12 mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody»* [Proc. 12th Int. sci.-pract. conf. «Economic forecasting: Models and methods»]. Voronezh, 2016, pp. 197-200. (In Russ.)

7. Davnis V.V., Dobrina M.V. Algoritmicheskoe modelirovanie portfelya tsennykh bumag [Algorithmic modeling of securities portfolio]. *Materialy 13 mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Ekonomicheskoe prognozirovanie: modeli i metody»* [Proc. 13th Int. sci.-pract. conf. «Economic forecasting: Models and methods»]. Voronezh, 2017, pp. 118-123. (In Russ.)

8. Dobrina M.V. Funktsii poleznosti I ih primenenie v modelirovanii portfelnyh resheniy [Utility functions and their application to the portfolio decisions modeling]. *Sovremennaia ekonomika: problemy i resheniia*, 2017, no. 8 (92), pp. 64-76. (In Russ.)

9. Dobrina M. V. Problema vybora portfelya tsennykh bumag [The problem of securities portfolio choosing]. *Nauchnyy zhurnal Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta Ekonomika v investitsionno-stroitelynom komplekse i ZHKKH*. Voronezh, 2018, no. 1(15), pp. 162-165. (In Russ.)

10. Mirkin B.G. *Problema gruppovogo vybora* [The group selection problem]. Moscow, Nauka,1974. (In Russ.)

11. Serga L.K. *Prikladnoe ispolyzovanie metodov portfelynogo analiza* [Applied use of portfolio analysis methods]. Available at: http://www.nsaem.ru/science/publications/herald/archive/article.php. (In Russ.)

12. Frobenius Georg (1912), «Ueber Matrizen aus nicht negativen Elementen», Sitzungsber. Königl. Preuss. Akad. Wiss.: 456–477.

13. Markowitz H.M. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77-91.

14. Neil A Chriss, Robert Almgren *Portfolios from Sorts.* University of Toronto - Department of Mathematics and Computer Science and Mathematical Finance Program, 2005.

15. Paul K. Davis, Paul Dreyer. *RAND's Portfolio Analysis Tool (PAT). Theory, Methods and Reference Manual.* National defense research institute. Copyright 2009 RAND Corporation.

16. Sharpe W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 1963, vol. 9, no. 2, pp. 277-293.

17. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection. *Theory of Interest Rates* / Ed. by F.H. Hahn, F.P.R. Brechling. London, MacMillan, 1965, pp. 3-51.