УДК 336.767

КОМПЛЕКСНОЗНАЧНАЯ ЭКОНОМИКА В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ОДНОМЕРНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЯДОВ

Светуньков Сергей Геннадьевич, д-р экон. наук, проф.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, Россия, 195251; e-mail: sergey@svetunkov.ru

Цель: статья, подготовленная по результатам гранта РФФИ № 19-010-00610/19 «Теория, методы и методики прогнозирования экономического развития авторегрессионными моделями комплексных переменных», посвящена вопросам формирования новой совокупности системы методов экономического прогнозирования с помощью комплекснозначной экономики. *Обсуждение*: экономические процессы многообразны, что привело к появлению множества методов и моделей прогнозирования этих процессов. Эти методы развиваются и совершенствуются. Одним из новых подходов по повышению точности прогнозирования является применение методов комплекснозначной экономики к решению этой задачи. В статье обсуждаются возможные варианты использования комплекснозначных моделей при кратко- и среднесрочном прогнозировании. *Результаты*: автором предложены новые модели для кратко- и среднесрочного прогнозирования, обладающие новыми свойствами, нежели модели действительных переменных. Доказывается, что в ряде случаев эти модели являются более точными в экономическом прогнозировании, чем существующие.

Ключевые слова: комплекснозначная экономика, комплексная авторегрессия, среднесрочное прогнозирование, точность экономических прогнозов.

DOI: 10.17308/meps.2020.12/2489

Введение

В общем виде функция комплексного переменного, используемая в моделировании экономики, может быть записана так:

$$y_{1t} + iy_{2t} = f(x_{1t} + ix_{2t}), \qquad (1)$$

где y_{1t} и y_{2t} – моделируемые действительные переменные; x_{1t} и x_{2t} – действительные переменные комплексного аргумента; i – мнимая единица, $i^2=-1$.

Применительно к моделированию и прогнозированию реальных экономических рядов эта модель становится регрессионной, поэтому её можно называть комплексной регрессией (CR). Вариантов использования этой модели в экономике довольно много и в ряде случаев она демонстрирует лучшие качества, нежели соответствующие им модели действительных переменных, например, в области моделей производственных функций [9]. Применение этой модели показывает лучшие свойства по сравнению с моделью векторной регрессии второго порядка в том случае, когда обрабатываются малые выборки [3]. Во всех остальных случаях модели (1) будут проигрывать в точности векторным регрессиям [5, 6, 7, 8].

Интерес представляет использование модели (1) для описания и прогнозирования одномерных случаев, для чего модель следует привести с помощью специальных приёмов к одномерному виду.

Одним из таких вариантов адаптации модели (1) к одномерному случаю является представление действительной переменной в комплексной форме с использованием показателя времени. Тогда модель (1) будет записана так:

$$y_t + iT = f(x_t + it)\,. \tag{2}$$

Здесь t – текущее время, а T – моделируемое время.

В статье [2] подробно разбираются свойства подобной модели на примере авторегрессионной модели *CTAR(p)*. Главная проблема в использовании модели (2) и её разновидности *CTAR(p)* состоит в интерпретации нецелых значений моделируемого времени T.

Свободной от этой проблемы и более простой в использовании является другая форма адаптации модели (1) к одномерному виду, а именно использование действительной переменной в комплексной форме с учётом ошибки аппроксимации:

$$y_t + i\eta_t; \quad x_t + i\varepsilon_t\,. \tag{3}$$

Тогда модель (1) примет такой вид:

$$y_t + i\eta_t = f(x_t + i\varepsilon_t)\,. \tag{4}$$

Здесь ε_t – ошибка аппроксимации, η_t – моделируемая ошибка аппроксимации.

Поскольку эта модель впервые предлагается к использованию в инструментальном арсенале математического моделирования и прогнозирования экономики, то необходимо более тщательно изучить её свойства. Рассмотрим это применительно к задачам краткосрочного и среднесрочного прогнозирования в экономике.

Методология исследования: краткосрочное прогнозирование

Ещё в 2011 году [1] была опубликована модель, показывающая, как можно повысить точность модели экспоненциального сглаживания в том случае, если в этой модели вместо действительной переменной использовать комплексную переменную в форме (3). Тогда модель экспоненциального сглаживания примет вид:

$$\hat{y}_{t+1} + i\hat{\varepsilon}_{t+1} = (\alpha_0 + i\alpha_1)(y_t + i\varepsilon_t) + ((1-i) - (\alpha_0 + i\alpha_1)(\hat{y}_t + i\hat{\varepsilon}_t)\,. \tag{5}$$

Эта модель лучше прогнозирует краткосрочную экономическую динамику, чем простые модели экспоненциального сглаживания [10, 11, 12].

Поскольку модель экспоненциального сглаживания ES можно рассматривать как частный случай авторегрессионной модели [4], то интерес представляет именно комплексная авторегрессия порядка *p (CAR(p))*, которая в общем виде может быть представлена так [9]:

$$y_{1t} + iy_{2t} = (a_0 + ia_1) + \sum_{\tau=1}^{p} (b_{0\tau} + ib_{1\tau})(y_{1(t-\tau)} + iy_{2(t-\tau)}). \qquad (6)$$

Здесь a_0, a_1, $b_{0\tau}$ и $b_{1\tau}$ – коэффициенты авторегрессии, τ – лаг авторегрессии, $\tau = 1,2,\ldots, p$.

Если теперь в исходную модель комплексной авторегрессии подставить комплексную переменную в форме (3), то будет получена такая модель:

$$y_t + i\eta_t = (a_0 + ia_1) + \sum_{\tau=1}^{p} (b_{0\tau} + ib_{1\tau})(y_{t-\tau} + i\varepsilon_{t-\tau}). \qquad (7)$$

Эту модель будем обозначать как модель *CARE(p).*

Как известно, любая комплекснозначная функция может быть записана как система двух равенств – для действительной и мнимой частей этой функции. Тогда и модель *CARE(p)* также может быть представлена в этой же форме:

$$\begin{cases} y_t = a_0 + \sum_{\tau=1}^{p} (b_{0\tau} y_{t-\tau} - b_{1\tau} \varepsilon_{t-\tau}), \\ \eta_t = a_1 + \sum_{\tau=1}^{p} (b_0 \varepsilon_{t-\tau} + b_{1\tau} y_{t-\tau}). \end{cases} \qquad (8)$$

Действительная часть этой модели будет представлять собой первое уравнение, а мнимая часть этой модели отражается вторым уравнением системы (8). Особый интерес для целей краткосрочного прогнозирования представляет действительная часть рассматриваемой модели, то есть *ReCARE(p)*, которая запишется так:

$$y_t = a_0 + \sum_{\tau=1}^{p} (b_{0\tau} y_{t-\tau} - b_{1\tau} \varepsilon_{t-\tau}). \qquad (9)$$

Мнимая часть модели, то есть *ImCARE(p)*, которая в соответствии с (8) имеет такой вид:

$$\eta_t = a_1 + \sum_{\tau=1}^{p} (b_0 \varepsilon_{t-\tau} + b_{1\tau} y_{t-\tau}) \qquad (10)$$

в статье рассматриваться не будет.

Легко заметить, что модель *ReCARE(p)* превращается в модель обыкновенной авторегрессии *AR(p),* если коэффициент $b_{1\tau}$ становится равен нулю. Во всех остальных случаях модель *ReCARE(p)* будет отличаться от *AR(p)* и давать более точные прогнозы. Н.Н. Питухин, например, сравнил точность ретропрогноза этих двух моделей, меняя порядок авторегрессии р от единицы до десяти на примере убывающего ряда производства в России экскаваторов с 1990 по 2018 г. Результаты его расчётов приведены в табл. 1. Критерием точности ретропрогноза было выбрано среднеквадратичное отклонение ошибки ретропрогноза *(СКО)*.

Таблица 1

Сравнение точности ретропрогноза моделей *ReCARE(p)* и *AR(p)*

Порядок авторегрессии, *p*	СКО для модели *AR(p)*	СКО для модели *ReCARE(p)*	% уменьшения СКО
1	1021,8	703,9	31,1
2	693,6	562,9	18,9
3	608,0	510,8	16,0
4	582,6	524,3	10,0
5	595,0	444,5	25,3
6	564,4	367,2	34,9
7	569,6	399,6	29,8
8	511,0	312,0	39,0
9	512,2	204,5	60,1
10	515,7	357,5	30,7

Как и ожидалось, модель ReCARE(p) всегда оказалась точнее модели *AR(p)*. Эти же результаты были получены и по другим рядам данных. Селиванова Ю.И., Сирук Г.В. и Шайхлеева Н.И. провели расчёты, сравнивая друг с другом точность ретропрогноза *ReCARE(p)* и *AR(p)* на данных базы С. Макридакиса. Для этого было использовано 60 различных динамических рядов разной длины и разных показателей. Лишь в 18,2% случаев модели *ReCARE(p)* и *AR(p)* показали одинаковую точность в прогнозировании. Для всех этих случаев $b_{1\tau} \approx 0$. Но во всех остальных 81,8% случаев этот коэффициент отличен от нуля, и чем он по модулю больше нуля, тем более точной является модель *ReCARE(p)* по сравнению с *AR(p)*. В 3 случаях из 60 повышение точности прогноза модели *ReCARE(p)* по сравнению с *AR(p)* составила величину свыше 65%.

Модель авторегрессии *AR(p)* является основанием для формирования более точной модели, которая получила название *ARMA(p,q)*. Эта модель с учётом наших обозначений примет такой вид:

$$y_t = \sum_{\tau=1}^{p} b_{t-\tau} y_{t-\tau} + \sum_{\theta=1}^{q} c_{t-\theta} \varepsilon_{t-\theta} \, . \qquad (11)$$

Здесь второе слагаемое представляет собой усреднённую за период *q* ошибку аппроксимации, откуда и название второй части модели *MA(q)* – скользящая средняя с усреднением *q* последних значений ошибки.

Сегодня прогнозисты отказались от того, чтобы сумма коэффициентов *MA(q)* была равна единице, а без этого требования сумма ошибок не будет взвешенной и скользящей средней. Тем не менее название ARMA для такой модифицированной модели авторегрессии сохранилось. Поэтому и мы будем придерживаться этого подхода.

Поскольку модель *ReCARE(p)* оказалась точнее модели *AR(p)*, возникает закономерный вопрос: а повысится ли точность рассматриваемой модели, если и её уточнить за счёт прогнозирования ошибки? В этом случае перед нами будет новая модель, которую следует назвать *ReCAREMA(p,q)*. Структурно эта модель будет выглядеть так:

$$\mathrm{Re}\,CAREMA(p,q) = \mathrm{Re}\,CARE(p) + MA(q)\,. \qquad (12)$$

Подставляя в эту структурную модель её составляющие, получим такую формулу модели ReCAREMA(p,q):

$$y_t = a_0 + \sum_{\tau=1}^{p} (b_{0\tau} y_{t-\tau} - b_{1\tau} \varepsilon_{t-\tau}) + \sum_{\theta=1}^{q} c_{t-\theta} \varepsilon_{t-\theta}\,. \qquad (13)$$

Гольцев Е.А. и Питухин Н.Н. провели сравнительный анализ точности ретропрогноза двух моделей – *ReCAREMA(p,q)* и *ARMA(p,q)* на данных базы С. Макридакиса. Для облегчения сравнительного анализа нами было принято решение о том, что для всех моделей *q=10*. Результаты этих вычислений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты сравнительного анализа моделей ReCARE(p) и ARMA(p,q)

Порядок авторег-рессии, p	Ряд 152			Ряд 153		
	ARMA (p,10)	ReCAREMA (p,10)	% повышения точности	ARMA (p,10)	ReCAREMA (p,10)	% повышения точности
	469,8	465,6	-1,4	513,2	516,6	-0,7
	497,1	399,6	18,6	545,5	461,9	18,1
	463,2	404,6	11,0	513,9	359,9	42,8
	470,6	402,3	11,7	491,5	395,2	24,4
	452,0	368,6	43,9	495,8	394,9	25,5
	469,9	255,3	76,1	489,5	452,4	8,2
	461,3	271,1	71,2	497,6	407,0	22,3
	467,6	301,8	55,7	503,6	329,3	52,9
	480,8	219,5	121,3	512,6	416,5	23,1
	468,5	305,1	67,5	518,1	360,1	43,9
	469,6	231,8	126,7	517,9	185,3	179,5
	444,5	233,8	104,0	496,5	180,6	175,0
Порядок авторег-рессии, p	Ряд 202			Ряд 226		
	ARMA (p,10)	ReCAREMA (p,10)	% повышения точности	ARMA (p,10)	ReCAREMA (p,10)	% повышения точности
	576,1	571,6	0,8	198,6	197,5	0,6
	600,3	436,3	31,6	197,4	168,4	15,8
	509,3	396,4	24,9	199,9	113,1	55,5
	499,3	468,6	6,3	204,4	158,3	25,4
	519,5	341,0	41,5	207,3	149,2	32,6

Окончание табл. 2

	532,1	311,5	52,3	201,9	143,2	34,0
	537,4	389,2	32,0	207,4	130,6	45,4
	540,6	364,5	38,9	208,5	83,3	85,8
	553,7	503,6	9,5	201,7	86,9	79,5
	568,5	351,3	47,2	194,8	162,2	18,3
	606,6	400,0	41,0	191,5	116,7	48,5
	576,5	312,4	59,4	186,8	79,1	81,0
Порядок авторегрессии, p	Ряд 227			Ряд 228		
	ARMA (p,10)	ReCAREMA (p,10)	% повышения точности	ARMA (p,10)	ReCAREMA (p,10)	% повышения точности
	228,8	231,6	-1,2	787,5	786,8	0,1
	237,1	227,6	4,1	809,7	651,6	21,6
	229,0	222,4	2,9	783,1	737,1	6,1
	236,7	200,0	16,8	797,7	697,7	13,4
	233,0	197,8	16,3	798,5	648,3	20,8
	228,8	171,6	28,6	808,3	730,6	10,1
	232,1	152,8	41,2	819,6	717,8	13,2
	229,1	111,6	69,0	815,5	586,1	32,7
	224,2	156,4	35,6	818,2	475,1	53,1
	230,6	217,0	6,1	833,9	300,8	94,0
	235,2	179,3	27,0	835,5	282,5	98,9
	219,4	102,7	72,4	795,5	465,6	52,3

Из табл. 2 можно увидеть, что *ReCAREMA(p,10)* точнее модели *ARMA(p,10)* в 69 случаях из 72. Исключение составляют модели *ReCAREMA(1,10)* и *ARMA(1,10)* рядов 152, 153 и 227. Нам представляется, что несколько большая точность моделей *ARMA(1,10)* в этих случаях по сравнению с моделями *ReCAREMA(1,10)* вызвано ошибками округления.

Поэтому можно утверждать о том, что модель *ReCAREMA(p,q)* не только имеет право на существование в инструментальной базе экономического краткосрочного прогнозирования, но и в большинстве случаев она предпочтительнее существующих моделей.

Методология исследования: среднесрочное прогнозирование

При среднесрочном прогнозировании в экономике акценты прогнозирования, а следовательно, и моделирования смещаются. При краткосрочном прогнозировании необходимо уловить и спрогнозировать текущие отклонения от сложившихся тенденций. А в среднесрочном прогнозировании необходимо выявить и спрогнозировать сложившуюся тенденцию. Если фактором, объясняющим изменение прогнозируемого показателя, выступает время, то получаются модели трендов.

Базовая модель (4), рассматриваемая в данной статье, применительно к факторным зависимостям не имеет удовлетворительного решения, поскольку

$$\mathrm{Re}(y_t + i\eta_t) = y_t = \mathrm{Re}(f(x_t + i\varepsilon_t)) = F(x_t, \varepsilon_t)\,, \quad (14)$$

а текущая ошибка аппроксимации ε_t зависит от неизвестных коэффициентов модели, которые, в свою очередь, определяются минимизацией суммы квадратов ошибок аппроксимации. Например, для линейной модели получим:

$$y_t + i\eta_t = (a_0 + ia_1) + (b_0 + ib_1)(x_t + i\varepsilon_t)\,, \quad (15)$$

Действительная часть этой модели будет иметь такой вид:

$$y_t = a_0 + b_0 x_t - b_1\varepsilon_t\,. \quad (16)$$

В этой модели имеется *T+3* неизвестных – три коэффициента модели (16) и *T* неизвестных отклонений ε_t, *t=1, 2, 3,…,T.* Найти коэффициенты такой модели невозможно. Ситуация имеет решение в таком случае:

$$(y_t + i\eta_t) = f(x_t + i\varepsilon_{t-\tau}), \quad \tau \ge 1\,. \quad (17)$$

Здесь τ – лаг влияния ошибки аппроксимации на текущее значение прогнозируемого показателя. В таком случае модель может быть построена. Поскольку это модель комплексной регрессии с ошибкой, её можно обозначить, как *CRE(τ)*.

Разберём такую возможность на примере линейной модели *LCRE(τ).* Она будет иметь вид:

$$y_t + i\eta_t = (a_0 + ia_1) + (b_0 + ib_1)(x_t + i\varepsilon_{t-\tau}), \quad \tau \ge 1\,. \quad (18)$$

Поскольку особый интерес представляет именно действительная часть модели, рассмотрим её:

$$y_t = a_0 + b_0 x_t - b_1\varepsilon_{t-\tau}, \quad \tau \ge 1\,. \quad (19)$$

Проверим применимость этой модели на практике, сравнив её точность и точность аппроксимации исходных рядов с помощью простой линейной модели. Воспользуемся для этого статистическими данными о динамике экономически активного населения в РФ и объёмах производимых в РФ бытовых холодильников и морозильников с 1992 года по 2018 год (27 наблюдений). Коэффициент парной корреляции между этими двумя показателями с 1992 года по 2018 год равен 0,83. Это свидетельствует о том, что для прогнозирования числа выпускаемых холодильников y_t можно использовать линейную зависимость их от количества экономически активного населения x_t.

Результаты сравнительного анализа модели (19) и простой линейной модели для этих рядов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты сравнительного анализа линейной однофакторной модели и модели *LCRE(τ)*

Лаг ошибки, τ	СКО линейной модели	СКО *LCRE(τ)*	Значение коэффициента b_1 модели *LCRE(τ)*	% повышения точности
1	1487,68	1195,80	-0,72	24,41
2	1439,79	1435,43	0,09	0,30
3	1325,69	1324,13	0,06	0,12
4	1341,64	1338,17	0,05	0,26
5	1369,51	1344,48	0,16	1,86
6	1266,61	1142,48	1,03	10,86
7	952,83	727,33	-0,34	31,00
8	988,64	822,03	-0,29	20,27
9	953,35	805,16	-0,31	18,40
10	981,26	828,46	-0,31	18,44

К этой таблице необходимо дать некоторые пояснения.

Поскольку в модель *LCRE(τ)* в зависимости от лага ошибки τ добавляется на τ наблюдений меньше, то и простая линейная регрессия считалась по этой же уменьшающейся с ростом τ базе данных. Если, например, $\tau=1$, то первое наблюдение приходится исключать, поскольку для первого расчёта модели *LCRE(1)* необходимо иметь ε_0, а его нет и начинать приходится со второго наблюдения из базы данных $(t=2)$, вычисляя ε_1 по простой линейной модели, а с $t=3$, вычисляя эту ошибку аппроксимации уже по модели *LCRE(τ)*.

Следует указать и на то, что для $\tau=2$, *3 и 4* в рассматриваемом примере модели показывают почти одинаковую точность. И вызвано это тем, что МНК в этих случаях так рассчитал значения коэффициента b_1 модели *LCRE(τ)*, что они практически равны нулю.

Наилучшую точность аппроксимации простая линейная модель показывает при $\tau=7$, то есть для 20 последних наблюдений. При этом и модель *LCRE(7)* показывает наилучшую точность и уменьшает среднеквадратичную ошибку аппроксимации на 31%. Поэтому при экономическом прогнозировании от этой модели можно ожидать большей точности.

Обсуждение результатов

Поскольку мы исследуем свойства прогнозной модели, впервые вводимой в научный оборот, вполне естественно ожидать, что возникнет ряд вопросов и проблем, которые предстоит решить.

Представляется, что результаты сравнительного анализа моделей

ReCAREMA(p,q) и *ARMA(p,q)* можно экстраполировать и на случай использования моделей в приращениях порядка *d*, которые в соответствии с общепринятыми обозначениями могут быть обозначены как *ReCAREIMA(p,d,q)* и *ARIMA(p,d,q)*. Но это утверждение требует своей проверки.

Модель *LCRE(τ)* также демонстрирует большую точность при аппроксимации, чем простая линейная модель. Этого же следует ожидать и от нелинейных моделей, таких как, например, экспоненциальная модель *ECRE(τ):*

$$y_t + i\eta_t = (a_0 + ia_1)e^{(b_0+ib_1)(x_t+i\varepsilon_{t-\tau})}, \quad \tau \geq 1. \qquad (20)$$

В том случае, когда простая экспонента отлично описывает исходный ряд значений, то будет наблюдаться такое равенство:

$$a_1 \approx b_1 \approx 0 \qquad (21)$$

и модель *ECRE(τ)* практически совпадёт с простой экспонентой. А в остальных случаях следует ожидать от модели *ECRE(τ)* лучшей точности.

Мы не рассмотрели мнимые части предложенных моделей (6), (13) и (17). Их суть и возможность использования в экономическом прогнозировании ещё предстоит исследовать.

Заключение

Из всего вышеизложенного следует вывод о том, что использование в экономическом прогнозировании одномерных рядов комплексных переменных с ошибкой аппроксимации может существенно повысить точность экономических прогнозов как в краткосрочном, так и в среднесрочном прогнозировании. Для того чтобы это предположение приобрело форму утверждения, необходимо провести дополнительные научные исследования в этом направлении.

Список источников

1. Светуньков И.С. Краткосрочное прогнозирование социально-экономических процессов с использованием модели с коррекцией // *БІЗНЕСІНФОРМ*, 2011, no. 5(1), с. 109-112.
2. Светуньков С.Г. Прогнозирование экономической динамики с помощью комплекснозначной авторегрессии с временной составляющей (CTAR) // *Современная экономика: проблемы и решения*, 2020, no. 9 (октябрь), с. 21-30.
3. Baryev D., Konovalov I., Voinov N. (2020) *New Approach to Feature Generation by Complex-Valued Econometrics and Sentiment Analysis for Stock-Market Prediction*. In: Arseniev D., Overmeyer L., Kälviäinen H., Katalinić B. (eds). Cyber-Physical Systems and Control. CPS&C 2019. Lecture Notes in Networks and Systems, vol. 95, Springer, Cham, pp. 573-582.
4. Box G.E.P., Jenkins G.M. *Time series analysis, forecasting and control.* John Wiley & Sons, May 29, 2015.
5. Corba B.S., Egrioglu E., Dalar A.Z. AR–ARCH Type Artificial Neural Network for Forecasting // *Neural Processing Letters*, 2020, no. 51, pp. 819-836.
6. Fildes R. Learning from forecasting competitions // *International Journal of Forecasting*, 2020, no. 36, pp. 3-18.
7. Gully T. *Non-Profit-Maximizing Behavior in Supply Chain Management*. Springer, 2019.
8. Ord K., Fildes R., Kourentzes N. *Principles of Business Forecasting*. Wessex, Incorporated, 2017.
9. Svetunkov S. *Complex-Valued Modeling in Economics and Finance*. Springer Science+Business Media, New York, 2012.
10. Vu Ky M. *The ARIMA and VARIMA Time Series: Their Modelings, Analyses*

and Applications. AuLac Technologies Inc., 2007.

11. Wilms I., Barbaglia L., Croux C. *Multi-Class Vector Autoregressive Models for Multi-Store Sales Data*. KU Leuven, Faculty of Economics and Business, May 2016.

12. Zhang Yi-xin, Sun Wen-sheng. Agricultural Product Price Forecast based on Shotr-term Time Series Analysis Techniques // *Current Trends in Computer Science and Mechanical Automation*, Vol.1: Selected Papers from CSMA2016, Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2018, pp. 317-328.

COMPLEX-VALUED ECONOMICS IN PREDICTING ONE DIMENSIONAL ECONOMIC SERIES

Svetunkov Sergey Gennadievich, Dr. Sc. (Econ.), Prof.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Politekhnicheskaya, 29, St. Petersburg, Russia, 195251; e-mail: sergey@svetunkov.ru

Purpose: an article prepared based on the results of the RFBR grant No. 19-010-00610 \ 19 «Theory, methods and techniques for predicting economic development by autoregressive models of complex variables» is devoted to the formation of a new set of methods of economic forecasting using a complex-valued economics. *Discussion*: economic processes are diverse, which has led to the emergence of many methods and models for forecasting these processes. These methods are being developed and improved. One of the new approaches to improving forecasting accuracy is the use of complex-valued economics methods to solve this problem. The article discusses possible options for using complex-valued models for short and medium term forecasting. *Results*: the author proposes new models for short- and medium-term forecasting, which have new properties than the model of real variables. It is proved that in some cases these models are more accurate in economic forecasting than the existing ones.

Keywords: complex variable economy, complex autoregression, medium-term forecasting, accuracy of economic forecasts.

References

1. Svetunkov I.S. Kratkosrochnoye prognozirovaniye sotsial'no-ekonomicheskikh protsessov s ispol'zovaniyem modeli s korrektsiyey [Short-term forecasting of socio-economic processes using a model with correction]. *BIZNESINFORM*, 2011, no. 5 (1), pp. 109-112. (In Russ.)

2. Svetunkov S.G. Prognozirovaniye ekonomicheskoy dinamiki s pomoshch'yu kompleksnoznachnoy avtoregressii s vremennoy sostavlyayushchey (CTAR) [Forecasting economic dynamics using complexvalued autoregression with a time component (CTAR)]. *Modern Economics: Problems and Solutions*, 2020, no. 9 (October), pp. 21-30. (In Russ.)

3. Baryev D., Konovalov I., Voinov N. (2020) *New Approach to Feature Generation by Complex-Valued Econometrics and Sentiment Analysis for Stock-Market Prediction.* Arseniev D., Overmeyer L., Kälviäinen H., Katalinić B. (eds) Cyber-Physical Systems and Control. CPS&C 2019. Lecture Notes in Networks and Systems, vol. 95, Springer, Cham, pp. 573-582.

4. Box G.E.P., Jenkins G.M. *Time series analysis, forecasting and control*. John Wiley & Sons, May 29, 2015.

5. Corba B.S., Egrioglu E., Dalar A.Z. AR–ARCH Type Artificial Neu-ral Network for Forecasting. *Neural Processing Letters*, 2020, no. 51, pp. 819-836.

6. Fildes R. Learning from forecasting competitions. *International Journal of Forecasting,* 2020, no. 36, pp. 3-18.

7. Gully T. *Non-Profit-Maximizing Behavior in Supply Chain Management*. Springer, 2019.

8. Ord K., Fildes R., Kourentzes N. *Principles of Business Forecasting.* Wessex, Incorporated, 2017.

9. Svetunkov S. *Complex-Valued Modeling in Economics and Finance, Springer Science+Business Media.* New York, 2012.

10. Vu Ky M. *The ARIMA and VARIMA Time Series: Their Modelings, Analyses and Applications.* AuLac Technologies Inc., 2007.

11. Wilms I., Barbaglia L., Croux C. *Multi-Class Vector Autoregressive Models for Multi-Store Sales Data.* KU Leuven, Faculty of Economics and Business, May 2016.

12. Zhang Yi-xin, Sun Wen-sheng. Agricultural Product Price Forecast based on Shotr-term Time Series Analysis Techniques. *Current Trends in Computer Science and Mechanical Automation*, Vol.1: Selected Papers from CSMA2016, Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2018, pp. 317-328.