
ПОСТРОЕНИЕ ПОРТФЕЛЯ ШАРПА ДЛЯ ПАРЫ АКТИВОВ В УСЛОВИЯХ ГИПОТЕЗЫ ФРАКТАЛЬНОГО РЫНКА

Косарева Екатерина Александровна, преп.

Воронежский государственный университет, Университетская пл., 1, Воронеж,
Россия, 394018; e-mail 79507673376@yandex.ru

Цель: показать, что инвестиционный портфель как инструмент фундаментального анализа может быть эффективно использован в техническом анализе в условиях гипотезы фрактального рынка на примере портфеля Шарпа. *Обсуждение:* инвестиционный портфель представляет собой инструмент фундаментального анализа. Однако развитие теории финансовых рынков, появление и становление гипотезы фрактального рынка поставило новую задачу – интеграцию инструментов фундаментального и технического анализа. В условиях фрактальной гипотезы цена одного актива в разных инвестиционных горизонтах может быть рассмотрена как совокупность активов. Поэтому инвестиционный портфель может быть рассмотрен теперь не как совокупность разных активов, а как инвестиция в один актив на разных инвестиционных горизонтах. Автором было показано, что подобная интеграция возможна не только теоретически, но и доказана на практике. *Результаты:* статья содержит расчеты, доказывающие, что портфель Шарпа может быть использован в техническом анализе в условиях фрактальной гипотезы.

Ключевые слова: технический анализ, фундаментальный анализ, гипотеза фрактального рынка, портфель Шарпа.

DOI: 10.17308/meps.2019.6/2134

Введение

Финансовый рынок – это важная часть экономики любого государства. Процесс изучения анализа процессов, протекающих на финансовых рынках, является динамичным и претерпел ряд существенных изменений в прошлые десятилетия. Ранее считалось, что финансовые рынки существуют, подчиняясь гипотезе эффективного рынка, которая рассматривала рынок как объединение участников с однородными целями и ожиданиями.

Однако последующие исследования показали, что подобный подход не отражает реальной картины. На смену гипотезе эффективного рынка была предложена гипотеза фрактального рынка. Она рассматривает финансовые рынки как совокупность участников с различными целями и интересами. Каждому участнику соответствует свой инвестиционный горизонт, на котором он работает.

При подобном подходе один актив A , как совокупность активов $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, где каждое множество A_i определяет стоимость актива на i -м инвестиционном горизонте.

Так же работа на финансовых рынках призвана решать два типа задач: максимизация получаемой прибыли и минимизация рисков. Многократно было показано, что объединение активов в инвестиционный портфель позволяет существенно снизить риск инвестирования. Однако ранее оценка рисков и доходности активов, включенных в инвестиционный портфель, рассматривалась в условиях гипотезы эффективного рынка.

Покажем, что гипотеза фрактального рынка так же позволяет строить инвестиционные портфели, объединяя инвестиционные горизонты.

Основная часть

Рассмотрим пару активов A и B , которые в условиях гипотезы фрактального рынка можно представить как группу активов в соответствии с инвестиционными горизонтами $\{A_{1 \text{ мин}}, A_{10 \text{ мин}}, A_{30 \text{ мин}}\}$ и $\{B_{1 \text{ мин}}, B_{10 \text{ мин}}, B_{30 \text{ мин}}\}$. Докажем, что портфель, состоящий из пары активов $\{A_i, B_j\}$, $i, j \in \{1 \text{ мин}, 10 \text{ мин}, 30 \text{ мин}\}$ показывает более стабильные результаты, нежели один актив из пары.

Для корректности результатов приведем расчеты для акций первого и второго эшелонов различных отраслей в условиях гипотезы фрактального рынка. Для примера в портфели будут входить акции ПАО «Газпром», ПАО «Лукойл», ОАО «НЛМК», АО «Магнит».

Результаты расчетов по модели Шарпа для акций первого эшелона приведены в табл. 1.

Таблица 1

Построение по модели Шарпа для пары активов: ОА ПАО «Газпром» и ОА ПАО «Лукойл» для фрактального рынка

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=1$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,6969	0,005%	0,04%
a_2	0,005%	0,0884%	0,3031		
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=1$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,8366	0,004%	0,03%
a_2	0,003%	0,1062%	0,1634		
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=10$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,012%	0,1726%	0,3221	0,010%	0,11%
a_2	0,027%	0,1965%	0,6779		

Окончание табл. 1

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=10$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=1$ мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,1710%	0,0860	0,005%	0,03%
a_2	0,003%	0,0446%	0,9140		
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=30$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=1$ мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,2994%	0,1748	0,005%	0,03%
a_2	0,003%	0,0446%	0,8252		
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=30$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,2994%	0,6150	0,006%	0,03%
a_2	0,005%	0,0271%	0,3850		

Проведенные расчеты позволяют проанализировать не только показатели доходностей, риска активов по отдельности и в составе портфеля, но и оценить их доли в портфеле.

Таким образом, полученные расчеты позволяют сделать некоторые выводы. Во-первых, доходность активов в составе портфеля находится на уровне средней или выше средней доходности каждого актива, рассматриваемого отдельно. При этом существенное значение имеет риск формируемого портфеля. Группировка активов в портфель позволяет существенно снизить риск, который несет инвестор. Это при условии сохранения доходности на достаточном уровне позволяет сделать вывод об оправданности использования инвестиционного портфеля для пары активов из зоны первого эшелона.

Рассмотрим поведение пары активов, объединенных в портфель Шарпа, при условии, что это активы, взятые из второго эшелона российского фондового рынка (табл. 2).

Таблица 2

Построение портфеля Шарпа для пары активов: ОА ОАО «НЛМК» и ОА АО «Магнит» для фрактального рынка

Актив	Доходность	Риск	Доля	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 ОА АО «Магнит», $t=1$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,013%	1,0034%	0,9936	0,009%	0,50%
a_2	0,004%	0,1852%	0,0064		
1 ОА АО «Магнит», $t=1$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,013%	1,0034%	0,9852	0,008%	0,50%
a_2	0,003%	0,2927%	0,0148		

Актив	Доходность	Риск	Доля	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 ОА АО «Магнит», $t=10$ мин. (a_1), лот ОА ОАО «НМЛК», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,010%	0,1051%	0,5301	0,007%	0,06%
a_2	0,003%	0,2927%	0,4699		
1 ОА АО «Магнит», $t=10$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», $t=1$ мин. (a_2)					
a_1	0,010%	1,0084%	0,4211	0,007%	0,06%
a_2	0,003%	0,0695%	0,5789		
1 ОА АО «Магнит», $t=30$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», $t=1$ мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,3104%	0,7628	0,004%	0,04%
a_2	0,003%	0,0695%	0,2372		
1 ОА АО «Магнит», $t=30$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,3104%	0,9680	0,005%	0,04%
a_2	0,004%	0,0560%	0,0320		

Полученные результаты позволяют сделать некоторые выводы. Во-первых, очевидно, что акции второго эшелона отличаются большим показателем риска. Так же можно заметить, что в подобных условиях объединение активов в портфель позволяет сохранить доходность на уровне существенно выше средней, при этом риск будет также значительно снижен. Подобные рассуждения в некоторой степени некорректны для случая, когда в паре активов присутствует одна обыкновенная акция АО «Магнит» (риск возрастает), однако в данных портфелях объединение активов дает более чем двукратный рост доходности, что также является существенным доводом в пользу формирования инвестиционного портфеля.

Так же возможно комбинировать акции первого и второго эшелонов при составлении портфелей. Построим портфель Шарпа, комбинируя акции первого и второго эшелонов. Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

Построение портфеля Шарпа для пары активов:
акции первого и второго эшелонов

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 лот ОА ПАО «Газпром», $t=1$ мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,6246	0,008%	0,07%
a_2	0,010%	0,3933%	0,3754		

Продолжение табл. 3

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=1 мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,1899	0,006%	0,04%
a_2	0,006%	0,3104%	0,8101		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=10 мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0491%	0,9363	0,007%	0,05%
a_2	0,006%	0,3104%	0,0637		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=10 мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0491%	0,0029	0,010%	0,50%
a_2	0,013%	1,0034%	0,9971		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=30 мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0525%	0,0150	0,010%	0,50%
a_2	0,013%	1,0034%	0,9850		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=30 мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0525%	0,4931	0,009%	0,06%
a_2	0,010%	0,3933%	0,5069		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=1 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,5	0,006%	0,07%
a_2	0,006%	0,0705%	0,5		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=1 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,2439	0,004%	0,04%
a_2	0,003%	0,2927%	0,7561		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=10 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0491%	0,9676	0,005%	0,04%
a_2	0,003%	0,2927%	0,0324		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=10 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0491%	0,7054	0,005%	0,05%
a_2	0,003%	0,0759%	0,2946		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=30 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0525%	0,7280	0,005%	0,04%,
a_2	0,003%	0,0759%	0,2720		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=30 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», t=10 мин. (a_2)					

Продолжение табл. 3

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
a_1	0,007%	0,0525%	0,9463	0,006%	0,04%
a_2	0,004%	0,1852%	0,0537		
1 ОА АО «Магнит», t=1 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,013%	1,0034%	0,9676	0,009%	0,50%
a_2	0,005%	0,0884%	0,0324		
1 ОА АО «Магнит», t=1 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,013%	1,0034%	0,9959	0,008%	0,50%
a_2	0,003%	0,1017%	0,0041		
1 ОА АО «Магнит», t=10 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,010%	0,1053%	0,8661	0,007%	0,06%
a_2	0,003%	0,1030%	0,1339		
1 ОА АО «Магнит», t=10 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,010%	0,1053%	0,6366	0,007%	0,06%
a_2	0,003%	0,0497%	0,3634		
1 ОА АО «Магнит», t=30 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0544%	0,2206	0,005%	0,03%
a_2	0,003%	0,0496%	0,7794		
1 ОА АО «Магнит», t=30 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0543%	0,5161	0,005%	0,03%
a_2	0,005%	0,0882%	0,4839		
1 ОА ПАО «Лукойл», t=1 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,0496%	0,8055	0,004%	0,04%
a_2	0,004%	0,0560%	0,1945		
1 ОА ПАО «Лукойл», t=1 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,0496%	0,8055	0,003%	0,03%
a_2	0,003%	0,0510%	0,1945		
1 ОА ПАО «Лукойл», t=10 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,005%	0,0889%	0,3074	0,004%	0,03%
a_2	0,003%	0,0511%	0,6926		
1 ОА ПАО «Лукойл», t=10 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,005%	0,0890%	0,3010	0,004%	0,04%
a_2	0,003%	0,0695%	0,6769		

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 ОА ПАО «Лукойл», t=30 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», t=1 мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,1063%	0,1531	0,003%	0,04%
a_2	0,003%	0,0695%	0,8469		
1 ОА ПАО «Лукойл», t=30 мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НМЛК», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,1057%	0,3135	0,004%	0,03%
a_2	0,004%	0,0560%	0,6865		

Очевидно, что объединение активов в единый портфель позволяет существенно снизить риск при сохранении достаточного уровня доходности. Так же можно увидеть, что доли акций второго эшелона существенно отличаются от данного коэффициента для «голубых фишек», что косвенно подтверждается или большим риском у данного актива или более высокой доходностью нежели, чем у акции первого эшелона. Комбинированный портфель из акций первого и второго эшелонов позволяет снизить риск инвестирования.

Рассмотрим доходности и риски портфелей, состоящие из пары активов $\{a_i, a_j\}$, $i \neq j$ для акций первого и второго эшелонов разных отраслей деятельности. Результаты расчетов приведены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты построения портфеля Шарпа для акций первого и второго эшелонов в условиях гипотезы фрактального рынка

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=1 мин. (a_1), лот ОА ПАО «Газпром», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,2948	0,007%	0,04%
a_2	0,007%	0,1710%	0,7052		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=1 мин. (a_1), 1 лот ОА ПАО «Газпром», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,006%	0,0658%	0,2161	0,006%	0,04%
a_2	0,007%	0,2994%	0,7839		
1 лот ОА ПАО «Газпром», t=10 мин. (a_1), 1 лот ОА ПАО «Газпром», t=30 мин. (a_2)					
a_1	0,007%	0,0491%	0,9562	0,007%	0,04%
a_2	0,007%	0,2994%	0,0438		
1 ОА ПАО «Лукойл», t=1 мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», t=10 мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,0446%	0,3876	0,004%	0,03%
a_2	0,005%	0,0884%	0,6124		

Окончание табл. 4

Актив	Доходность	Риск	Доля актива	Ожидаемая доходность портфеля	Ожидаемый риск портфеля
1 ОА ПАО «Лукойл», $t=1$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,0446%	0,6865	0,003%	0,02%
a_2	0,003%	0,1061%	0,3135		
1 ОА ПАО «Лукойл», $t=10$ мин. (a_1), 1 ОА ПАО «Лукойл», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,005%	0,0271%	0,399	0,004%	0,02%
a_2	0,003%	0,1054%	0,601		
1 ОА АО «Магнит», $t=1$ мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,013%	1,0034%	0,9756	0,012%	0,50%
a_2	0,010%	0,3933%	0,0244		
1 ОА АО «Магнит», $t=1$ мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,013%	1,0033%	0,9904	0,009%	0,50%
a_2	0,006%	0,3082%	0,0096		
1 ОА АО «Магнит», $t=10$ мин. (a_1), 1 ОА АО «Магнит», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,010%	0,1052%	0,4975	0,008%	0,06%
a_2	0,006%	0,3091%	0,5025		
1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=1$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=10$ мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,0695%	0,1858	0,003%	0,05%
a_2	0,004%	0,1852%	0,8142		
1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=1$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,003%	0,0695%	0,3174	0,003%	0,04%
a_2	0,003%	0,2927%	0,6826		
1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=10$ мин. (a_1), 1 лот ОА ОАО «НЛМК», $t=30$ мин. (a_2)					
a_1	0,004%	0,0560%	0,0784	0,004%	0,04%
a_2	0,003%	0,2927%	0,9216		

Выводы

Приведенные расчеты позволяют увидеть, что объединение активов во фрактальный портфель позволяет снизить риск, сохранив доходность на уровне средней для двух активов или выше среднего. При этом один и тот же актив на разных временных горизонтах может быть рассмотрен как отдельный актив. То есть инструмент фундаментального анализа – инвестиционный портфель – может быть использован на уровне технического анализа в условиях фрактальной гипотезы.

Также было показано, что гипотеза фрактального рынка позволяет оперировать такими терминами фундаментального анализа, как инвестиционный портфель. Полученные расчеты позволяют увидеть, что инвестиционные портфели, построенные в условиях фрактальной гипотезы, позволяют принимать корректные инвестиционные решения.

Список источников

1. Давнис В.В. *Прогнозное обоснование инвестиционных решений на финансовых рынках*: монография. Москва, РУСАЙНС, 2015.
2. Лукашин Ю.П. *Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования*. Москва, Статистика, 1979.
3. Петерс Э. *Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике*. Москва, Интернет – трейдинг, 2004.
4. Цветков В.П. Фрактальный анализ валютных временных рядов // *Финансы и кредит*, 2007, no. 9(249), с. 30-35.
5. Шарп У. *Инвестиции*. Москва, ИНФРА-М, 2006, XII.
6. Швагер Дж. *Технический анализ. Полный курс*. Москва, Альпина Паблишер, 2001.
7. Dixit A., Pindyck R. *Investment under Uncertainty*. Princeton, Princeton University Press, 1994.
8. Ingersoll J., Ross S. Waiting to Invest: Investment and Uncertainty // *Journal of Bussiness*, no. 65, 1992.
9. Prado-Dominguez C. Fernández-Herráiz A. Sharpe-ratio-based measure for currencies European // *Journal of Government and Economics*, Vol. 4, no. 1.
10. Ross S. Uses, Abuses and Alternatives to the Net – Present-Value Rule // *Financial Management*, no. 3, 1995.
11. Sharpe W.F. *Portfolio Theory and Capital Markets*. N.Y., McGrawfill, 1970.
12. The combination of fundamental and technical analysis in portfolio optimization. *Regional Review // Regionalais Zinojums*, 2016, Issue 12, pp. 66-81.

APPLICATION OF A SHARP PORTFOLIO FOR A COUPLE OF ASSETS IN THE CONDITIONS OF THE FRACTAL MARKET HYPOTHESIS

Kosareva Ekaterina Aleksandrovna, Assist. Prof.

Voronezh State University, University sq., 1, Voronezh, Russia, 394018; e-mail 79507673376@yandex.ru

Purpose: to show that the investment portfolio as a tool of fundamental analysis can be effectively used in technical analysis under the conditions of the fractal market hypothesis on the example of the Sharp portfolio.

Discussion: the investment portfolio is a fundamental analysis tool. However, the development of the theory of financial markets, the emergence and establishment of the hypothesis of a fractal market set a new task – the integration of instruments of fundamental and technical analysis. Under the conditions of the fractal hypothesis, the price of one asset in different investment horizons can be considered as a set of assets. Therefore, the investment portfolio can now be viewed not as an aggregate of different assets, but as an investment in one asset on different investment horizons. The author has shown that such integration is possible not only theoretically, but also proved in practice. *Results:* the article contains calculations that prove that the Sharp portfolio can be used in a technical analysis under the conditions of a fractal hypothesis.

Keywords: technical analysis, fundamental analysis, fractal market hypothesis, Sharp portfolio.

References

1. Davnis V.V. *Prognoznoe obosnovanie investicionnyh reshenij na finansovyh rynkah*: monografiya [Predictive substantiation of investment decisions in financial markets: monograph]. Moscow, RUSAJNS, 2015. (In Russ.)
2. Lukashin Yu.P. *Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya* [Adaptive methods of short-term prediction]. Moscow, Statistika, 1979. (In Russ.)
3. Peters E. *Fraktal'nyj analiz finansovyh rynkov. Primene – nie teorii haosa v investitsiyah i ekonomike* [Fractal analysis of financial markets. The application of chaos theory in investments and economics]. Moscow, Internet – trejding, 2004. (In Russ.)
4. Cvetkov V.P. *Fraktal'nyj analiz valyutnyh vremennyh ryadov* [Fractal analysis of currency time series] / V.P. Cvetkov, I.V. Cvetkov, O.S. Gulyaeva. *Finansy i kredit*, 2007, no. 9(249), pp. 30-35. (In Russ.)
5. Sharp U. *Investicii* [Investments] / U. Sharp, G. Aleksander, Dzh. Bejli. Moscow, INFRA-M, 2006, XII. (In Russ.)
6. Shvager Dzh. *Tekhnicheskij analiz. Polnyj kurs* [Technical analysis. Full course]. Moscow, Al'pina Publisher, 2001. (In Russ.)
7. Dixit A., Pindyck R. *Investment under Uncertainty*. Princeton, Princeton University Press, 1994.
8. Ingersoll J., Ross S. Waiting to Invest: Investment and Uncertainty. *Journal of Business*, 1992, no. 65.
9. Prado-Dominguez J., Fernández-Herráiz C., A Sharpe-ratio-based measure for currencies European. *Journal of Government and Economics*, vol. 4, no. 1.

10. Ross S. Uses, Abuses and Alternatives to the Net – Present-Value Rule. *Financial Management*, 1995, no. 3.

11. Sharpe W.F. *Portfolio Theory and Capital Markets*. N.Y., McGrawfill, 1970.

12. The combination of fundamental and technical analysis in portfolio optimization. Regional Review. *Regionālais Zinājums*, 2016, Issue 12, pp. 66-81.